VISIT…

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ОПЫТЫ

ДЕТГИЗ · 1959

Школьная библиотека

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ОПЫТЫ

Государственное Издательство Детской Литературы
Министерства Просвещения РСФСР
Москва 1959

В настоящий сборник вошли материалы из разных книг Я. И Перельмана. автором или составителем которых он был.

Юный читатель найдет здесь немало интересных опытов и задач из области физики, математики, геометрии и другие научные развлечения, которыми он сможет заняться в свободные от уроков часы.

Эти же материалы успешно может использовать и пионервожатый в своей работе с детьми.

В тексте произведены необходимые сокращения и сделаны редакционные поправки.

Составитель И. И. Прусаков

В 1913 году на прилавках книжных магазинов появилась книга замечательного педагога Якова Исидоровича Перельмана «Занимательная физика». Книга эта быстро завоевала сердца читателей, в особенности молодежи, которая нашла в ней ответы на многие интересовавшие вопросы.

«Занимательная физика» была написана не только интересно по форме, но и содержала в себе огромный познавательный материал.

В предисловии к 11-му изданию Я. И. Перельман писал: «Главная цель «Занимательной физики» — возбудить деятельность научного воображения, приучить читателя мыслить в духе физической науки и создать в его памяти многочисленные ассоциации физических знаний с самыми разнородными явлениями жизни, со всем тем, с чем он обычно входит в соприкосновение».

«Занимательная физика» оказалась одной из самых популярных книг. В 1945 году она вышла в свет 15-м изданием.

Я. И. Перельман родился в 1882 году в городе Белостоке. В 1909 году он окончил Петербургский лесной институт, получив диплом лесовода.

После «Занимательной физики» Я. И. Перельман стал создавать и другие книги, в которых показал себя замечательным популяризатором науки. Наиболее известны его книги: «Занимательная арифметика», «Занимательная механика», «Занимательная геометрия», «Занимательная астрономия», «Живая математика», «Физика на каждом шагу», «Фокусы и развлечения» и др. Теперь эти книги знает каждый грамотный человек.

Он написал также несколько книг, посвященных вопросам межпланетных путешествий («Межпланетные путешествия», «К звездам на ракете», «Мировые дали» и др.)..

Великий ученый К. Э. Циолковский высоко пенил талант и творчество Я. И. Перельмана. Он писал о нем в предисловии к книге «Межпланетные путешествия»: «Автор давно известен своими популярными, остроумными и вполне научными трудами по физике, астрономии и математике, написанными к тому же чудесным языком и легко воспринимаемыми читателями».

Я. И. Перельман является автором ряда учебников, а также разнообразных статей в журналах «Знание — сила», «Техника — молодежи» и др.

Он не только занимался педагогической, научной и литературной деятельностью. Много времени у него отнимала огромная редакционная работа, так как он был редактором журналов «Природа и люди» и «В мастерской природы».

Я. И. Перельман умер 16 марта 1942 года в Ленинграде.

Многие поколения читателей с интересом знакомились с увлекательными книгами Я. И. Перельмана. Книги его и впредь будут волновать новые поколения советских людей.

МЕЖДУ ДЕЛОМ

НОЖНИЦЫ И БУМАГА

Одним взмахом на три части. — Поставить полоску на ребро. — Заколдованные кольца. — Неожиданные результаты разрезания. — Бумажная цепь. — Продеть себя через листок бумаги.

Вы думаете, конечно — как и я думал когда то, — что на свете есть ненужные вещи. Ошибаетесь: нет такого хлама, который не мог бы для чего нибудь пригодиться. Что не нужно для одной цели — полезно для другой; что не надобно для дела — годится для забавы.

В углу ремонтируемой комнаты попалось мне как то несколько исписанных почтовых карточек и ворох узких бумажных полос, которые отрезываются обычно от края обоев перед оклейкой. «Хлам, который годится только в печку», — подумал я. А оказалось, что даже и с такими никому не нужными вещами можно очень интересно позабавиться. Старший брат показал мне ряд прелюбопытных головоломок, какие можно проделать с этим материалом.

Начал он с бумажных лент. Подав мне один обрывок полоски, длиной ладони в три, он сказал:

— Возьми ножницы и разрежь эту полоску на три части...

Я нацелился резать, но брат удержал меня:

— Постой, я не кончил. Разрежь на три части одним взмахом ножниц.

Рис. 1.

Это было потруднее. Я примерялся на разные лады, но все более убеждался, что брат задал мне мудреную задачу. Наконец я сообразил, что она вовсе неразрешима.

— Ты шутишь, — сказал я. — Это невозможно.

— Хорошенько подумай — может, и догадаешься.

— Я уже догадался, что задачу решить нельзя.

— Плохо догадался. Дайка.

Брат взял у меня полоску и ножницы, сложил бумажную ленту вдвое и разрезал ее пополам. Получилось три куска.

— Видишь?

— Да, но ты согнул полоску.

— Отчего же ты не согнул?

— Ведь не сказано было, что можно сгибать.

— Но и не сказано было, что сгибать нельзя. Сознайся уж прямо, что не догадался.

— Дай другую задачу. Больше не поймаешь.

— Вот еще полоска. Поставь ее на стол ребром.

— Чтобы стояла или чтобы упала? — спросил я, подозревая ловушку.

— Конечно, чтобы стояла. Если упадет, значит, положена, а не поставлена.

Рис. 2.

«Чтобы стояла... ребром...» — размышлял я и вдруг сообразил, что полоску можно согнуть. Я перегнул ее углом и поставил на стол.

— Вот. Стоит на ребре! Не сказано было, что перегибать нельзя! — с торжеством объявил я.

— Правильно.

— Еще!

— Изволь. Видишь, я склеил концы нескольких полосок и получил бумажные кольца. Возьми красно синий карандаш и проведи вдоль всей наружной стороны этого кольца синюю черту, а вдоль внутренней — красную.

— А потом?

— Это и все.

Пустячная работа! Однако она у меня не спорилась. Когда я замкнул синюю черту и хотел приступить к красной, то с досадой обнаружил, что по рассеянности прочертил синей линией обе стороны кольца.

— Дай другое кольцо, — сконфуженно сказал я. — Я нечаянно испортил первое.

Но и со вторым кольцом приключилась та же неудача: я и не заметил, как прочертил обе стороны кольца.

— Наваждение какое то! Опять испортил. Дай третье.

— Бери, не жалко.

Что же вы думаете? Ведь и на этот раз исчерченными синим цветом оказались обе стороны! Для красного карандаша не оставалось свободной стороны.

Я был огорчен.

— Такой простой вещи сделать не можешь! — смеясь, сказал брат. — А вот у меня сразу получается.

И, взяв бумажное кольцо, он быстро провел по всей его наружной стороне синюю черту, по всей внутренней — красную.

Получив новое кольцо, я принялся возможно осмотрительнее вести черту по одной его стороне и, стараясь не перейти как нибудь на другую, замкнул линию. Опять неудача: обе стороны прочерчены! Готовый заплакать, я растерянно взглянул на брата — и тогда только по его лукавой усмешке догадался, что здесь дело неладно.

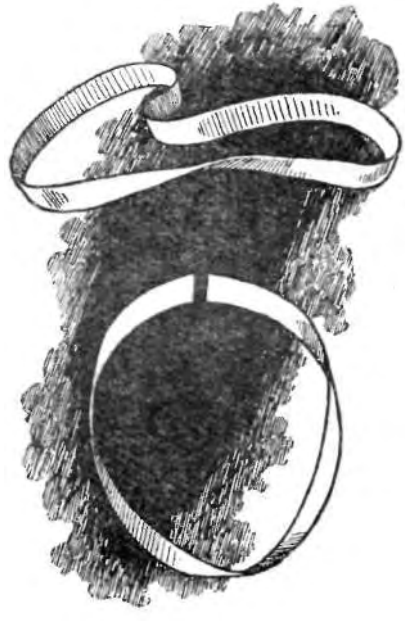


Рис. 3.

— Эге, ты что то... Это фокус? — спросил я.

— Кольца заколдованы, — ответил он. — Необыкновенные!

— Какие же необыкновенные? Кольца как кольца. Но только ты что то подстраиваешь.

— Попробуй проделать с этими кольцами что ни

будь другое. Например, мог ли бы ты такое кольцо разрезать вдоль, чтобы получить два потоньше?

— Эка важность!

Разрезав кольцо, я уже собирался показать брату полученную пару тонких колец, когда с изумлением заметил, что в руках у меня не два, а одно длинное кольцо.

— Ну, где же твои два кольца? — насмешливо спросил брат.

— Дай другое кольцо: попробую еще раз.

— А ты разрежь то, которое у тебя получилось.

Я разрезал. На этот раз у меня было в руках несомненно два кольца. Но, когда я стал их разнимать, оказалось, что их невозможно распутать, так они были сплетены друг с другом. Брат был прав: кольцо в самом деле заколдованное!

— Секрет колдовства очень прост, — объяснил брат. — Ты можешь и сам изготовить такие необыкновенные кольца. Все дело в том, что, прежде чем склеить концы бумажной ленты, нужно завернуть один из концов вот так...

— От этого все и происходит?

— Представь! Сам же я, конечно, чертил карандашом на обыкновенном кольце... Еще интереснее получается, если конец ленты завернуть при этом не один, а два раза.

Брат на моих глазах приготовил кольцо по этому способу и подал мне.

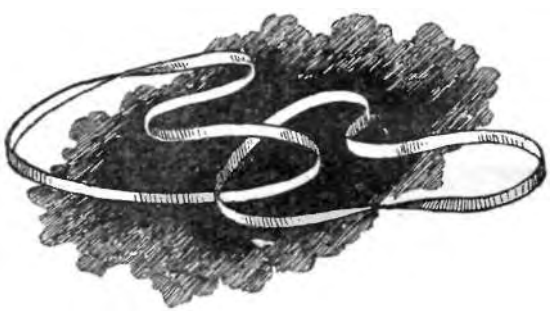


Рис. 4.

— Разрежь вдоль, — сказал он. — Что ты получишь?

Разрезав, я получил два кольца, но продетых одно сквозь другое. Забавно! Разнять их было невозможно.

Я сам приготовил еще три таких кольца — и получил еще три пары неразлучных колец.

— А как бы ты сделал,— спросил брат, — если бы тебе нужно было все четыре пары колец соединить в одну длинную, несомкнутую цепь?

— Ну, это просто: разрезать по одному кольцу у каждой пары, продеть и снова заклеить.

— Значит, ножницами ты разрезал бы, — возразил брат,— три кольца?

— Три? Разумеется, — ответил я.

— А меньше трех нельзя?

— У нас ведь четыре пары колец. Как же ты хочешь их соединить, разорвав только два кольца? Это невозможно! — с уверенностью заявил я.

Вместо ответа брат молча взял из моих рук ножницы, разрезал два кольца одной пары и соединил ими три остальные пары — получилась цепь из восьми колец. До смешного просто! Никакой хитрости здесь не было. И я удивлялся только, как мне самому не пришла в голову такая простая мысль.

— Ну, достаточно возились с бумажными лентами. У тебя там, кажется, есть еще старые почтовые карточки. Давай ка придумаем что нибудь и с ними. Попробуй, например, вырезать в карточке самую большую дыру, какую только тебе удастся.

Проткнув карточку ножницами, я аккуратно вырезал в ней четырехугольное отверстие, оставив узенькую кайму бумаги.

— Всем дырам дыра! Большей не вырезать! — с удовлетворением сказал я, показывая брату результат моей работы.

Брат, однако, был иного мнения.

— Ну, дыра маловата. Едва рука пролезет.

— А ты бы хотел, чтобы вся голова прошла? — язвительно ответил я.

— Голова и туловище. Чтобы всего себя продеть можно было: это будет подходящая дыра.

— Ха ха! Вырезать дыру больше самой бумаги, этого ты хочешь?

— Именно. Больше бумаги во много раз.

— Тут уж никакая хитрость не поможет. Что невозможно, то невозможно...

— А что возможно, то возможно, — сказал брат и принялся вырезать.

Уверенный, что он шутит, я все же с любопытством следил за его руками. Он перегнул почтовую карточку пополам, потом провел карандашом близ длинных краев перегнутой карточки две черты и сделал два надреза близ других двух краев.

Затем прорезал сложенный край от точки *А* до точки *В* и стал делать надрезы тесно один возле другого так:

Рис. 5.

— Готово, — объявил брат,

— Но я не вижу никакой дыры.

— Гляди ка!

И брат разнял бумажку. Представьте: она развернулась в длиннейшую цепь, которую брат совершенно свободно перекинул через мою голову. Она упала к моим ногам, окружив меня своими зигзагами.

— Ну что: можно пролезть через такую дыру? Как ты скажешь?

— Двоим не тесно будет! — в восхищении воскликнул я.

На этом брат закончил свои опыты и головоломки, обещав в другой раз показать целый ряд новых — исключительно с одними монетами..

РАЗВЛЕЧЕНИЯ С МОНЕТАМИ

Видимая и невидимая монета. — Бездонный стакан. — Куда девала монета? — Задачи на размещение монет. — В какой руке гривенник? Игра с перекладыванием монет. — Индийская легенда. — Решения з

— Вчера ты обещал показать фокус с монетами, — напомнил я брату за утренним чаем.

— С утра за фокусы? Ну ладно. Опорожни ка полоскательную чашку.

На дно опорожненной чашки брат положил серебряную монету:

— Смотри в чашку, не двигаясь с места и не подаваясь вперед. Видна тебе монета?

— Видна.

Брат немного отодвинул от меня чашку:

— А теперь?

— Вижу краешек монеты. Остальное заслоняется.

Слегка отодвинув чашку еще дальше от меня, брат достиг того, что монета более не была видна, заслоняемая целиком стенкой чашки.

— Сиди смирно, не двигайся. Я наливаю в чашку воды. Что стало с монетой?

— Снова видна вся, словно приподнялась вместе с дном. Отчего это?

Взяв карандаш, брат нарисовал на бумаге чашку с монетой. И тогда мне стало все ясно. Пока монета находилась на дне сухой чашки, ни один луч света от монеты не мог достигнуть глаза, потому что свет шел по прямым линиям, а непрозрачные стенки чашки стоят как раз на пути между монетой и глазом. Когда же налили воды, дело изменилось: переходя из воды в воздух, лучи света переламываются (физики говорят: «преломляются») и скользят уже поверх края чашки, попадая в глаз. Но мы привыкли видеть вещи только в месте исхода прямых лучей и потому невольно помещаем монету не там, где она лежит, а повыше, на продолжении преломленного луча. Оттого то нам и кажется, будто дно чашки приподнялось вместе с монетой.

рис. 6.

— Советую запомнить этот опыт, — прибавил брат. — Он пригодится тебе во время купанья. Купаясь в мелком месте, где видно дно, никогда не

забивай, что ты видишь дно выше его настоящего положения. И порядочно выше: примерно на целую четверть глубины. Где истинная глубина, скажем, 1 метр, тебе покажется всего лишь 75 сантиметров. С купающимися детьми не раз уже случались несчастия по этой причине: полагаясь на обманчивую видимость, они неправильно оценивали глубину.

— Я заметил, что когда медленно плывешь в лодке над таким местом, где видно дно, то кажется, что наибольшая глубина лежит как раз под самой лодкой, а кругом гораздо мельче. Но переходишь в другое место — и опять кругом тебя мелко, а прямо под тобой глубоко. Так и кажется, что глубокое место кочует вместе с лодкой. Отчего это?

— Теперь это тебе нетрудно будет понять. Дело в том, что лучи, выходящие из воды почти отвесно, меньше других меняют свое направление, оттого и дно в таких местах кажется менее приподнятым, чем в других, откуда в наш глаз вступают косые лучи. Естественно, что самое глубокое место должно казаться нам лежащим прямо под лодкой, хотя бы дно было совсем ровно... А теперь проделаем опыт совсем другого рода.

Брат наполнил стакан водой до самых краев:

— Как ты думаешь: что произойдет, если я теперь брошу в этот стакан двугривенный?

— Известно что: вода перельется через край.

— Попробуем.

Осторожно, избегая сотрясений, брат опустил в полный стакан монету. Однако не вылилось ни капли.

— Теперь попробуем опустить еще двугривенный, — сказал брат.

— Тогда уж наверное прольется, — предостерег я.

И ошибся: в полном стакане нашлось место и для второй монеты. За нею последовала в стакан третья монета, потом четвертая.

— Что за бездонный стакан! — вырвалось у меня.

Брат молчал и невозмутимо продолжал опускать в стакан монету за монетой. Пятый, шестой, седьмой двугривенный упали на дно — вода не выливалась. Я не верил своим глазам. Мне не терпелось узнать разгадку.

Но брат не спешил объяснять. Он осторожно опускал монеты и остановился только на 15 м двугривенном.

— Ну, пока достаточно, — сказал он наконец. — Заметь, как вздулась вода у краев стакана.

В самом деле: вода стала выше стенок стакана примерно на толщину спички, округляясь у краев, словно в прозрачном мешочке.

— В этом вздутии и кроется вся разгадка, — продолжал брат. — Вот куда девалась та вода, которую вытеснили монеты.

— 15 монет вытеснили так мало воды? — изумился я. — Ведь стопка из 15 двугривенных довольно высока, а здесь тонкий слой, едва толще двугривенного.

— Ты прими в расчет не только толщину слоя, но и его площадь. Пусть толщина водяного слоя даже и не толще двугривенного. Зато ширина больше во сколько раз?

Я прикинул: стакан раза в четыре шире двугривенного.

— В четыре раза шире и одинаковой толщины. Значит, — заключил я, — слой больше двугривенного всего только в четыре раза. В стакане могло бы поместиться четыре монеты, а ты погрузил уже 15 и собираешься, кажется, еще накладывать. Откуда же берется место?

— Расчет твой неверен. Если один круг вчетверо шире другого, то площадь его больше не в четыре, а в 16 раз.

— Вот как?

— Ты должен был бы знать это. Сколько в квадратном метре квадратных сантиметров? Разве 100?

— Нет: $100 \times 100 = 10\,000$.

— Вот видишь. Для кругов верно то же правило: вдвое шире — вчетверо большая площадь; втрое шире — в девять раз большая; вчетверо шире — в 16 раз, и так далее. Значит, объем водяного вздутия над краями стакана больше объема двугривенного в 16 раз. Попятно тебе теперь, откуда взялось место в стакане? И еще возьмется, потому что вода над краями может вздуться раза в два толще двугривенного.

— Так неужели ты мог бы наложить в стакан 20 монет?

— Даже больше, если погружать осторожно, без сотрясений.

— Никогда не поверил бы, что в стакане, до краев полном воды, может найтись место для стольких монет!

Пришлось, однако, поверить, когда я собственными глазами увидал эту горку монет внутри стакана.

— А мог бы ты, — сказал брат, — положить 11 монет в 10 блюдец так, чтобы в каждом блюдце лежало только по одной монете?

— Блюдца с водой?

— Хоть и сухие, как тебе удобнее, — рассмеялся брат, ставя в ряд 10 блюдец.

— Это тоже физический опыт?

— Нет, психологический. Принимайся же за дело.

— 11 монет в 10 блюдцах, и в каждом по одной... Нет, не сумею, — сразу сдался я.

— Берись за дело, я помогу тебе. В первое блюдце положим первую монету, а на время также и 11 ю монету.

Я положил в первое блюдце две монеты, в недоумении ожидая, что будет дальше.

— Положил две монеты?.. Хорошо. Третью монету клади во второе блюдце. Четвертую монету — в третье блюдце, пятую — в четвертое блюдце, и так далее.

Я исполнил сказанное. И когда положил 10 ю монету в девятое блюдце, то с изумлением увидел, что имеется еще 10 е свободное блюдце.

— В него мы и положим ту 11 ю монету, которая временно лежала в первом блюдце, — сказал брат и, взяв из первого блюдца лишнюю монету, опустил ее в 10 е блюдце.

Теперь 11 монет лежало в 10 блюдцах, по одной в каждом... С ума сойти!

Брат проворно собрал монеты, не желая объяснять мне, в чем тут дело.

— Должен сам догадаться. Это тебе будет и полезнее и интереснее, чем узнавать готовые решения.

И, не слушая моих просьб, он предложил мне новую задачу:

— Вот шесть монет. Расположи их в три ряда так, чтобы в каждом ряду было по три монеты,

— Для этого нужны девять монет.

— С девятью монетами каждый сможет, Нет, надо именно с шестью,

— Опять, значит, какая нибудь непостижимая штука?

— Слишком скоро сдаешься! Смотри, как просто.

И он расположил монеты следующим образом:

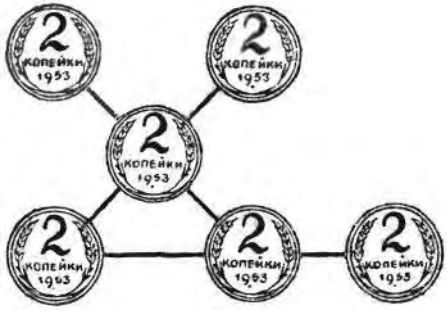


Рис. 7.

— Здесь три ряда, в каждом по три монеты, — объяснил он.

— Но ведь тут ряды перекрещиваются.

— И пусть. Разве сказано было, что им нельзя перекрещиваться?

— Если бы я знал, что так можно, я и сам догадался бы.

— Ну, так догадайся, как решить ту же задачу другим способом. Но не сейчас — обдумаешь потом, на досуге. И вот тебе еще три задачи в том же роде. Первая: девять монет расположить в 10 рядов, по три монеты в каждом ряду. Вторая: 10 монет расположить пятью рядами, по четыре в каждом. Третья задача вот какая. Я черчу квадрат на 36 квадратиков. Надо расположить здесь 18 монет, по одной в квадратике, чтобы в каждом продольном и поперечном ряду лежало по три монеты... Да, я вспомнил еще один фокус с монетами. Возьми в одну руку пятиалтынный[1], в другую — гривенник, но не показывай и не говори мне, в какой руке у тебя какая монета. Я угадаю. Ты только проделай в уме следующее: удвой то, что у тебя в правой руке, утрой то, что в левой, и сложи все, что получилось. Готово?

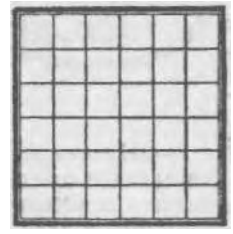


Рис. 8.

— Есть.

— Четное или нечетное получилось число?

— Нечетное.

— Гривенник в правой руке, пятиалтынный в левой,— сразу же объявил брат, и угадал.

Проделали еще раз. Результат получился четный, и брат безошибочно указал, что гривенник в левой руке.

— И об этой задаче подумай на досуге, — сказал брат. — А в заключение покажу тебе любопытную игру с монетами.

Поставив рядом три блюдца, брат положил в первое блюдце стопку монет: внизу рублевую, на ней полтинник[2], выше двугривенный, потом пятиалтынный и гривенник.

— Всю эту горку из пяти монет нужно перенести на третье блюдце, соблюдая следующие правила. Первое правило: за один раз перекладывать только одну монету. Второе: никогда не класть большую монету на меньшую. Третье: можно временно класть монеты и на среднее блюдце, соблюдая оба правила, но к концу игры все монеты должны очу

[1] Пятиалтынный — монета достоинством в 15 копеек (от старинного «алтын» — 3 копейки).

[2] Полтинник — монета достоинством в 50 копеек.

титься на третьем блюдце в первоначальном порядке. Правила, как видишь, несложные. А теперь приступай к делу.

Я принялся перекладывать. Положил гривенник на третье блюдце, пятиалтынный на среднее, и запнулся. Куда положить двугривенный? Ведь он крупнее и гривенника и пятиалтынного.

Рис. 9.

— Ну что же? — выручил меня брат. — Клади гривенник на среднее блюдце — на пятиалтынный. — Тогда для двугривенного освободится третье блюдце.

Я так и сделал. Но дальше новое затруднение. Куда положить полтинник? Впрочем, я скоро догадался: перенес сначала гривенник на первое блюдце, пятиалтынный на третье и затем гривенник тоже на третье. Теперь полтинник можно положить на свободное среднее блюдце. Дальше, после длинного ряда перекладываний, мне удалось перенести также рублевую монету с первого блюдца и, наконец, собрать всю кучку монет на третьем блюдце.

— Сколько же ты проделал всех перекладываний? — спросил брат, одобрив мою работу.

— Не считал.

— Давай сосчитаем. Ведь интересно же знать, каким наименьшим числом ходов можно достигнуть нашей цели. Если бы кучка состояла не из пяти, а только из двух монет — пятиалтынного и двугривенного, то сколько бы понадобилось ходов?

— Три: гривенник на среднее блюдце, пятиалтынный на третье и затем гривенник на третье блюдце.

— Правильно. Прибавим теперь еще монету — двугривенный — и сосчитаем, сколькими ходами можно перенести кучку из этих монет. Поступаем так: сначала последовательно переносим меньшие две монеты на среднее блюдце. Для этого нужно, как мы уже знаем, три хода. Затем перекладываем двугривенный на свободное третье блюдце — один ход, Л тогда перекладываем обе монеты со среднего блюдца тоже на третье — еще три хода. Итого всех ходов: 3 + 1 + 3 = 7.

— Для четырех монет позволь мне сосчитать самому число ходов. Сначала переношу три меньшие монеты на среднее блюдце — семь ходов, потом полтинник на третье блюдце — один ход; а затем снова 3 меньшие монеты на третье блюдце — еще семь ходов. Итого: $7 + 1 + 7 = 15$.

— Отлично. А для пяти монет?

— $15 + 1 + 15 = 31$.

— Ну, вот ты и уловил способ вычисления. Но я покажу тебе, как можно его еще упростить. Заметь, что полученные нами числа 3, 7, 15, 31 — все представляют собой двойку, умноженную на себя один или несколько раз, но без единицы. Смотри! — И брат написал табличку:

$$3 = 2 \times 2 - 1,$$
$$7 = 2 \times 2 \times 2 - 1,$$
$$15 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1,$$
$$31 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1.$$

— Понимаю: сколько монет перекладывается, столько раз берется двойка множителем, а затем снимается единица. Я мог бы теперь вычислить число ходов для любой кучки монет. Например, для семи монет:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 128 - 1 = 127.$$

— Вот ты и постиг эту старинную игру. Одно только практическое правило надо тебе еще знать: если в кучке нечетное число монет, то первую монету перекладывают на третье блюдце, если четное — то на среднее блюдце.

— Ты сказал: старинная игра. Разве ты не сам ее придумал?

— Нет, я только применил ее к монетам. Сама же игра очень древнего происхождения и зародилась, вероятно, в Индии. Там существует преинтересная легенда, связанная с этой игрой. В городе Бенаресе имеется будто бы храм, в котором индийский бог Брама при сотворении мира установил три алмазные палочки и надел на одну из них 64 золотых кружка: самый большой внизу, а каждый следующий меньше предыдущего. Жрецы храма обязаны без устали, днем и ночью, перекладывать эти кружки с одной палочки на другую, пользуясь третьей как вспомогательной и соблюдая правила нашей игры: переносить зараз только один кружок и не класть большего на меньший. Легенда говорит, что, когда будут перенесены все 64 кружка, наступит конец мира.

— О, значит, мир давно уже должен был погибнуть!

— Ты думаешь, кажется, что перенесение 64 кружков не должно отнять много времени?

— Конечно. Делая каждую секунду один ход, можно ведь в час успеть проделать 3600 перенесений.

— Ну и что же?

— А в сутки — около 100 тысяч. В 10 дней — миллион ходов. Миллионом же ходов можно, наверное, перенести не 64 кружка, а хоть целую тысячу.

— Ошибаешься. Чтобы перенести 64 кружка, нужно круглым счетом 500 миллиардов лет!

— Но почему это? Ведь число ходов равно только произведению 64 двоек, а это составляет...

— «Только» 18 триллионов с лишком, если называть триллионом миллион миллионов миллионов.

— Погоди, я сейчас перемножу и проверю.

— Прекрасно. А пока будешь умножать, я успею сходить по своим делам, — сказал брат и ушел.

Я нашел сначала произведение 16 двоек, затем умножил этот результат — 65 536 — сам на себя, а то, что получилось, снова на себя. Скучная работа, но я вооружился терпением и проделал ее до конца. У меня получилось такое число:

18 446 744 073 709 551 616.

Брат, значит, был прав...

Набравшись храбрости, я принялся за те задачи, которые брат предложил мне решить самостоятельно. Они оказались не такими уж сложными, а некоторые даже и очень легкими. С 11 монетами в 10 блюдцах дело было до смешного просто: мы клали в первое блюдце первую и одиннадцатую монеты; затем во второе блюдце третью монету, потом четвертую монету и т. д. А где же вторая монета? Ее совсем не клали! В этом и весь секрет. Так же прост секрет отгадывания, в какой руке гривенник: ведь 15 копеек при удвоении дают четное число, а при утроении — нечетное; гривенник же всегда дает четное число; поэтому если в сумме получалось число четное, то, значит, 15 копеек были удвоены, то есть находились в правой руке, а если сумма нечетная, то ясно, что 15 копеек были утроены, то есть находились в левой руке. Решения задач с размещениями монет ясны из прилагаемых чертежей (рис. 10).

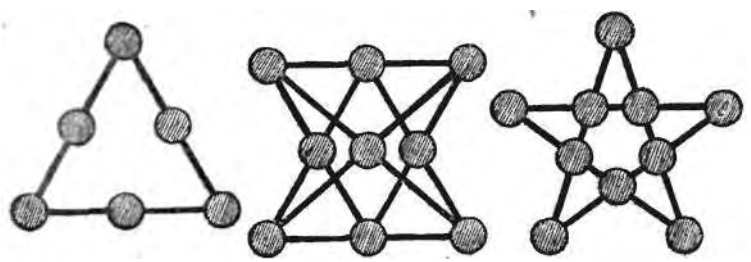


Рис. 10.

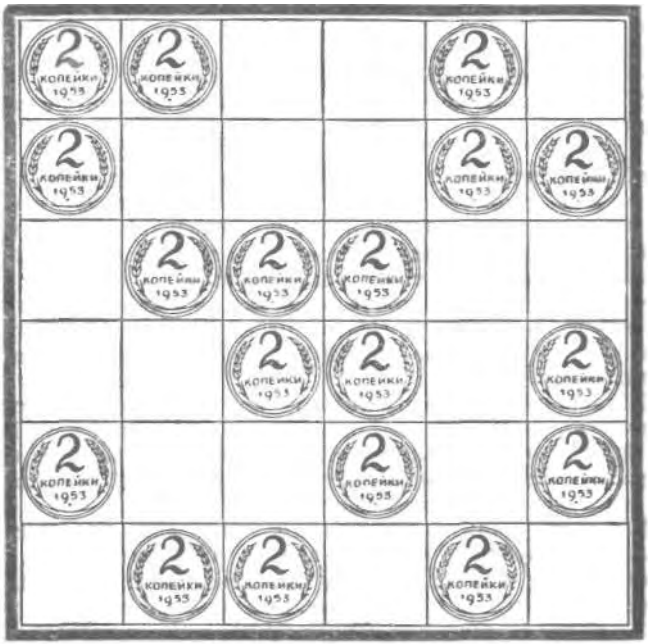


Рис. 11.

Наконец, задача с монетами в квадратиках решается так. как показано здесь на чертеже (рис. 11): 18 монет размещены в квадрате с 36 клетками, и при этом в каждом ряду находится по три монеты.

БЛУЖДАНИЕ В ЛАБИРИНТЕ

Блуждание в лабиринте. — Люди и крысы. — Правило правой или левой руки. — Лабиринты в древности. — Турнефор в пещере. — Решение задачи о лабиринтах.

— Что ты там хохочешь над книжкой? Веселая история? — спросил меня брат.

— Очень. «Трое в одной лодке» Джерома.

— Помню, забавная вещь! Какое место ты сейчас читаешь?

— О том, как толпа людей блуждала в садовом лабиринте и не могла из него выбраться.

— Интересный рассказ! Прочти ка его мне.

Я прочел вслух рассказ о блуждании в лабиринте с самого начала.

«Гаррис спросил, бывал ли я в Гемптон Кортском лабиринте. Ему самому случилось раз побывать там. Он изучил его на плане, и устройство лабиринта оказалось простым до глупости, так что вряд ли стоило платить за вход. Гаррис водил туда одного из своих родственников.

— Пойдемте, если хотите, — сказал он ему. — Только тут нет ничего интересного. Нелепо называть это лабиринтом. Ряд поворотов направо — и вы у выхода. Мы обойдем его в десять минут.

В лабиринте они встретили несколько человек, которые гуляли там уже около часа и рады были бы выбраться. Гаррис сказал, что они могут, если угодно, следовать за ним: он только что вошел и сделает всего один круг. Они ответили, что очень рады, и последовали за ним.

По дороге к ним приставали всё новые лица, пока не собралась вся публика, находившаяся в лабиринте. Люди, потерявшие уже всякую надежду выбраться отсюда и увидеть когда нибудь семью и друзей, ободрялись при виде Гарриса и примыкали к процессии, благословляя его. По словам Гарриса, всех набралось человек двадцать, в том числе одна женщина с ребенком, которая провела в лабиринте целое утро и теперь уцепилась за его руку, чтобы случайно не потерять его. Гаррис все сворачивал направо, но путь оказался очень длинным, и родственник заметил, что лабиринт, по видимому, очень велик.

— О, один из самых обширных в Европе! — подтвердил Гаррис.

— Должно быть, — отвечал родственник, — мы прошли уже добрых две мили.

Гаррис начал чувствовать смущение, но все еще бодрился, пока не наткнулся на кусок пряника, валявшийся на земле. Родственник Гарриса клялся, что видел этот самый кусок семь минут назад.

— О, не может быть! — возразил Гаррис. Но женщина с ребенком заявила, что напротив, очень может быть, так как она сама уронила его еще до встречи с Гаррисом. Она прибавила, что желала бы вовсе не встречаться с Гаррисом, и высказала предположение, что он обманщик. Это привело его в негодование: он извлек карту и изложил свою теорию.

— Карта была бы очень кстати, — заметил один из спутников, — если бы мы знали, где находимся.

Гаррис не знал и заметил, что, по его мнению, самое лучшее вернуться к выходу и начать сызнова. Последняя половина его предложения не возбудила особенного энтузиазма, но первая — относительно возвращения к выходу — была принята единодушно, и все потащились за ним в обратный путь. Минут через десять компания очутилась в центре лабиринта.

Гаррис хотел было сказать, что он сюда и направлялся, но настроение толпы показалось ему опасным, и он сделал вид, что попал сюда случайно.

Во всяком случае, куда нибудь надо было идти. Теперь они знали, где находятся, и потому снова взялись за карту. Казалось, что выбраться ничего не стоит, и они в третий раз тронулись в путь.

Три минуты спустя они снова очутились в центре лабиринта...

После этого они так и не могли развязаться с ним. Куда бы ни направлялись, всякий раз возвращались к центру. Это повторялось так регулярно, что некоторые решили остаться на месте и ждать, пока товарищи не сделают обхода и не вернутся к ним. Гаррис вытащил было карту, но один вид ее привел толпу в бешенство.

В конце концов они окончательно сбились с толку и стали звать сторожа. Тот явился, взобрался на наружную лестницу и крикнул им, куда идти.

Но все уже так одурели, что не могли ничего понять: тогда он крикнул, чтобы они стояли на месте и дожидались его. Они сбились в кучу и стали ждать, а он спустился с лестницы и пошел к ним.

Это был молодой и неопытный сторож; забравшись в лабиринт, он не мог отыскать их и тщетно пытался к ним пробраться; в конце концов он сам заблудился. По временам они видели его мелькавшим то там, то здесь, по ту сторону изгороди, а он, завидев их, устремлялся к ним, но спустя минуту появлялся на том же месте и спрашивал, куда они девались.

Пришлось дождаться, когда один из старых сторожей явился к ним на выручку».

— Все таки они уж чересчур были недогадливы, — сказал я, кончив чтение. — Держать в руках план и не найти дороги — это надо уметь!

— А ты, думаешь, сразу нашел бы?

— Еще бы: по плану!

— Погоди. У меля, кажется, имеется план как раз этого лабиринта, — сказал брат и стал рыться на своей этажерке.

— Так этот лабиринт действительно существует?

— Гемптон Кортский? Конечно. Близ Лондона. Уже 200 лет, как он устроен... Нашел. Так и есть: «план Гемптон Кортского лабиринта». Оказывается, он совсем невелик, этот лабиринт: всего только 1000 квадратных метров.

Брат раскрыл книгу, в которой изображен был небольшой план.

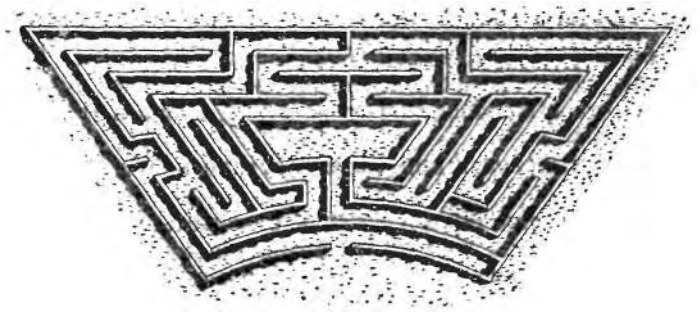


Рис. 12.

— Вообрази, что ты находишься здесь, на центральной площадке лабиринта, и хочешь выбраться наружу. Каким путем направился бы ты к выходу? Заостри спичку и показывай ею дорогу.

Я уставился спичкой в центр лабиринта и смело повел ее отсюда по извилистым ходам плана. Но дело оказалось сложнее, чем я ожидал. Покружив недолго по плану, я очутился... снова на центральной лужайке, точь в точь, как осмеянные мной герои Джерома!

— Видишь: и план не помогает. А крысы справляются с этой задачей без всякого плана.

— Крысы? Какие крысы?

— Те, о которых говорится в этой книге. Ты думаешь, здесь у меня сочинение по садовой архитектуре? Нет, это книга об умственных способностях животных. Чтобы испытать сообразительность крыс, ученые устраивают из гипса маленькое подобие лабиринта и пускают туда испытуемых животных. Здесь говорится, в этой книге, что крысы находили путь в гипсовом лабиринте Гемптон Корта всего только в полчаса, то есть быстрее, чем люди у Джерома.

— А ведь, судя по плану, лабиринт как будто несложный. Не подумаешь, что он такой коварный...

— Существует очень простое правило, зная которое можно смело входить в любой лабиринт без опасения, что не найдешь из него обратного выхода.

— Какое правило?

— Надо идти по лабиринту, ведя по его стенке правой рукой, — или левой, безразлично, — но только одной все время.

— Только и всего?

— Да. Попробуй применить правило на деле, мысленно прогулявшись по этому плану.

Я направил мою спичку в путь, руководясь этим правилом, и действительно довольно скоро дошел от наружного входа до центра лабиринта, & оттуда снова к наружному выходу.

— Превосходное правило!

— Не совсем, — возразил брат.—"Правило это хорошо, чтобы не заблудиться в лабиринте, но оно не годится, чтобы обойти все его дорожки без исключения.

— Однако я ведь побывал сейчас во всех аллеях плана, пи одной не пропустил.

— Ошибаешься: если бы ты отмечал пунктирной линией пройденный путь, то обнаружил бы, что одна аллея осталась непосещенной,

— Какая?

— Я отмечаю ее звездочкой на этом плане (рис. 13),

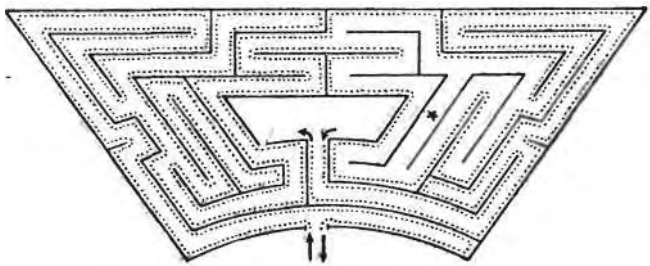


Рис. 13.

Здесь ты не побывал. В иных лабиринтах это правило проведет тебя мимо обширных частей его, так что хотя ты и выйдешь из него благополучно, но осмотришь его далеко не весь.

— А много существует разных лабиринтов?

— Предостаточно. В наше время их устраивают только в садах и парках: блуждаешь под открытым небом между высокими стенами живой изгороди. Но в древности устраивали лабиринты внутри обширных зданий или подземелий. Делалось это с жестокой целью обречь помещенных туда людей на безнадежное блуждание по хитроумной сети коридоров, переходов, зал, доводя до гибели от голода. Таков был, например, легендарный лабиринт на острове Крит, построенный, как гласит предание, по приказанию древнего царя Миноса. Переходы его были так запутаны, что сам строитель его, Дедал, не мог будто бы найти из них выхода. Римский поэт Овидий так описывает это здание:

Выстроив дом лабиринтом с глухими стенами и крышей,
Дедал — тогда замечательный гений в строительном деле —
Здание вывел, в котором особых примет не имелось,
Длинный же ряд коридоров кривых, в направлениях разных
Цепью тянущийся, только лишь путал пытливые взоры.

И прибавляет далее, что

...Дедал пути без числа в своем зданье устроил.

Так что сам затруднялся пробраться к наружному входу.

— Другие лабиринты древности, — продолжал брат, — имели целью охранять могилы царей, защищать их от грабителей. Гробница помещалась в центре лабиринта, так что, если бы алчному искателю погребенных сокровищ даже удалось добраться до них, он не мог бы найти обратного выхода: могила царя оставалась и его могилой.

— Почему же они не пользовались правилом ходьбы по лабиринтам, о котором ты раньше говорил?

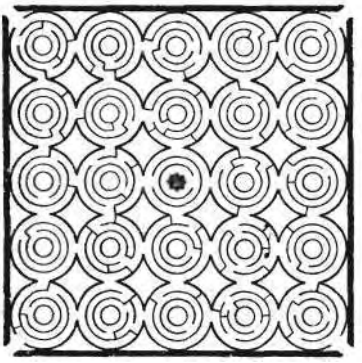


Рис. 14.

— Во первых, в древности об этом правиле никто, по видимому, не знал. Во вторых, я уже объяснял тебе, что оно не всегда дает возможность обойти все закоулки лабиринта. Можно устроить лабиринт так, что пользующийся этим правилом минует то место лабиринта, где находятся скрываемые сокровища.

— А можно ли устроить такой лабиринт, из которого совсем нельзя было бы выйти?

Конечно, кто зашел в него, пользуясь твоим правилом, тот из него выберется. Но если человека завести внутрь и там предоставить блуждать?..

— Древние думали, что, когда пути лабиринта достаточно хорошо запутаны, выбраться из них совершенно невозможно. Однако это не так. Можно доказать с математической достоверностью, что безвыходных лабиринтов устроить нельзя. Мало того: не только из всякого лабиринта можно найти выход, но можно обойти решительно все его закоулки, ни одного не пропустив, и все таки потом благополучно из него выбраться. Надо только взяться за дело, придерживаясь строгой системы, и притом с известными предосторожностями. 200 лет назад французский ботаник Турнефор отважился посетить на острове Крит одну пещеру, о которой существовало предание, что благодаря бесчисленным своим переходам она представляет безвыходный лабиринт. Таких пещер на Крите несколько, и возможно, что они то и породили в древности легенду о лабиринте царя Миноса. Как же поступил французский ботаник, чтобы не заблудиться? Вот что рассказывает об этом его соотечественник, математик Люка.

Брат взял с этажерки старую книгу под заглавием «Математические развлечения» и прочел вслух следующее место, которое я потом переписал:

— «Пробродивши некоторое время со своими спутниками по целой сети подземных коридоров, мы подошли к длинной и широкой галерее, которая привела в обширную залу в глубине лабиринта. Мы сделали, — говорит Турнефор, — в полчаса 1460 шагов по этой галерее, не уклоняясь ни вправо, ни влево... По обе стороны от нее тянется столько коридоров, что в них непременно запутаешься, если не принять необходимых предосторожностей; а так как у нас было сильное желание выбраться из этого лабиринта, то мы и позаботились обеспечить себе обратный путь.

Во первых, мы оставили одного из наших проводников у входа в пещеру и велели ему тотчас же собрать людей из соседней деревни для нашего освобождения, если мы не вернемся к ночи. Во вторых, у каждого из нас в руках было по зажженному факелу. В третьих, на всех поворотах, которые нам казалось затруднительным отыскать впоследствии, мы прикрепляли справа к стене нумерованные бумажки. И, в четвертых, один из наших проводников клал по левую сторону заготовленные им заранее пучки терновника, а другой посыпал дорогу рубленой соломой, которую он все время нес с собой в мешке».

— Все эти хлопотливые предосторожности, — сказал

брат, когда кончил чтение отрывка, — не так необходимы, как тебе, быть может, кажется. Во времена Турнефора, впрочем, иначе и нельзя было поступить, потому что тогда еще задача о лабиринтах не была разрешена. В наши дни выработаны правила странствования по лабиринтам, менее обременительные, но не менее надежные, нежели предосторожности французского ботаника.

— Ты знаешь эти правила?

— Они несложны. Первое правило состоит в том, что, вступив в лабиринт, идут по любому пути, пока не зайдут в тупик или к перекрестку. Если пришли в тупик, возвращаются обратно, и два камешка у выхода из него будут показывать, что этот коридор пройден дважды. Если же приходят к перекрестку, то идут далее по любому коридору, отмечая камешком всякий раз путь, по которому прибыли, и путь, по которому отправляются далее. Таково первое правило. Второе гласит следующее: прибыв по новому коридору на такой перекресток, на котором уже побывали раньше (это видно по камешкам), тотчас же идут назад, положив у конца

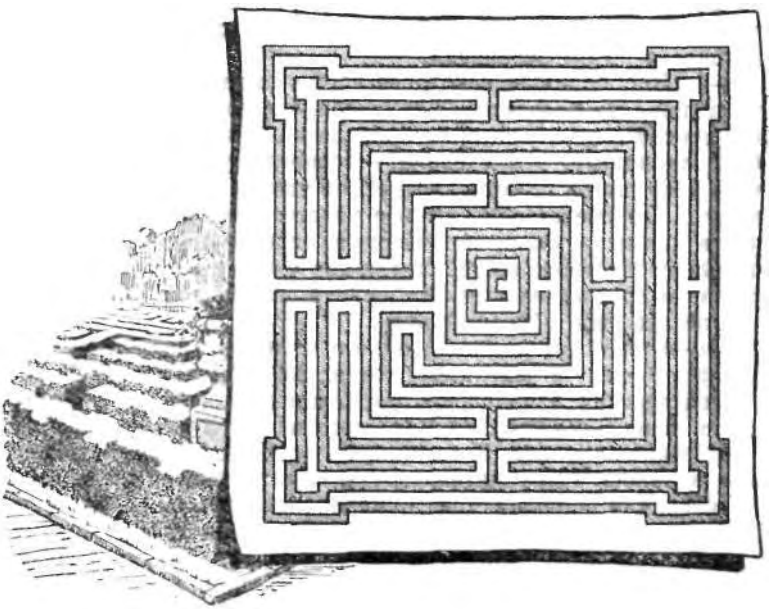


Рис. 15.

коридора два камешка. Наконец, третье правило требует, чтобы, придя на посещенный уже перекресток по коридору, также уже раз пройденному, отметить путь вторым камешком и идти по одному из тех коридоров, по которому еще ни разу не шли. Если такого не оказывается, выбирают коридор, у входа в который лежит всего один камешек (то есть коридор, пройденный всего один раз). Придерживаясь этих трех правил, можно обойти дважды, то есть туда и назад, все коридоры лабиринта, не пропустив ни одного закоулка, и благополучно выбраться на свободу. У меня имеется несколько планов лабиринтов, которые

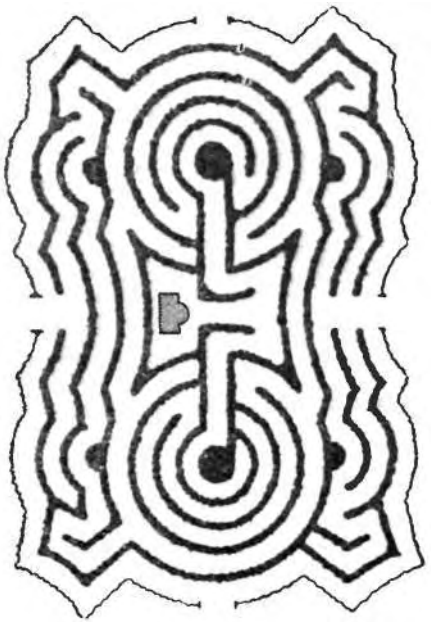
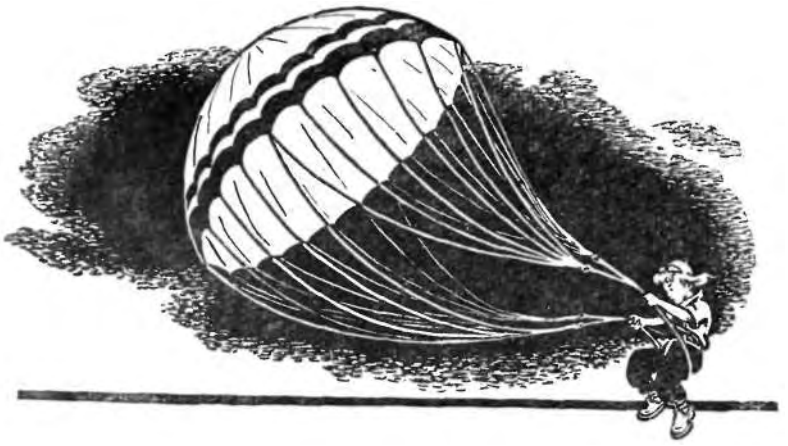


Рис. 16.

я вырезал в разное время из иллюстрированных журналов (рис. 14, 15 и 16). Если хочешь, можешь попытаться совершить по ним путешествие. Надеюсь, что после всего того, что ты уже знаешь, тебе не грозит опасность заблудиться в них. А если у тебя много терпения, можешь на деле осуществить подобный лабиринт — хотя бы Гемптон Кортский, о котором писал Джером,— соорудив его с твоими товарищами на пашем дворе из снега.



ДЛЯ ЮНЫХ ФИЗИКОВ

Искуснее Колумба

«Христофор Колумб был великий человек, — писал один школьник в своем классном сочинении: — он открыл Америку и поставил яйцо». Оба подвига казались юному школьнику одинаково достойными изумления. Напротив, американский юморист Марк Твен не видел ничего удивительного в том, что Колумб открыл Америку: «Было бы удивительно, если бы он не нашел ее на месте».

А я осмеливаюсь думать, что не много стоит второй подвиг великого мореплавателя. Вы знаете, как Колумб поставил яйцо? Попросту придавил его к столу, сломив скорлупу в нижней части. При этом он, разумеется, изменил форму яйца. А как поставить яйцо, не меняя его формы? Этой задачи отважный моряк так и не разрешил.

Между тем это несравненно легче, чем открыть Америку и даже самый крошечный островок. Укажу вам три способа: один — для вареных яиц, другой — для сырых, третий — для тех и других.

Чтобы поставить вареное яйцо, достаточно закружить его пальцами одной руки или между ладонями рук, как кубарь: яйцо завертится стоймя и будет сохранять такое положение

до тех пор, пока вертится. После двух — трех проб опыт удается довольно легко.

Поставить сейчас указанным способом яйцо с ы р о е нельзя: сырые яйца, как вы, вероятно, уже заметили, вертятся плохо. В этом состоит, между прочим, безошибочный способ отличить, не ломая скорлупы, вареное яйцо от сырого. Жидкое содержимое сырого яйца не увлекается в такое же быстрое вращение, как скорлупа, и потому словно тормозит его. Приходится искать другой способ ставить яйца. Способ этот существует. Надо сильно взболтать яйцо несколько раз: при этом желток разрывает свою нежную оболочку и разливается внутри яйца. Если затем вы поставите яйцо на его тупой конец и подержите в таком положении некоторое время, то желток — более тяжелый, нежели белок, — стечет вниз яйца и там соберется. Благодаря этому центр тяжести яйца опустится ниже, и яйцо приобретет большую устойчивость, нежели не подвергнутое такой обработке.

Наконец, есть третий способ поставить яйцо. Яйцо ставят, например, на пробку закупоренной бутылки, а на него помещают пробку с воткнутыми в нее двумя вилками. Вся эта «система» (как выразился бы физик) довольно устойчива и сохраняет равновесие даже при осторожном наклонении бутылки. Но почему же пробка и яйцо не падают? По той же причине, почему не падает карандаш, отвесно поставленный на палец, если в него воткнуть перочинный нож. «Центр тя

Рис. 17.

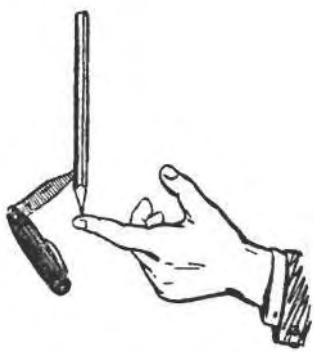


Рис. 18.

жести системы лежит ниже точки опоры», — пояснил бы вам ученый. Это значит, что та точка, к которой приложен вес «системы», расположена ниже того места, на которое она опирается.

Центробежная сила

Раскройте зонтик, уприте его концом в пол, закружите и одновременно бросьте внутрь мячик, скомканную бумагу, носовой платок — вообще какой нибудь легкий и неломкий предмет. Произойдет нечто для вас неожиданное. Зонтик словно не пожелает принять подарка: мяч или бумажный ком сами выползут вверх до краев зонтика, а оттуда полетят по прямой линии.

Силу, которая в этом опыте выбросила мяч, принято называть «центробежная сила», хотя правильнее называть ее «инерция». Она обнаруживается всякий раз, когда тело движется по круговому пути. Это не что иное, как один из случаев проявления инерции — стремления движущегося предмета сохранять направление и скорость своего движения.

С центробежной силой мы встречаемся гораздо чаще, чем сами подозреваем. Вы кружите вокруг руки камень, привязанный к бечевке. Вы чувствуете, как бечевка при этом натягивается и грозит разорваться под действием центробежной силы. Старинное оружие для метания камней — праща — работает той же силой. Центробежная сила разрывает жёрнов[1], если он заверчен слишком быстро и если он недостаточно прочен. Если вы ловки, та же сила поможет вам выполнить фокус со стаканом, из которого вода не выливается, хотя он опрокинут вверх дном: для этого нужно только быстро взмахнуть стаканом над головой, описав круг. Центробежная сила помогает велосипедисту в цирке описывать головокружительную «чертову петлю». Она же отделяет сливки от молока в так называемых центробежных сепараторах; она извлекает мед из сотов в центробежке; она сушит белье,

[1] Жёрнов — мельничный каменный круг для перетирания хлебных зерен в муку.

освобождая его от воды в особых центробежных сушилках, и т. д.

Когда трамвайный вагон описывает кривую часть пути, например при повороте из одной улицы в другую, то пассажиры непосредственно на себе ощущают центробежную силу, которая прижимает их по направлению к внешней стенке вагона. При достаточной скорости движения весь вагон мог бы быть опрокинут этой силой, если бы наружный рельс закругления не был предусмотрительно уложен выше внутреннего: благодаря этому вагон на повороте слегка наклоняется внутрь. Это звучит довольно странно: вагон, покосившийся набок, устойчивее, чем стоящий прямо!

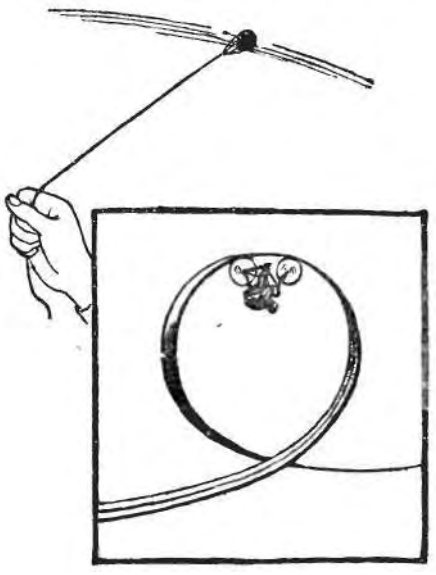


Рис. 20.

А между тем это так и есть. И маленький опыт поможет вам уяснить себе, как это происходит. Сверните картонный лист в виде широкого раструба, а еще лучше, возьмите, если в доме найдется, миску со стенками конической формы. Особенно пригодится для нашей цели конический колпак — стеклянный или жестяной — от электрической лампы. Вооружившись одним из этих предметов, пустите по нему монету, небольшой металлический кружочек или колечко. Они будут описывать круги по дну посуды, заметно наклоняясь при этом внутрь. По мере того как монета или колечко будут замедлять свое движение, они станут описывать всё меньшие круги, приближаясь к центру посуды. Но ничего не стоит легким поворотом посуды заставить монету снова катиться быстрее — и тогда она удаляется от центра, описывая всё большие круги. Если она разгонится очень сильно, то может и совсем выкатиться из посуды.

Для велосипедных состязаний на так называемом велодроме устраиваются особые круговые дорожки, — и вы можете видеть, что дорожки эти, особенно там, где они круто за

ворачивают, устроены с заметным уклоном к центру. Велосипед кружится по ним в сильно наклоненном положении — как монета в вашей чашке — и не только не опрокидывается, но, напротив, именно в таком положении приобретает особенную устойчивость. В цирках велосипедисты изумляют публику тем, что описывают круги по круто наклоненному настилу. Вы понимаете теперь, что в этом нет ничего необычного. Напротив, было бы трудным искусством для велосипедиста так кружиться по ровной, горизонтальной дорожке. По той же причине наклоняется внутрь на крутом повороте и всадник с лошадью.

От этих мелких явлений перейдем к более крупному. Земной шар, на котором мы живем, есть вращающаяся вещь, и на ней должна проявляться центробежная сила. В чем же она сказывается? В том, что вследствие вращения Земли все вещи на ее поверхности становятся легче. Чем ближе к экватору, тем больший круг успевают сделать вещи за 24 часа,—тем, значит, они быстрее вращаются и оттого больше теряют в весе. Если килограммовую гирю перенести с полюса на экватор и здесь вновь взвесить на пружинных весах, то обнаружится нехватка в весе на 5 г. Разница, конечно, невелика; но, чем тяжелее вещь, тем эта нехватка крупнее. Паровоз, приехавший из Архангельска в Одессу, становится здесь легче на 60 кг — вес взрослого человека. А линейный корабль в 20 тысяч т, прибывший из Белого моря в Черное, теряет здесь в весе — ни мало ни много — 80 т. Это вес хорошего паровоза!

Отчего это происходит? Оттого, что земной шар, вращаясь, стремится разбросать с его поверхности все вещи, как зонтик в нашем опыте выкидывает брошенный в него мяч. Он бы и скинул их, но этому мешает то, что Земля притягивает все вещи к себе. Мы называем это притяжение «тяжестью». Скинуть вещи с Земли вращение не может, а уменьшить их вес — может. Вот почему вещи становятся немного легче вследствие вращения земного шара.

Чем быстрее вращение, тем уменьшение веса должно становиться заметнее. Ученые вычислили, что если бы Земля вращалась не так, как теперь, а в 17 раз быстрее, то на экваторе вещи потеряли бы свой вес целиком: они стали бы невесомы. А если бы Земля вращалась еще быстрее — например, делала бы полный оборот всего в 1 час, — то вещи потеряли бы целиком свой вес не только на самом экваторе, но и во всех странах и морях, близких к экватору.

Подумайте только, что это значит: вещи потеряли свой вес! Ведь это значит, что не будет такой вещи, кото

рой вы не могли бы поднять: паровозы, каменные глыбы, исполинские пушки, целые военные корабли со всеми машинами и орудиями вы поднимали бы как перышко. А если бы вы их уронили — неопасно: они никого не раздавят. Не раздавят потому, что вовсе и не упали бы: ведь они ничего не весят! Они парили бы в воздухе там, где выпустили их из рук. Если бы, сидя в корзине воздушного шара, вы вздумали ронять свои вещи за борт, они никуда не упали бы, а так и остались бы в воздухе. Удивительный это был бы мир! Прыгать вы могли бы так высоко, как никогда и во сне не прыгали: выше самых высоких сооружений и гор. Но только не забывайте: подпрыгнуть очень легко, а назад спрыгнуть невозможно. Лишенные веса, вы сами на землю не упадете.

Будут и другие неудобства в этом мире. Вы сами сообразите, какие: все вещи — и малые и большие, если они не прикреплены,— будут подниматься от малейшего, едва заметного ветерка и носиться в воздухе. Люди, животные, автомобили, телеги, корабли — все беспорядочно металось бы в воздухе, ломая, коверкая и калеча друг друга...

Вот что произошло бы, если бы Земля вращалась значительно быстрее.

Десять вертушек

На прилагаемых рисунках вы видите всевозможные вертушки, изготовленные на 10 различных ладов. Они дадут вам возможность проделать целый ряд забавных и поучительных опытов. Изготовление их не требует особого искусства: вы можете сделать их сами без посторонней помощи и каких либо расходов.

Рассмотрим же, как эти вертушки устроены.

1. Если в ваши руки попадет костяная пуговица с пятью дырочками — вроде той, которая изображена рядом, то ничего нет легче, как превратить ее в юлу. Через среднюю дырочку — она то нам только и нужна — вы протыкаете туго спичку с заостренным концом, и юла готова. Она будет вертеться не только на заостренном, но и на тупом конце своей оси: для этого нужно закружить ее, как обычно

Рис. 21.

делается, держа ось между пальцами, а потом проворно уронить юлу на тупой конец — она будет на нем вертеться, забавно раскачиваясь в стороны.

2. Можно обойтись и без пуговицы с дырочкой посередине. Пробка всегда имеется под рукой. Срежьте от нее кружок, проткните спичкой — и вы имеете вертушку номер 2 (рис. 22).

3. На рисунке 23 вы «идите довольно необычную юлу — грецкий орех, который вертится на остром выступе. Чтобы превратить подходящий орех в юлу, достаточно только загнать в него с притуплённого конца спичку, которую потом и закручивать.

4. Еще лучше раздобыть плоскую и широкую пробку (от горчичных баночек и тому подобной посуды). Накалите же

Рис. 22.

Рис. 23.

Рис. 24.

лезную проволоку или вязальную спицу и прожгите ею вдоль оси пробки канальчик для спички. Такая юла вертится долго и устойчиво.

5. Своеобразная вертушка изображена на следующем рисунке: круглая коробочка от пилюль, проткнутая заостренной спичкой. Чтобы коробочка прочно держалась на оси, не скользя вдоль нее, нужно залить отверстие сургучом (рис. 24).

6. Очень интересную юлу вы видите внизу. К окружности ее картонного кружка привязаны на ниточках круглые пуговицы (от женских ботинок). Когда юла вертится, пуговицы отбрасываются вдоль радиусов кружка, натягивая нити и наглядно обнаруживая действие уже знакомой нам центробежной силы.

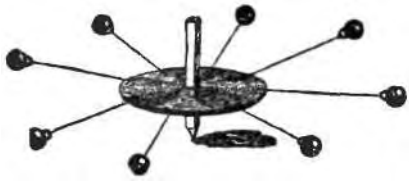


Рис. 25.

7. То же, но на иной манер показывает вертушка (рис. 26). В пробочный кружок юлы воткнуты булавки с нанизанными на них разноцветными бусинками, которые мо

гут свободно скользить по булавке. При вращении юлы бусинки отгоняются центробежной силой к головкам булавок. Если вращающаяся юла хорошо освещена, то булавочные стержни сливаются в сплошную серебряную ленту, которая окаймляется пестрым кругом из сливающихся бусин. Чтобы дольше любоваться этой юлой, нужно пускать ее на гладкой тарелке.

Рис.. 26.

8. Цветная юла (рис. 27). Изготовить ее хлопотливо, но она вознаграждает за затраченный труд, обнаруживая удивительные свойства. Выньте донышко из круглой аптечной коробочки и проткните его заостренным концом ненужной вставочки, зажав, для прочности, между двумя пробочными кружочками. Теперь разделите картонный кружок на одинаковые части прямыми линиями, идущими от середины к краям, как делят круглый торт; полученные доли — математик сказал бы: «секторы» — закрасьте попеременно в желтый и синий цвета. Что вы увидите, когда юла завертится? Кружок будет казаться не синим и не желтым, а зеленым. Синий и желтый цвета, сливаясь в нашем глазу, дадут новый цвет — зеленый.

Рис. 27.

Вы можете продолжить ваши опыты над смешением цветов. Заготовьте кружок, секторы которого окрашены попеременно в голубой и оранжевый цвета. На этот раз кружок при вращении будет уже не желтый, а белый (вернее — светло серый, тем более светлый, чем чище ваши краски). В физике такие два цвета, которые при смещении дают белый, называются «дополнительные». Наша вертушка показала нам, следовательно, что голубой и оранжевый цвета — дополнительные.

Если у вас имеется хороший набор красок, вы можете отважиться повторить опыт, впервые проделанный 200 лет назад знаменитым английским ученым Ньютоном. А именно: раскрасьте секторы кружка семью цветами радуги: в фиолетовый, синий, голубой, зеленый, желтый, оранжевый, красный. При вращении все семь цветов должны слиться в серовато белый цвет. Этот опыт поможет вам понять, что каждый луч белого солнечного цвета слагается из многих цветных лучей.

Видоизменение наших опытов с цветной юлой состоит в следующем: когда юла уже вертится, накиньте на нее бумаж-

Рис. 28.

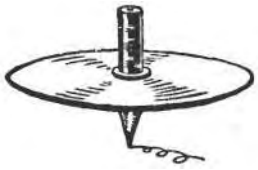


Рис. 29.

ное кольцо — кружок сразу изменит свой цвет (рис. 28).

9. Пишущая юла (рис. 29). Устройте юлу, как сейчас было рассказано, но только осью ее пусть будет не заостренный обрезок вставочки, а очинённый мягкий карандаш. Заставьте такую юлу вертеться на картонном листе, положенном немного наклонно. Юла будет, вращаясь, постепенно спускаться по наклонному картону, рисуя карандашом завитки. Их легко сосчитать, а так как каждый завиток образуется при одном обороте юлы, то, следя за ее вращением с часами в руках [1], нетрудно будет определить, сколько раз оборачивается юла каждую секунду. Просто глазом этого, конечно, сосчитать невозможно.

Далее изображен другой вид пишущей юлы. Чтобы ее изготовить, нужно добыть свинцовый кружок из тех, которые подвешиваются к краям штор, чтобы они натягивались. В центре кружка нужно просверлить дырочку (свинец мягок, и сверлить его легко), а по обе стороны ее — еще по дырочке.

Через среднюю дырочку кружок надевают на заостренную палочку, а через одну из боковых дырочек продевают отрезок конского волоса или щетинку так, чтобы они высовывались вниз чуть больше оси юлы; в таком положении волос закрепляют обломком спички. Третья дырочка оставляется неиспользованной; мы просверлим ее только для того, чтобы свинцовый кружок по обе стороны оси имел совершенно одинаковый вес,— иначе юла, неравномерно нагруженная, не будет плавно вращаться.

Теперь пишущая юла готова; но для опытов с нею нам нужно загото

Рис. 30.

[1] Впрочем, отсчитывать секунды можно и без часов, определяя их непосредственным устным счетом. Но для этого надо предварительно приучиться произносить слова «раз», «два», «и три», «и четыре», «и пять»... так, чтобы на произнесение каждого числа уходила ровно 1 секунда.

Не думайте, что это трудное искусство, — чтобы ему научиться, потребуется всего какой нибудь десяток минут упражнения, не более.

вить закопченную тарелку. Подержав донышко тарелки над пламенем керосиновой лампы или свечки до тех пор, пока поверхность не покроется ровным слоем густой копоти, пускаем юлу по этой закопченной поверхности. Она будет, вращаясь, скользить по ней, а конский волос тем временем начертит белым по черному запутанный, но довольно красивый узор (рис. 30).

10. Венцом ваших стараний явится последняя вертушка — юла карусель. Впрочем, ее сделать гораздо легче, чем кажется с первого взгляда. Кружок и осевой стержень здесь такие же, как в знакомой уже нам цветной юле. В кружок втыкают булавочки с флажками, располагая их симметрично около оси, и приклеивают крошечных бумажных лошадок с всадниками: маленькая карусель для увеселения вашего младшего брата или сестренки готова (рис. 31).

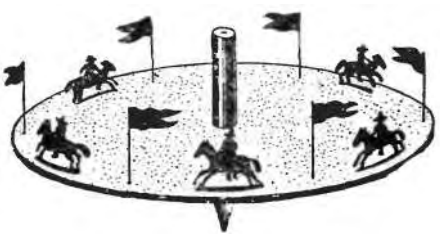


Рис. 31.

Удар

Сталкиваются ли между собой две лодки, два трамвайных вагона или два крокетных шара, несчастный ли это случай или только очередной ход в игре, физик обозначает такое происшествие одним коротким словом: «удар». Удар длится краткий миг; но если ударяющиеся предметы, как обычно и бывает, упруги, то в это мгновение успевает совершиться весьма многое. В каждом упругом ударе физик различает три периода. В первом периоде удара оба столкнувшихся предмета сжимают друг друга в том месте, где они соприкасаются. Тогда наступает второй период удара, когда взаимное сжатие достигает наибольшей степени; внутреннее противодействие, возникшее в ответ на сжатие, мешает дальнейшему сжатию, так как уравновешивает надавливающую силу. В третий период удара сила противодействия, стремясь восстановить форму тела, измененную в первый период, расталкивает предметы в противоположные стороны: ударяющий предмет словно получает свой удар обратно. И мы действительно наблюдаем, что если, например, крокетный шар ударяет в другой, неподвижный, одинакового веса, то вследствие обратного удара

налетевший шар останавливается на месте, а шар, бывший неподвижным, откатывается со скоростью первого шара.

Очень интересно следить за тем, что происходит, когда шар налетает на целую цепь соприкасающихся шаров, расставленных прямой шеренгой. Удар, полученный крайним шаром, как бы проносится через цепь, но все шары остаются неподвижно на местах, и только крайний шар, самый отдаленный от места удара, стремительно отлетает в сторону, так как ему некому больше передать удара и получить его обратно.

Рис. 32.

Этот опыт можно проделать с крокетными шарами, но он хорошо удается и с шашками или с монетами. Расположите шашки в прямой ряд — можете и очень длинный, но непременно так, чтобы они примыкали вплотную одна к другой. Придержав пальцем крайнюю шашку, ударьте по ее ребру деревянной линейкой: вы увидите, как с другого конца отлетит крайняя шашка, а все промежуточные сохранят свои места.

Яйцо в стакане

Клоуны в цирках изумляют иногда публику тем, что сдергивают скатерть с накрытого стола, но вся столовая посуда — тарелки, стаканы, бутылки — невредимо остается на своих местах. Здесь нет ни чуда, ни обмана — это дело ловкости, которая изощряется продолжительным упражнением.

Такого проворства рук вам, конечно, не достичь. Но проделать подобный же опыт в маленьком виде будет совсем не

трудно. Приготовьте на столе стакан, до половины налитый водой, и почтовую карточку (еще лучше — половину ее); далее, попросите у старших ссудить вам для опыта широкое (мужское) кольцо и запасите яйцо, сваренное вкрутую. Располагаете вы эти четыре предмета так: стакан с водой покрывается карточкой; на нее кладете кольцо, на которое стоймя опирается яйцо. Можно ли выдернуть карточку так, чтобы яйцо не покатилось на стол?

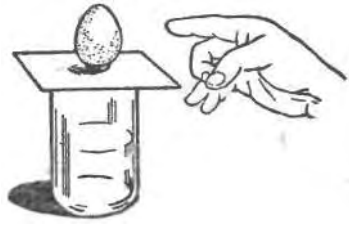


Рис. 33.

На первый взгляд это так же трудно, как выдернуть скатерть, не уронив на пол расставленной на ней посуды. Но вы проделаете эту замысловатую вещь одним удачным щелчком по краю карточки. Карточка вышибается и летит на другой конец комнаты, а яйцо... яйцо вместе с кольцом оказываются невредимыми в стакане с водой. Вода смягчает удар и охраняет скорлупу от поломки.

Достигнув надлежащей ловкости, можно рискнуть проделать этот опыт с сырым яйцом.

Объяснение этого маленького чуда в том, что вследствие кратковременного удара яйцо не успевает получить от вышибаемой карточки сколько нибудь заметной скорости; между тем сама карточка, непосредственно получившая удар, успевает выскользнуть. Оставшись без опоры, яйцо падает отвесно в подставленный стакан.

Если опыт этот не удается вам сразу, напрактикуйтесь предварительно в выполнении более легкого опыта такого же рода. Положите на ладонь руки почтовую карточку (лучше— половину ее), а поверх нее монету потяжелее. Затем щелчком вышибите карточку из под монеты: бумага выскользнет., но монета останется на руке. Опыт особенно хорошо удается, если вместо почтовой карточки взять железнодорожный билет.

Необычная поломка

Странствующие фокусники выполняют нередко красивый опыт, который кажется удивительным и необычным, хотя довольно просто объясняется. На двух бумажных кольцах подвешивается довольно длинная палка; она опирается на них своими концами, сами же кольца перекинуты: одно — через

лезвие бритвы, другое — через хрупкую курительную трубку. Фокусник берет другую палку и со всего размаха ударяет ею по первой. И что же? Палка ломается, а бумажные кольца и трубка остаются совершенно невредимыми!..

Объяснение этого опыта — то же, что и предыдущего. Удар настолько быстр, действие настолько кратковременно, что ни

Рис. 34.

бумажные кольца, ни концы ударяемой палки не успевают получить никакого перемещения. Движется только та часть палки, которая непосредственно подверглась удару, и палка оттого переламывается. Секрет успеха, следовательно, в том, чтобы удар был очень быстр, отрывист. Медленный, вялый удар не переломит палки, а разорвет бумажные кольца.

Большие искусники среди фокусников ухитряются даже переламывать палку, опирающуюся на край двух тонких стаканов, — и стекло остается неповрежденным.

Я рассказываю это не для того, конечно, чтобы предложить проделать подобные фокусы. Вам придется примириться с более скромным видоизменением этих опытов. Положите на край низкого стола или скамейки два карандаша так, чтобы часть их свободно выступала, и на эти свободные концы положите тонкую и длинную палочку. Сильный и быстрый удар ребром линейки посередине лежащей палочки переломит ее пополам, но карандаши, на которые она опиралась концами, останутся на прежних местах.

После этого вам будет понятно, почему орех невозможно расколоть плавным, хотя и сильным давлением ладони, но очень легко раздробить сильным ударом кулака; в последнем случае удар не успевает распространиться по мясистой части кулака, и мягкие мускулы наши, не уступая напору ореха, действуют на него как твердое тело.

По той же причине пуля пробивает в окне маленькую круглую дырочку, а брошенный рукой камешек, менее стремительно летящий, разбивает в осколки все стекло. Еще более мед

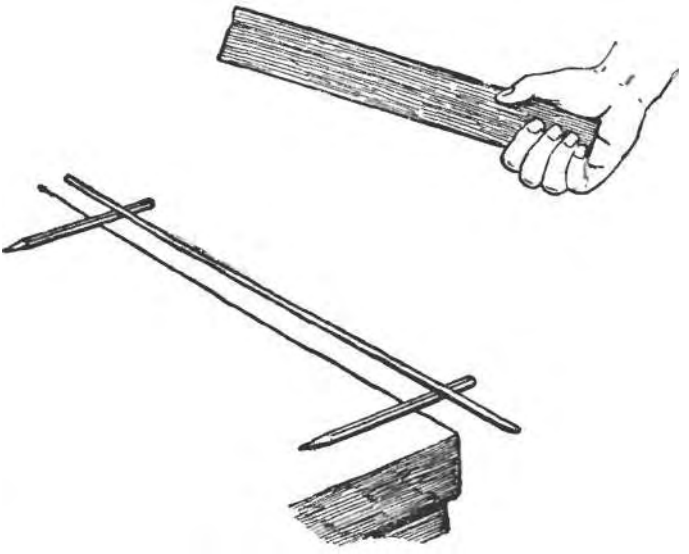


Рис. 35.

ленный толчок сможет повернуть оконную раму в петлях; ни пуля, ни камень этого сделать не могут.

Наконец, еще пример такого же явления представляет перерезывание стебля ударом прута. Напирая медленно прутом, хотя бы с большой силой, вы не перережете стебля, а только отклоните в сторону. Ударив же с размаху, вы перережете его наверняка, если только, конечно, стебель не слишком толст. И здесь, как в предыдущих случаях, быстротой движения прута достигается то, что удар не успевает передаться всему стеблю. Он сосредоточивается только на небольшом, непосредственно затронутом участке, который и принимает на себя все последствия удара.

Наподобие подводной лодки

Свежее яйцо в воде тонет — это знает каждая опытная хозяйка. Желая убедиться, свежи ли яйца, она испытывает их именно таким образом: если яйцо тонет — оно свежее, если всплывает — непригодно для еды. Физик выводит из этого наблюдения то, что свежее яйцо весит больше, чем такой же

объем чистой воды. Я говорю: «чистой» потому, что нечистая — например, соленая — вода весит больше.

Можно приготовить такой густой раствор соли в воде, что яйцо будет легче вытесняемого им рассола. Тогда — по закону плавания, открытому еще в древности Архимедом, — самое свежее яйцо будет в такой воде всплывать.

Рис. 36.

Используйте ваши познания для следующего поучительного опыта: вы можете заставить яйцо ни тонуть, ни всплывать, а словно висеть внутри жидкости. Физик назвал бы такое состояние яйца «взвешенным». Для этого вы должны приготовить раствор соли в воде такой крепости, чтобы погруженное в него яйцо вытесняло ровно столько рассола, сколько оно само весит. Получить подобный раствор можно только после нескольких проб: немного подливая воды, если яйцо всплывает, или немного прибавляя более крепкого рассола, если яйцо тонет. При некотором терпении вам удастся наконец приготовить рассол, в котором погруженное яйцо не всплывает и не тонет, а остается неподвижным в том месте, куда его поместили.

В подобном состоянии находится подводная лодка. Она может держаться ниже уровня воды, не падая на дно, только тогда, когда весит ровно столько, сколько вытесняет воды. Чтобы придать ей как раз такой вес, матросы напускают внутрь ее, в особые вместилища, воду извне; когда же нужно подняться, воду выкачивают,

Дирижабль — не самолет, а именно дирижабль — плавает в воздухе по той же самой причине: подобно яйцу в соленой воде, дирижабль вытесняет ровно столько тонн воздуха, сколько он сам весит.

Плавучая игла

Можно ли заставить стальную иглу плавать на поверхности воды, как соломинку? Как будто бы невозможно: сплошной кусочек железа, хотя бы и маленький, должен ведь непременно потонуть в воде.

Так думают многие, и если вы находитесь в числе этих «многих», то следующий опыт заставит вас переменить свое мнение.

Возьмите обыкновенную, только не слишком толстую швейную иголку, обмажьте ее слегка маслом или жиром и положи

те аккуратно на поверхность воды в чашке, ведерке или стакане. К вашему изумлению, игла не пойдет ко дну. Она будет держаться на поверхности.

Почему же, однако, она не тонет? Ведь сталь все таки тяжелее воды. Безусловно, она в семь — восемь раз тяжелее, и, очутись игла под водой, она никак не могла бы всплыть сама собой, как всплывает спичка. Но наша игла под воду не погружается. Чтобы найти причину, рассмотрите внимательно поверхность воды возле плавающей иглы. Вы увидите, что близ нее вода образует вогнутость, небольшую долину, на дне которой и лежит игла.

Изгибается водная поверхность возле нашей иглы потому, что игла, покрытая тонким слоем жира, не смачивается водой. Вы заметили, вероятно, что, когда у вас руки жирные, то вода, налитая на них, оставляет кожу сухой, то есть не смачивает ее. Перья гуся и всех вообще плавающих птиц всегда покрыты жиром, выделяемым особой железой; вот почему вода не пристает к ним («что с гуся вода»). Вот почему без мыла, которое растворяет слой жира и удаляет его с кожи, нельзя вымыть жирных рук даже и горячей водой. Жирная иголка тоже не смачивается водой и потому оказывается на дне водяной лощинки, поддерживаемой водяной пленкой, которая стремится расправиться. Вот это то стремление воды расправить свою вдавленную иглой поверхность выталкивает иглу из воды, не давая ей затонуть.

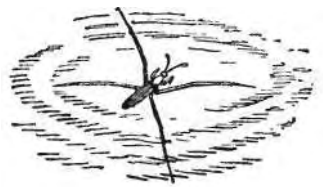


Рис. 37.

Так как руки наши всегда немного жирны, то и без намеренного обмазывания жиром игла в наших руках уже покрыта тонким слоем его. Можно поэтому заставить плавать иглу, не покрывая ее нарочно жиром, — надо только изловчиться очень осторожно положить ее на воду. Это можно сделать так: положить иглу на лоскуток папиросной бумаги, а затем постепенно, сгибая вниз края листочка другой иглой, погрузить всю бумажку под воду. Лоскуток упадет на дно, а игла останется на поверхности.

Если теперь вам случится наблюдать насекомое водомерку, шагающую по воде, как по суше, то вы уже не будете поставлены этим в тупик. Вы догадаетесь, что лапки насекомого покрыты жиром, не смачиваются водой и оттого образуют под собой вдавленность, которая, стремясь выпрямиться, подталкивает насекомое снизу.

Водолазный колокол

Для этого опыта годится обыкновенный умывальный таз; но, если вы сможете получить глубокую и широкую банку, опыт проделать удобнее. Кроме того, нам понадобится еще высокий стакан или большой бокал. Это будет ваш водолазный колокол, а таз с водой представит уменьшенное подобие моря или озера.

Едва ли есть опыт проще этого. Вы держите стакан вверх дном, погружаете его на дно таза, продолжая придерживать рукой (чтобы вода его не вытолкнула). При этом вы легко можете заметить, что вода внутрь стакана почти не проникает: воздух не допускает ее. Это становится гораздо нагляднее, когда под вашим колоколом находится какой нибудь легко намокающий предмет, например кусочек сахара. Положите на воду пробковый кружок, на него сахар и прикройте сверху стаканом. Теперь опускайте стакан в воду. Сахар очутится ниже уровня воды, но останется сухим, так как вода под стакан не проникнет.

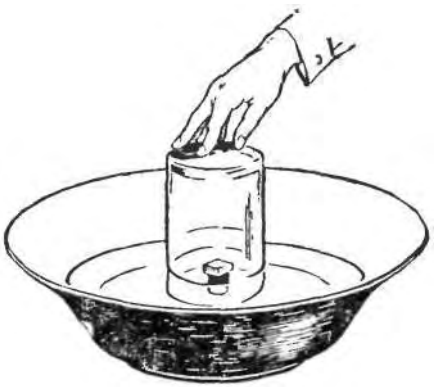


Рис. 38.

Тот же опыт можно проделать и со стеклянной воронкой, если, повернув 'ее широким концом вниз, плотно закрыть пальцем ее отверстие и тогда погрузить в воду. Вода под воронку не проникает; но стоит вам отнять палец от отверстия и тем дать воздуху выход, чтобы вода быстро поднялась в воронке до уровня окружающей воды.

Вы видите, что воздух не есть «ничто», как мы привыкли думать; он занимает определенное место и не уступает его другим вещам, если ему некуда податься.

Эти опыты должны наглядно объяснить вам также, как люди могут находиться и работать под водой в водолазном колоколе или внутри тех широких труб, которые называются «кессоны». Вода не проникает внутрь водолазного колокола или кессона по той же причине, по какой не втекает она под стакан в нашем опыте.

Почему не выливается?

Описываемый далее опыт — один из самых легких для исполнения. Это первый физический опыт, который я проделал в дни моей юности. Наполните стакан водой, покройте его почтовой карточкой или бумажкой и, слегка придерживая карточку пальцами, переверните стакан вверх дном. Теперь можете руку убрать: бумажка не отпадет, вода не выльется, если только бумажка совершенно горизонтальна.

В таком виде вы можете смело переносить стакан с места на место — даже, пожалуй, с большим удобством, чем при обычных условиях: вода не расплескивается. При случае вам нетрудно будет изумить ваших знакомых, принеся — в ответ на просьбу дать напиться — воду в опрокинутом стакане...

Что же удерживает карточку от падения, преодолевая вес стоящей над ней воды? Давление воздуха: оно действует на карточку снаружи с силой, которая, как легко рассчитать, гораздо больше, чем вес воды в стакане, то есть 200 г.

Тот, кто впервые показал и объяснил мне этот опыт, обратил мое внимание также на то, что для успешности опыта вода должна наполнять стакан весь — от дна до краев. Если она занимает часть стакана, а остальное место занято воздухом, то опыт может не удаться: воздух внутри стакана будет давить на бумажку, уравновешивая давление наружного воздуха, и, следовательно, она должна отпасть.

Узнав это, я решил тотчас же проделать опыт с неполным стаканом, чтобы самому увидеть, как бумажка отпадает. Представьте же мое удивление, когда я увидел, что она и тогда не отпадает! Повторив опыт несколько раз, я убедился, что карточка держится так же хорошо, как и при полном стакане.

Это послужило для меня наглядным уроком того, как следует изучать явления природы. Высшим судьей в естествознании должен быть опыт. Каждую теорию, какой бы правдоподобной она ни казалась нашему уму, следует проверять

опытом. «Поверяя и проверяя» — таково было правило первых исследователей природы (флорентийских академиков) в XVII веке; таково оно и для физика XX века. И если при поверке теории окажется, что опыт не подтверждает ее, то надо доискаться, в чем именно теория погрешает.

В нашем случае нетрудно найти ошибку рассуждения, на первый взгляд такого убедительного. Отогнем осторожно один угол бумажки в тот момент, когда она закрывает снизу отверстие незаполненного стакана. Мы увидим, что через воду пройдет воздушный пузырь. Что это показывает? Конечно, то, что воздух в стакане более разрежен, чем воздух снаружи: иначе наружный воздух не устремлялся бы в пространство над водой. В этом и вся разгадка: в стакане хотя и остается воздух, но менее плотный, чем наружный, а следовательно, слабее давящий. Очевидно, при опрокидывании стакана вода, опускаясь вниз, вытесняет из него часть воздуха; оставшаяся же часть, распространяясь в прежнем объеме, разрежается и давит слабее.

Вы видите, что даже простейшие физические опыты при внимательном к ним отношении могут навести на серьезные размышления. Это те малые вещи, которые поучают великому.

Сухим из воды

Сейчас вы убедились, что воздух, окружающий нас со всех сторон, давит с значительной силой на все вещи, с которыми он соприкасается. Опыт, который мы собираемся описать, еще нагляднее докажет вам существование этого, как физики говорят, «атмосферного давления».

Положите на плоскую тарелку монету или металлическую пуговицу и налейте воды. Монета очутится под водой. Вынуть ее теперь голыми руками, не замочив пальцев и не выливая воды из тарелки, конечно, невозможно, — скажете вы. И ошибетесь, потому что это вполне возможно.

Рис. 40.

Вот как надо это сделать. Зажгите внутри стакана бумажку и, когда воздух нагреется, опрокиньте стакан на тарелку рядом с монетой так, чтобы монета не очутилась под стаканом. Теперь смотрите, что будет. Ждать придется недол

го. Бумага под стаканом, конечно, сразу погаснет, и воздух начнет в стакане остывать. По мере же его остывания вода будет как бы втягиваться стаканом и вскоре вся соберется там, обнажив дно тарелки.

Подождите минуту, чтобы монета обсохла, и берите ее, не замочив пальцев.

Понять причину этих явлений нетрудно. Когда воздух в стакане нагрелся, он расширился, как и все нагретые тела; избыток его нового объема вышел из стакана. Когда же оставшийся воздух начал остывать, его уже стало недостаточно, чтобы в холодном состоянии оказывать прежнее давление, то есть уравновешивать наружное давление атмосферы. Вода под стаканом теперь испытывает поэтому на каждый сантиметр своей поверхности меньшее давление, чем в открытой части тарелки: неудивительно, что она вгоняется под стакан, втискиваемая туда избытком давления наружного воздуха. Следовательно, вода, в сущности, не «втягивается» стаканом, не всасывается им, как кажется при первом взгляде, а вдавливается под стакан извне.

Теперь, когда вам известна причина происходящих здесь явлений, вы поймете также, что нет надобности для опыта пользоваться горящей бумажкой или намоченной спиртом горящей ваткой (как часто советуют), вообще каким либо пламенем. Достаточно сполоснуть стакан кипятком, и опыт удастся столь же хорошо. Все дело в том, чтобы нагреть воздух в стакане, а каким способом это будет достигнуто — совершенно безразлично.

Легко, например, проделать тот же опыт в следующем виде. Выпив чаю, опрокиньте стакан, пока он еще горяч, над блюдцем, в которое вы налили немного чаю заранее, чтобы в момент опыта он уже успел охладиться. Через минуту — две чай из блюдца соберется под стакан.

Парашют

Из листа папиросной бумаги приготовьте круг поперечником в несколько ладоней. Посередине вырежьте кружок шириной в несколько пальцев. К краям большого круга привяжите нитки, продев их через дырочки; концы ниток — они должны быть одинаковой длины — привяжите к какому нибудь легкому грузику. Вот все устройство парашюта — уменьшенного подобия того большого зонта, который спасает жизнь летчикам, вынужденным почему либо покинуть свою машину.

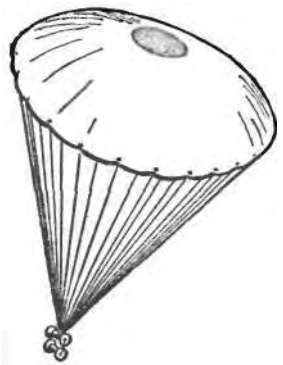


Рис. 41.

Чтобы испытать, как служит ваш миниатюрный парашют, уроните его из окна верхнего этажа грузиком вниз. Груз натянет нитки, бумажный круг расправится, парашют плавно полетит вниз и мягко достигнет земли. Это — в безветренную погоду. А при ветре, даже слабом, ваш парашют будет подхвачен вверх, унесется прочь от дома и спустится где нибудь далеко.

Чем больше «зонт» парашюта, тем больший груз вы сможете подвесить к нему (груз необходим, чтобы парашют не был перевернут), тем медленнее он будет падать в безветренную погоду и тем дальше будет он путешествовать по ветру.

Но почему парашют держится так долго? Конечно, вы догадываетесь, что парашюту мешает падать воздух; не будь при грузе привязанного к нему бумажного листа, груз стремительно упал бы на землю. Бумажный лист увеличивает поверхность падающей вещи, почти ничего не прибавляя к ее весу; а чем больше поверхность предмета, тем заметнее сопротивляется воздух его движению.

Если вы уяснили себе это, вы поймете, почему носятся в воздухе пылинки. Обычно говорят: пыль плавает в воздухе потому, что она легче его. Это совершенно неверно.

Что такое пылинки? Мелкие частицы камня, глины, металла, дерева, угля и т. п. Но ведь все эти материалы в сотни и тысячи раз тяжелее воздуха: камень — в 1500 раз, железо — в 6000 раз, дерево — в 300 раз и т. п. Значит, пылинки нисколько не легче воздуха; напротив, они во много раз тяжелее его и никак не могли бы плавать в нем, подобно щепкам в воде.

Поэтому всякая пылинка твердого или жидкого тела непременно должна падать в воздухе, должна «тонуть» в нем. Она и падает, но только падение ее происходит примерно так, как падает парашют. Дело в том, что у очень маленьких крупинок поверхность уменьшена не так сильно, как уменьшен их вес; другими словами, мельчайшие крупинки обладают поверхностью весьма большой по сравнению с их весом. Если сравните дробинку с круглой пулей, которая в 100 раз тяжелее ее, то поверхность дробинки окажется меньше поверхности пули всего только в 10 раз. Это значит, что у дробинки поверхность, если сравнить ее с весом, вдесятеро больше, чем

у пули. Вообразите, что дробинка продолжает уменьшаться, пока не станет в миллион раз легче пули, то есть превратится в свинцовую пылинку. У этой пылинки поверхность, по сравнению с весом, в 1000 раз больше, чем у пули. Воздух мешает ее движению в 1000 раз сильнее, чем движению пули. И оттого она парит в воздухе, то есть падает едва заметно, а при малейшем ветре уносится даже вверх.

Змея и бабочка

Из почтовой карточки или из листа плотной бумаги вырежьте кружок величиной с отверстие стакана. Затем прорежьте его ножницами по спиральной линии в виде свернувшейся змеи, кончик хвоста змеи наложите, слегка подавив его сначала, чтобы сделать маленькую ямку в бумаге, на острие вязальной спицы, воткнутой в пробку. Завитки змеи при этом опустятся, образуя нечто вроде спиральной лестницы.

Рис. 42.

Теперь змея готова. Можно приступить к опытам с нею. Поместите ее около топящейся кухонной плиты: змея завертится, и тем проворнее, чем плита горячее. Вообще возле всякого горячего предмета — лампы, самовара — змея будет более или менее оживленно вращаться, вращаться без устали и остановки, пока предмет остается горячим. Очень быстро вертится змея, если подвесить ее над керосиновой лампой, продев через кончик хвоста нитку с узелком.

Что же заставляет змею вращаться? То же, что вращает крылья ветряной мельницы: ток воздуха. Возле каждого нагретого предмета есть течение теплого воздуха, поднимающегося вверх. Происходит этот ток оттого, что воздух при нагревании, как и все тела (кроме ледяной воды), расширяется и, значит, становится разреженнее, то есть легче. Окружающий воздух, более холодный, а следовательно, и более плотный и тяжелый, вытесняет его, заставляет его

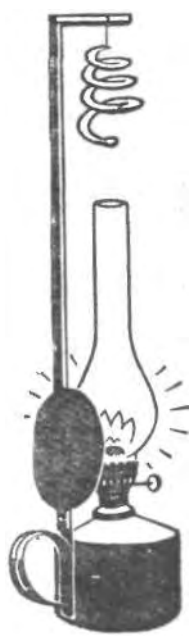


Рис. 43.

подниматься вверх, сам заступая его место, но, тотчас же нагревшись, он разделяет его участь и вытесняется новой порцией более холодного воздуха. Таким образом, каждый нагретый предмет порождает над собой восходящее течение воздуха, которое поддерживается все время, пока предмет теплее окружающего воздуха. Другими словами, от каждого нагретого предмета дует вверх незаметный теплый ветерок. Он то и ударяет в завитки нашей бумажной змеи и заставляет ее вертеться, как ветер вертит крылья мельницы.

Вместо змеи можно заставить вращаться и бумажку иной формы — например, в виде бабочки. Лучше вырезать ее из папиросной бумаги и, перевязав посередине, подвесить на очень тонкой ниточке или на волосе. Подвесьте такую бабочку над лампой, и она закружится, как живая. К тому же бабочка отбросит на потолок свою тень, которая будет повторять в усиленном виде все движения вращающейся бумажной бабочки. Человеку, не знающему, в чем тут дело, покажется, что в комнату залетела крупная черная бабочка и судорожно порхает под самым потолком.

Можно поступить еще и так: воткнуть иглу в пробку, положить вырезанную из бумаги бабочку на острие иглы, подперев ее в такой точке, чтобы бабочка держалась в равновесии (точку эту — центр тяжести нашей бабочки — придется отыскивать рядом проб). Бабочка быстро завертится, если вблизи находится какой нибудь теплый предмет. К такой вертушке достаточно даже приблизить ладонь руки, чтобы вызвать довольно оживленное вращение.

С расширением воздуха при нагревании и с его восходящими теплыми течениями мы встречаемся положительно на каждом шагу.

Все знают, что в натопленной комнате самый теплый воздух скопляется у потолка, а самый холодный стекает к полу. Оттого нам и кажется зачастую, что дует снизу в ноги, когда комната еще недостаточно нагрелась. Если приоткрыть дверь из теплой комнаты в холодную, холодный воздух втекает снизу, а теплый вытекает вверху; пламя свечи возле двери укажет направление этих течений. Желая сохранить тепло в натопленной комнате, вы должны позаботиться о том, чтобы через щель под дверью не втекал холодный воздух. Для этого достаточно прикрыть эту щель ковриком или хотя бы даже просто газетным листом. Тогда теплый воздух, не вытесняемый снизу холодным, не сможет выходить через верхние щели комнаты.

А что такое тяга в печи или в фабричной трубе, как не восходящий ток теплого воздуха?

Мы могли бы еще сказать о теплых и холодных течениях в нашей атмосфере, о пассатах, муссонах, бризах и тому подобных ветрах, но это отвлекло бы нас слишком далеко.

Лед в бутылке

Легко ли зимой получить бутылку льда? Казалось бы, что может быть легче, если на дворе мороз. Налить воды в бутылку, выставить за окно, а остальное предоставить морозу. Холод заморозит воду, и получится бутылка, полная льду.

Однако, если выполнить этот опыт, вы убедитесь, что дело не так просто. Лед то получается, но бутылки уже не оказывается: она раскалывается под напором замерзающего льда. Происходит это оттого, что вода, замерзая, довольно заметно увеличивается в объеме, примерно на десятую долю. Расширение происходит с такой неудержимой силой, что не только закупоренные бутылки лопаются, но даже и у открытых бутылок откалывается горлышко от напора расширяющегося под ним льда; вода, замерзшая в горлышке, превращается Словно в ледяную пробку, закупоривающую бутылку.

Рис. 44.

Сила расширения замерзающей воды может разрывать даже металл, если слой его не очень толст. Вода на морозе разрывает 5 сантиметровые стенки железной бомбы. Неудивительно, что так часто разрываются водопроводные трубы, когда в них замерзает вода.

Расширением воды при замерзании объясняется и то, что лед на воде плавает, а не падает на дно. Если бы при затвердевании вода сжималась — как почти все другие жидкости, то лед, образовавшись в воде, не плавал бы на ее поверхности, а тонул бы. И тогда мы лишились бы тех услуг, которые доставляет нам каждую зиму

...батюшка мороз,
Наш природный, наш дешевый
Пароход и паровоз.

Перерезать лед, оставив его целым

Вы, вероятно, слыхали, что куски льда под давлением «смерзаются». Это не значит, что куски льда замерзают еще сильнее, когда на них давят. Как раз наоборот: при сильном давлении лед тает, но, едва только образовавшаяся при этом холодная вода освобождается от давления, она снова замерзает (потому что температура ее ниже 0°). Когда мы сдавливаем куски льда, происходит следующее. Концы тех выступающих частей, которые соприкасаются между собой и подвергаются сильнейшему давлению, тают, образуя воду при температуре ниже нуля. Вода эта уходит в стороны, в мелкие пустые промежутки между выступами; там она, не испытывая уже повышенного давления, тотчас же замерзает, спаивая таким образом осколки льда в один сплошной кусок.

Проверить сказанное вы можете на следующем красивом опыте. Выберите ледяной брусок, обоприте его концы на края двух табуреток, стульев или каким нибудь другим способом. Поперек бруска перекиньте петлю из тонкой стальной проволоки в 80 сантиметров длины; толщина проволоки — полмиллиметра или немного меньше. К концам проволоки привесьте пару утюгов или какую нибудь другую тяжелую вещь, весом 10 килограммов. Под давлением груза проволока вре

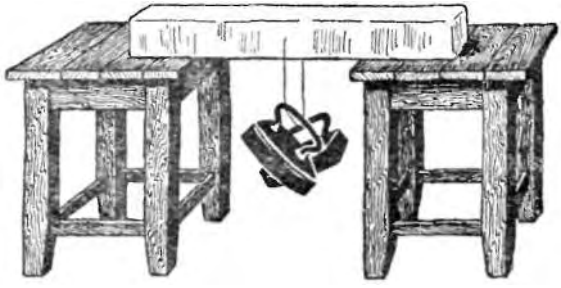


Рис. 45.

жется в лед, медленно пройдет через весь брусок, но... брусок не распадется. Берите его смело в руки: он совершенно цел, словно его и не разрезали!

После того, что сказано было раньше о смерзании льда, вы поймете, в чем разгадка этого странного явления. Под давлением проволоки лед таял, но вода, перейдя поверх проволоки и освободившись там от давления, тотчас замерзала. Коро

че сказать, пока проволока резала нижние слои, верхние снова смерзались.

Лед — единственное вещество в природе, с которым можно сделать подобный опыт. Оттого то по льду можно ездить на санях и кататься на коньках. Когда конькобежец опирается весом своего тела на коньки, лед под этим давлением тает (если мороз не слишком силен) и конек скользит; но, переходя на другое место, конек и здесь вызывает таяние. Куда ни ступит нога конькобежца, всюду он превращает тонкий слой льда под сталью конька в воду, которая, освободившись от давления, вновь замерзает. Поэтому, хотя лед в мороз и сух, но под коньками он всегда смазан водой. В этом и причина его скользкости.

Передача звука

Случалось ли вам наблюдать издали за человеком, рубящим дерево? Или, быть может, вы следили за тем, как вдали от вас работает плотник, вколачивая гвозди? Вы могли заметить при этом очень странную вещь: удар раздается не тогда, когда топор врезается в дерево или когда молот ударяет по гвоздю, а позже, когда топор или молот уже поднят прочь.

Если вам придется наблюдать это еще раз, отойдите на некоторое расстояние назад или продвиньтесь вперед. После нескольких проб вы найдете такое место, куда звуки ударов топора или молота доносятся как раз в момент видимого удара. Возвратитесь тогда на прежнее место — и вы снова заметите несовпадение звуков с ударами.

Теперь вам уже легче догадаться, в чем причина этих загадочных явлений. Звук требует некоторого времени, чтобы от места своего возникновения дойти до вашего уха; свет же пробегает это расстояние почти мгновенно. И может случиться, что, пока звук странствует через воздух к вашему уху, топор или молот успели уже подняться для нового удара. Тогда глаз увидит то, что слышит ухо; вам покажется, что звук совпадает не с опусканием, а с поднятием инструмента. Но если вы отойдете назад или подвинетесь вперед как раз на такое расстояние, которое пробегается звуком за время одного взмаха топора, то к моменту, когда звук дойдет до вашего уха, топор снова успеет опуститься. Тогда, конечно, вы увидите и услышите удар одновременно, но только это будут разные удары: вы видите последний удар, но слышите удар прошлый — предпоследний или еще более ранний.

Сколько же пробегает звук в воздухе за 1 секунду времени? Это в точности измерено: круглым счетом около $^1/_3$ километра. Каждый километр звук проходит в 3 секунды, и если человек, рубящий дерево, взмахивает топором дважды в секунду, то вам достаточно находиться на расстоянии 160 метров, чтобы звук топора совпадал с его поднятием. Свет же пробегает в воздухе каждую секунду почти в миллион раз больше, нежели звук. Вы понимаете, конечно, что для всех расстояний на Земле мы можем смело считать скорость света мгновенной.

Звук передается не только через воздух, но и через другие газообразные, жидкие и твердые тела. В воде звук бежит в четыре раза быстрее, чем в воздухе, и под водой отчетливо слышен всякий шум. Рабочие в подводных кессонах (больших отвесных трубах) прекрасно слышат береговые звуки. Рыбаки вам расскажут, как разбегаются рыбы от малейшего подозрительного шума на берегу.

Еще лучше и быстрее передают звук твердые упругие материалы, например чугун, дерево, кости. Приставьте ухо к торцу длинного деревянного бруса или бревна и попросите товарища ударить ногтем или палочкой по противоположному концу: вы услышите гулкий звук удара, переданный через всю длину бруса. Можно даже, если кругом достаточно тихо и не мешают посторонние шумы, услышать через брус тиканье часов, приставленных к противоположному концу. Так же хорошо передается звук через железные рельсы или балки, через чугунные трубы, даже через почву. Приложив ухо к земле, можно расслышать топот лошадиных ног задолго до того, как он донесется по воздуху; а звуки пушечных выстрелов можно услышать этим способом от таких отдаленных орудий, грохот которых по воздуху совсем не доносится.

Так хорошо передают звук только у п р у г и е твердые материалы; мягкие же ткани, рыхлые, неупругие материалы очень плохо передают через себя звук — они его «поглощают». Вот почему вешают толстые занавеси на дверях, если хотят, чтобы звук не достигал соседней комнаты. Ковры, мягкая мебель, платье действуют на звук подобным же образом.

Колокол

В числе материалов, хорошо передающих звуки, я упомянул в предыдущей статье про к о с т и. Хотите убедиться, что *кости вашего собственного черепа обладают этим свойством?*

Захватите зубами колечко карманных часов и зажмите руками уши; вы услышите вполне отчетливо мерные удары балансира, заметно более громкие, нежели тикание, воспринимаемое ухом через воздух. Эти звуки доходят до вашего уха через кости головы.

Вот еще забавный опыт, доказывающий хорошую передачу звуков через кости черепа. Привяжите к середине бечевки столовую ложку так, чтобы бечевка имела два свободных конца. Концы эти прижмите пальцами к закрытым ушам и, подавшись корпусом вперед, чтобы ложка могла свободно раскачиваться, ударьте ею о какое нибудь твердое тело. Вы услышите низкий гул, словно возле самого вашего уха раздается колокольный звон.

Еще лучше удается опыт, если вместо ложки взять тяжелые щипцы для углей.

Рис. 46.

Страшная тень

— Хочешь увидеть нечто необычное?.. — обратился ко мне старший брат как то вечером. — Пойдем со мной в соседнюю комнату.

Комната была темная. Брат взял свечу, и мы пошли. Отважно шагал я впереди, смело открыл дверь и храбро вступил первым в комнату. Но вдруг я обомлел: со стены глядело на меня какое то нелепое чудовище. Плоское, как тень, оно пялило на меня свои глаза.

Признаюсь, я изрядно струсил. И, наверное, кинулся бы бежать, если бы сзади меня не раздался смех брата.

Оглянувшись, я понял, в чем дело: висевшее на стене зеркало было сплошь закрыто бумажным листом с вырезан-

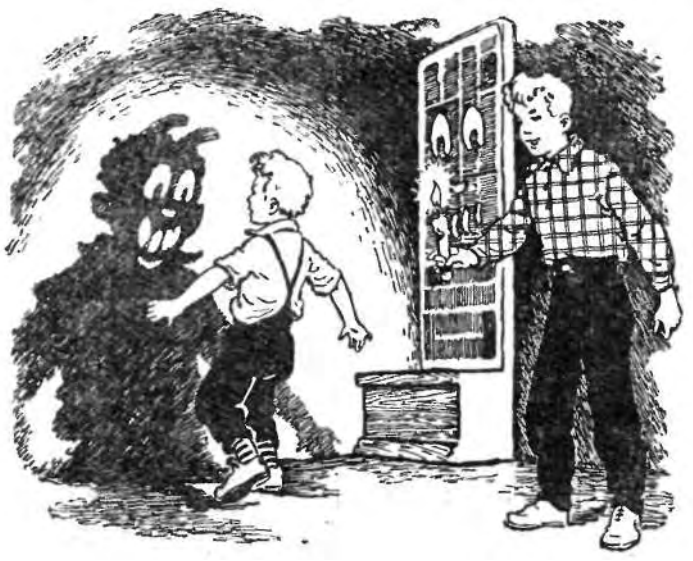


Рис. 47.

ными в нем глазами, носом и ртом, а брат направлял на него свет свечи так, чтобы отражение этих участков зеркала попадало как раз на мою тень.

Вышел большой конфуз: я испугался собственной тени...

Когда я потом пробовал сыграть ту же шутку с товарищами, я убедился, что расположить зеркало нужным образом не так то просто. Пришлось немало упражняться, прежде чем я овладел этим искусством. Лучи света отражаются от зеркала по определенным правилам, а именно так, что угол, под каким они встречают зеркало, равен тому углу, под каким они от него отражаются. Когда я узнал это правило, мне уже нетрудно было сообразить, как надо поместить свечу относительно зеркала, чтобы светлые пятна упали как раз в требуемые места тени.

Измерить яркость света

Свеча на двойном расстоянии светит, разумеется, слабее. Но во сколько раз? В два раза? Нет, если вы поставите на двойном расстоянии две свечи, они не дадут прежнего освещения. Чтобы получить освещение, одинаковое с прежним, надо

на двойном расстоянии поставить не две, а дважды две — четыре свечи. На тройном расстоянии придется поставить не три, а трижды три, то есть девять свечей, и т. д. Это показывает, что на двойном расстоянии сила освещения ослабевает в четыре раза, на тройном — в девять раз, на четвертном — в 4×4, то есть в 16 раз, на пятикратном — в 5 × 5, то есть в 25 раз, и т. д. Таков закон ослабления освещения с расстоянием. И таков же, заметим заодно, закон ослабления звука: звуки ослабевают на шестикратном расстоянии не в шесть, а в 36 раз [1].

Зная этот закон, мы можем воспользоваться им, чтобы сравнить между собой яркость двух ламп, вообще двух источников света различной силы. Вы желаете, например, узнать, во сколько раз ваша лампа светит сильнее простой свечки; другими словами, хотите определить, сколькими обыкновенными свечами нужно было бы эту лампу заменить, чтобы получить такое же освещение.

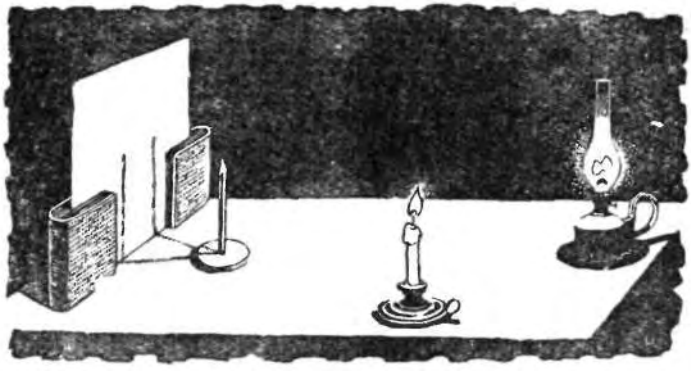


Рис. 48.

Для этого вы располагаете лампу и зажженную свечу на одном конце стола, а на другом ставите отвесно (зажав, например, между страницами книги) лист белого картона. Перед этим листом, недалеко от него, устанавливаете, также отвесно,

[1] Этим объясняется, что в театре шепот вашего соседа заглушает для вас громкий голос актера на сцене. Если сцена находится от вас всего в 10 раз дальше, чем сосед, то голос актера ослабевает в 100 раз по сравнению с тем, каким вы слышали бы его, если бы тот же звук исходил из уст вашего соседа. Неудивительно, что для вас он тише шепота. По той же причине так важно, чтобы ученики в классе сохраняли тишину во время объяснений учителя: слова учителя достигают учеников (особенно далеко сидящих) настолько ослабленными, что даже тихий шепот близкого соседа совершенно заглушает их.

какую нибудь палочку, например карандаш. Он отбрасывает на картон две тени: одну — от лампы, другую — от свечи. Густота этих двух теней, вообще говоря, различна, потому что обе они освещены: одна — яркой лампой, другая — тусклой свечой. Приближая свечу, вы можете достигнуть того, что обе тени сравняются в черноте. Это будет означать, что сейчас сила освещения лампы как раз равна силе освещения свечи. Однако лампа находится дальше от освещаемого ею картона, нежели свеча; измерьте, во сколько раз она дальше, — и вы сможете определить, во сколько раз лампа я р ч е свечи. Если, например, лампа в три раза дальше от картона, чем свеча, то яркость ее в 3Х3, то есть в девять раз больше яркости свечи. Почему так — легко понять, если вспомнить, каков закон ослабления силы освещения.

Другой способ сравнить силу света двух источников состоит в том, что пользуются масляным пятном на бумаге. Такое пятно кажется светлым, если освещено сзади, и темным, если освещено спереди. Но можно расположить сравниваемые источники по обе стороны пятна на таких расстояниях, что оно кажется освещенным с обеих сторон одинаково. Тогда остается лишь измерить расстояния источников от пятна и сделать те вычисления, которые мы проделали в предыдущем случае. А чтобы сравнивать одновременно обе стороны пятна, лучше поместить бумагу с пятном у зеркала; тогда можно видеть одну сторону прямо, другую — в зеркале. Как это сделать, вы, конечно, сообразите сами.

Вниз головой

> Комната, в которую вступил Иван Иванович, была совершенно темна, потому что ставни были закрыты, и солнечный луч, проходя в дыру, сделанную в ставне, принял радужный цвет и, ударяясь в противостоящую стену, рисовал на ней пестрый ландшафт из очеретяных крыш, деревьев и развешанного на дворе платья, всё только в обращенном виде.
>
> *Гоголь. Повесть о том, как поссорились Иван Иванович с Иваном Никифоровичем.*

Если в вашей квартире или в квартире ваших знакомых имеется комната с окнами на солнечную сторону, то вы легко можете превратить ее в физический прибор, который носит старинное латинское название «камера обскура» (по русски это означает «темная комната»). Для этого понадобится только просверлить в ставнях небольшое отверстие, которое, если сделать его аккуратно, нисколько их не испортит. За

крыв в солнечный день ставни и все двери комнаты, чтобы в ней было темно, вы помещаете против отверстия, на некотором от него расстоянии, большой лист бумаги или простыню: это ваш «экран». На нем тотчас же появится уменьшенное изображение всего того, что можно видеть из комнаты, глядя в просверленное отверстие. Дома, деревья, животные, люди появятся на экране в натуральных цветах, но в перевернутом виде: дома — вниз крышей, люди — вниз головой и т. п.

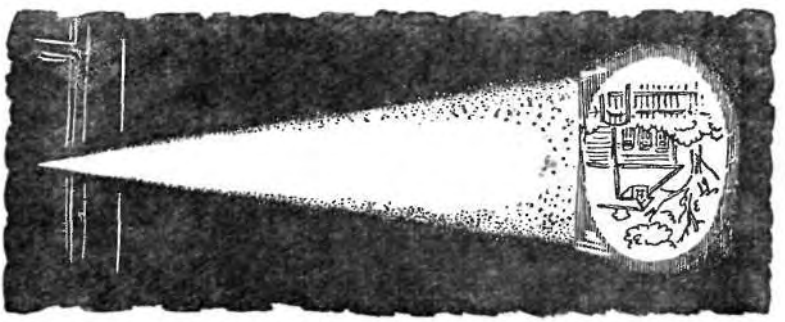


Рис. 49.

Что доказывает этот опыт? Что свет распространяется по прямым линиям: лучи от верхней части предмета и лучи от нижней его части перекрещиваются в отверстии ставен и идут далее так, что первые лучи оказываются внизу, а вторые — вверху. Если бы лучи света были не прямые, а искривлялись или изламывались, получилось бы нечто совсем иное.

Замечательно, что форма отверстия нисколько не влияет на получаемые изображения. Просверлите ли вы круглую дырочку или проделаете квадратное, треугольное, шестиугольное и тому подобные отверстия, изображение получается на экране одинаковое. Случалось ли вам наблюдать на земле под густым деревом овальные светлые кружочки? Это не что иное, как изображения солнца, нарисованные лучами, которые проходят через разнообразные промежутки между листьями. Они кругловатые, потому что солнце круглое, и вытянутые, потому что падают на землю косо. Подставьте лист бумаги под прямым углом к лучам солнца — вы получите на нем совершенно круглые пятна. А во время солнечного затмения, когда темный шар луны надвигается на солнце, заслоняя его и превращая в яркий серп, круглые пятна под деревьями превращаются в маленькие серпы,

Тот аппарат, которым работают фотографы, есть не что иное, как такая же камера обскура, но только в отверстие ее вставлен объектив, чтобы изображение получилось более яркое и отчетливое. В заднюю стенку вставляется в такой камере матовое стекло, на котором и получаются изображения—конечно, вниз головой; фотограф может рассматривать его, только накрыв камеру и себя темной материей, чтобы посторонний свет не мешал глазам.

Некоторое подобие такой фотографической камеры вы можете смастерить сами. Раздобудьте удлиненный закрытый ящик и просверлите в одной его стенке дырочку. Выньте стенку против просверленного отверстия и натяните вместо нее промасленную бумагу — она будет заменять матовое стекло. Поместив ящик в темную комнату и приставив его дырочкой к отверстию в ставне, увидите на задней стенке довольно отчетливое изображение наружного мира — опять, конечно, в перевернутом виде.

Удобство вашей камеры в том, что, имея ее, вы уже не нуждаетесь в темной комнате, а можете вынести ее на открытое место и поставить куда угодно. Вам понадобится только покрывать свою голову и камеру темной материей, чтобы посторонний свет не мешал различать изображения, получающиеся на промасленной бумаге.

Перевернутая булавка

Сейчас мы беседовали о камере обскуре, объясняли, как ее сделать, но не сообщили одной интересной вещи: каждый человек всегда носит в себе пару маленьких камер обскур. Это наши глаза. Глаз устроен совершенно наподобие того ящика, который я предлагал вам изготовить. То, что называют «зрачком» глаза, есть не черный кружок на глазу, а отверстие, ведущее в темную внутренность нашего органа зрения. Отверстие это обтянуто снаружи прозрачной оболочкой и прикрыто студенистым, также прозрачным веществом под ней; сзади к зрачку прилегает прозрачный «хрусталик», имеющий форму двояковыпуклого стекла, а вся внутренность глаза, за хрусталиком до задней стенки, на которой рисуется изображение внешних предметов, заполнена прозрачным веще

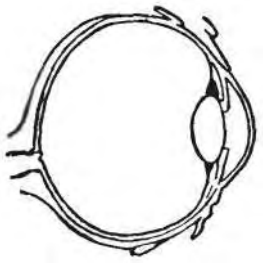


Рис. 50.

ством. Вид нашего глаза в разрезе изображен здесь на рисунке. Но все это не мешает глазу оставаться камерой обскурой, только усовершенствованной, так как в глазу получаются более яркие и отчетливые изображения. Изображения эти на дне глаза очень мелки: например, 8 метровый телеграфный столб, который мы видим с расстояния 20 м от нас, рисуется на дне глаза в виде тончайшей черточки, примерно в полсантиметра длиной.

Но самое интересное здесь то, что, хотя все изображения получаются в глазу, как и в камере обскуре, перевернутыми, мы все же видим предметы в прямом виде. Происходит это переворачивание в силу долговременной привычки: мы привыкли пользоваться своими глазами так, что каждый полученный зрительный образ приводим в естественное положение.

Что действительно так происходит, вы можете проверить на опыте. Постараемся устроить, чтобы на дне глаза получилось не перевернутое, а прямое изображение предмета. Что мы тогда увидим? Так как мы привыкли переворачивать все зрительные образы, то перевернем и этот образ; значит, мы должны в этом случае увидеть не прямое, а перевернутое изображение. Так и бывает в самом деле. Следующий опыт обнаруживает это весьма наглядно.

Проколите булавкой отверстие в почтовой карточке и держите ее против окна или лампы примерно в 10 сантиметрах от правого глаза; перед карточкой же держите булавку так, чтобы ее головка приходилась против дырочки. При таком расположении предметов вы увидите булавку словно помещенную позади отверстия, а главное — в перевернутом виде. На рисунке 51 показан этот необычный вид. Двиньте булавку немного вправо — глаз ваш увидит, что она двинулась влево.

Рис. 51.

Причина та, что булавка на дне глаза рисуется в данном случае не в переверну

том виде, а в прямом. Отверстие в карточке играет здесь роль источника света, отбрасывающего тень от булавки. Тень эта падает на зрачок, и изображение ее получается не перевернутое, так как она чересчур близка к зрачку. На задней стенке глаза получается светлый кружок; это — изображение отверстия в карточке. А на нем видны темные очертания булавки — ее тень в прямом виде. Нам же кажется, что мы через отверстие карточки видим булавку позади нее (так как видна только та часть булавки, которая помещается в отверстии) и притом в перевернутом виде, потому что по укоренившейся привычке мы бессознательно переворачиваем все получаемые зрительные образы.

Зажигание льдом

Мальчиком я любил смотреть, как старший мой брат зажигал папироску увеличительным стеклом. Подставит стекло под лучи солнца, наведет яркое пятнышко на кончик папиросы, и она задымится синеватой струйкой, затлеет.

— А знаешь, — сказал мне брат как то зимой: — можно ведь и льдом зажечь папироску.

— Льдом? — изумился я.

— Зажигает, конечно, не лед, а солнце, но лед собирает его лучи, вот как это стекло.

— Ты, значит, хочешь сделать зажигательное стекло изо льда?

— Сделать изо льда стекло я не могу, да и никто не может. Но сделать зажигательную чечевицу изо льда — это мы сможем.

— Что это такое: чечевица?

— Придадим льду такую форму, как у этого стекла, вот и получится чечевица: круглая, выпуклая, посередине толстая, по краям тонкая.

— И будет зажигать?

— Будет зажигать.

— Но ведь она холодная!

— Ничего не значит. Хочешь, попробуем.

Брат начал с того, что велел мне принести таз для умывания. Я принес, но брат забраковал его:

— Не годится: видишь, дно плоское. Надо с кривым дном.

Когда я принес другой таз, брат налил в него чистой воды и выставил на мороз:

— Пускай промерзнет до дна; тогда у нас и будет ледяная чечевица: одна сторона плоская, другая — выпуклая.

— Такая большая?

— Чем крупнее, тем лучше: больше солнечных лучей соберет в одну точку.

На другой день с утра я побежал поглядеть на наш таз. Вода замерзла в нем до самого дна.

— Славная будет чечевица! — говорил брат, постукивая по льду пальцем. — А теперь давай ее вынимать из таза.

Это оказалось делом нехитрым. Брат поставил ледяной таз в другой, где налита была горячая вода, — и лед быстро оттаял у стенок. Мы вынесли таз со льдом на двор и выложили чечевицу на доску.

Рис. 52.

— Погодка хорошая! — сказал брат, щуря глаза на солнце. — Самая подходящая для зажигания. Ну ка, держи папироску.

Я держал папиросу, а брат, ухватив чечевицу двумя руками, обратил ее к солнцу так, чтобы самому не заслонять его лучей. Долго примеривался он, прежде чем удалось ему направить яркое пламя от чечевицы прямо на папиросу. Когда пятнышко останавливалось на моих руках, я чувствовал, какое оно горячее. Я уже не сомневался, что льдина зажжет папиросу.

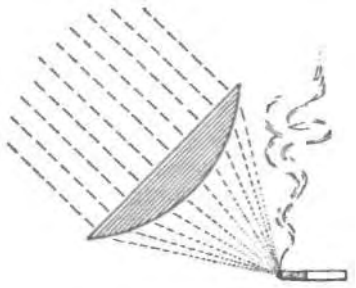


Рис. 53.

И действительно, когда пятнышко покрыло конец папиросы и продержалось там с минуту, она затлелась, и от нее пошел синеватый дымок.

— Ну вот, мы и зажгли льдом, — сказал брат, беря тлеющую папиросу в рот. — Так можно хоть на самом полюсе зажечь костер без спичек — были бы дрова!

Магнитная игла

Вы уже умеете заставить иглу плавать на поверхности воды. Воспользуйтесь здесь своим искусством для нового, более интересного опыта. Раздобудьте магнит — хотя бы маленький подковообразный магнит. Если приблизить его к блюдцу с плавающей в нем иглой, то иголка послушно подплывет к

соответствующему краю блюдца. Она будет заметно проворнее делать это, если, прежде чем положить ее на воду, вы проведете по ней несколько раз магнитом (проводить надо непременно одним концом магнита и притом в одном направлении, а не туда и обратно). От этого иголка сама становится магнитом, намагничивается, и потому подплывает даже и к простому, немагнитному железному предмету.

С магнитной иглой вы можете сделать много любопытных наблюдений. Предоставьте ее самой себе, не привлекая к краю блюдца железом или магнитом. Она займет на воде определенное направление, именно с севера на юг, как стрелка компаса. Поверните блюдце — игла по прежнему будет указывать одним концом на север, другим — на юг. Приблизьте к одному концу один конец (полюс) магнита — и вы увидите, что игла вовсе не обязательно притянется к нему именно этим концом. Она может отвернуться от него, чтобы приблизить свой противоположный конец. Здесь перед нами случай взаимодействия двух магнитов. Правило этого взаимодействия гласит, что концы разноименные (северный одного магнита и южный другого) притягиваются, а одноименные (оба северных или оба южных) отталкиваются.

Рис. 54.

Изучив особенности движений намагниченной иглы, устройте маленький бумажный кораблик, в складки которого запрячьте вашу иглу. Вы можете изумлять непосвященных товарищей тем, что станете управлять движениями кораблика, не прикасаясь к нему: он будет слушать мановения вашей руки, если, разумеется, в руке у вас спрятан магнит, о котором зрители не подозревают.

Магнитный театр

Вернее, не театр, а цирк, так как в нем показываются канатные плясуны, разумеется вырезанные из бумаги.

Прежде всего нам придется соорудить из картона самое здание цирка. В нем натяните внизу проволоку. Над сценой укрепите подковообразный магнит.

Теперь займитесь артистами. Их вырезают из бумаги и дают им разнообразные позы соответственно их артистическому назначению, с тем непременным условием, чтобы длина их

равнялась длине иголки, подклеенной сзади них, вдоль фигуры: подклеить же ее можно с помощью двух—трех капель сургуча.

Если такую фигуру поставить на «канат», то она не только не упадет, но останется в вертикальном положении, при

Рис. 55.

тягиваемая магнитом. Слегка дергая проволоку, вы оживите своих канатных плясунов, заставив их покачиваться, подпрыгивать, не теряя равновесия.

Наэлектризованный гребень

Если даже вы еще ничего не знаете из науки об электричестве, незнакомы даже с первыми буквами ее азбуки, вы и в таком случае можете проделать ряд электрических опытов, любопытных и, во всяком случае, полезных для вашего будущего знакомства с этой удивительной силой природы.

Лучшее время и место для этих электрических опытов — хорошо натопленная комната в морозную зиму. Опыты такого рода хорошо удаются только в сухом воздухе, а нагретый воздух зимой гораздо суше, чем летом при такой же температуре.

Итак, перейдем к опытам. Вам приходилось, конечно, проводить гуттаперчевым гребнем по сухим (вполне сухим) волосам. Если вы делали это в натопленной комнате и при пол

ной тишине, вы могли слышать легкое потрескивание, издаваемое гребнем при расчесывании. Ваш гребень электризовался от трения о волосы.

Гуттаперчевый гребень можно наэлектризовать и не только о волосы: если потереть его о сухую шерстяную ткань (кусок фланели), он также приобретает электрические свойства, даже еще в большей степени. Проявляются же свойства эти весьма разнообразно и прежде всего в притяжении легких тел. Поднесите натертый гребень к обрезкам бумаги, к мякине, к шарику из бузиновой сердцевины и т. п. — все эти мелкие предметы поднимутся и пристанут к гребешку. Сделайте из легкой бумаги крошечные кораблики и пустите их на воду: с помощью наэлектризованного гребня вы сможете управлять движениями вашей бумажной флотилии, как «волшебным» жезлом. Можно обставить опыт еще внушительнее: в бокальчик (сухой) положите яйцо, а на нем уравновесьте го

Рис. 56.

ризонтально довольно длинную линейку. Такая линейка при приближении наэлектризованного гребня к одному из ее концов довольно проворно поворачивается. Вы можете заставить ее послушно следовать за гребнем: двигаться в ту или другую сторону, даже вращаться кругом.

Послушное яйцо

Таким же электрическим свойством можете вы наделить не только гуттаперчевый гребень, но и другие предметы. Палочка сургуча, потертая о фланель или о рукав вашего платья, если оно шерстяное, обнаруживает те же свойства.

Электризуется также стеклянная трубка или палочка, если ее натирать шелком; но опыт со стеклом удается лишь в очень сухом воздухе, если к тому же и шелк и стекло хорошо просушены нагреванием.

Вот еще забавный опыт с электрическим притяжением. Выпустите через маленькое отверстие содержимое куриного

Рис. 57.

яйца: для этого лучше выдувать его содержимое через другое отверстие, на противоположном конце. Получив пустую скорлупу (отверстия залепляют белым воском), вы кладете ее на гладкий стол, на доску или большое блюдо и с помощью наэлектризованной палочки заставляете это пустое яйцо послушно перекатываться вслед за нею. На постороннего наблюдателя, не знающего, что яйцо пустое, опыт этот (придуманный знаменитым ученым Фарадеем) производит озадачивающее впечатление. Бумажное кольцо или легкий шарик также следуют за наэлектризованной палочкой.

Взаимодействие

Механика учит, что одностороннего притяжения — и вообще одностороннего действия — быть не может: всякое действие есть взаимодействие. Значит, если наэлектризованная палочка притягивает разные предметы, то она и сама притягивается к ним. Чтобы убедиться в существовании этого притяжения, нужно только сообщить гребню или палочке подвижность, например подвесив ее на нитяной петле (лучше, если нить шелковая). Тогда легко обнаружить, что всякий ненаэлектризованный предмет — хотя бы ваша рука — притягивает гребень, заставляет его поворачиваться и т. п.

Это, повторяем, общий закон природы. Он проявляется всегда и всюду: всякое действие есть взаимодействие двух

Рис. 58

тел, действующих друг на друга в противоположном направлении. Действия одностороннего, не сопровождающегося противодействием другого тела, на которое оно обращено, никогда в природе не бывает.

Электрическое отталкивание

Возвратимся к опыту с подвешенным наэлектризованным гребнем. Мы видели, что он притягивается всяким наэлектризованным телом. Интересно испытать, как действует на него другой, тоже наэлектризованный предмет. Опыт убедит вас, что это взаимное действие двух наэлектризованных тел может быть различно. Если к наэлектризованному гребню приблизите наэлектризованную стеклянную палочку, оба предмета будут притягивать друг друга. Но если приблизите к гребню наэлектризованную сургучную палочку или другой гребень, то взаимодействие проявится в форме отталкивания.

Физический закон, охватывающий этот род явлений, гласит: электричества разноименные притягиваются, одноименные — отталкиваются. Одноименными будут электричества гуттаперчи или сургуча (так называемое смоляное или отрицательное); разноименные — электричество смоляное и электричество стекла (положительное). Старинные названия — «смоляное» и «стеклянное» электричества — теперь уже не употребляются; они совершенно вытеснены названиями «отрицательное» и «положительное» электричества.

На отталкивании одноименно наэлектризованных вещей основано устройство простого прибора для обнаружения электричества — так называемого электроскопа. Слово «скоп» взято из греческого языка и значит «показывать»; по тому же образцу составлены слова: «телескоп», «микроскоп» и др.

Рис. 59.

Вы сами можете устроить этот несложный прибор. Через середину картонного кружка или пробки, могущих прикрыть отверстие банки, продевают стержень; часть его должна выступать сверху. К концу стержня прикрепляют воском две полоски фольги или папиросной бумаги. Затем втыкают пробку в горлышко или прикрывают его картонным кружком, залив края сургучом, — и электроскоп готов к употреблению. Если теперь к выступающему концу стержня вы поднесете наэлектризованную вещь, то электризация сообщится и обеим полоскам; они наэлектризуются одновременно и потому разойдутся вследствие взаимного отталкивания. Расхождение листочков и является признаком того, что предмет, которым прикоснулись к стержню электроскопа, был наэлектризован.

Если вам не дается искусство мастерить, вы можете устроить себе электроскоп проще: он будет не так удобен и не так чувствителен, но все же пригоден к употреблению. Подвесьте к деревянной палочке на ниточках два шарика из бузиновой сердцевины так, чтобы, свешиваясь, они соприкасались. Вот и электроскоп: прикоснувшись к одному шарику испытуемым предметом, вы заметите, что другой шарик отклонится в сторону, если предмет был наэлектризован.

Рис. 60.

Наконец, на рисунке вы видите еще один тип упрощенного электроскопа: на булавку, воткнутую в пробку, навешена согнутая посередине полоска фольги. Дотрагиваясь наэлектризованным предметом до булавки, вы заставите полоски отойти друг от друга.

Одна из особенностей электричества

При помощи легко выполнимого самодельного прибора вы можете удостовериться в одной интересной и очень важной особенности электричества — оно скопляется только на поверхности предмета и притом лишь на выпуклых, выдающихся его частях.

Каплей сургуча приклейте спичку стоймя к спичечной коробке; приготовьте две такие подставки. Затем вырежьте бумажную полоску шириной примерно в спичку, длиной — спички в три. Края бумажной полоски заверните трубочкой так, чтобы можно было надевать ее на подставки. К бумажному листу приклейте с каждой стороны по три — четыре узких ленточки из тонкой, папиросной, бумаги (рис. 61) и наденьте всю полосу на спичечные подставки.

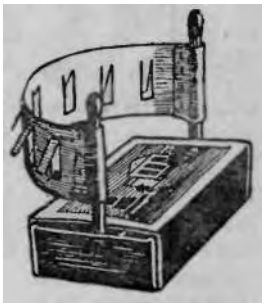
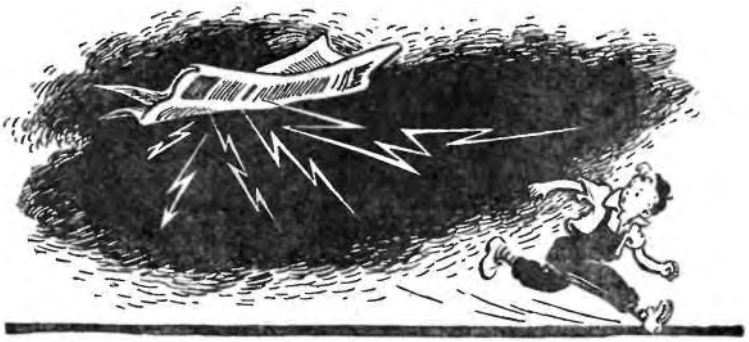


Рис. 61.

Теперь с нашим прибором можно делать опыты. Вытянем бумажную полосу и дотронемся до нее наэлектризованной сургучной палочкой — бумага и все ленточки на ней наэлектризуются одновременно; это скажется в том, что ленточки оттопырятся на обеих сторонах бумажной полосы. Разместите подставки так, чтобы полоса изогнулась дугой, и тогда наэлектризуйте ее — ленточки оттопырятся только на выпуклой стороне полосы, на вогнутой же будут свисать по прежнему. Что же это показывает? Что электричество собралось лишь на выпуклой стороне. Придайте бумажной полосе форму буквы *S*, и вы опять убедитесь, что электричество обнаруживает свое присутствие только на выпуклой части бумаги.



ГАЗЕТНЫЙ ЛИСТ

Что значит „смотреть головой"? — Тяжелая газета

— Решено! — объявил мне старший брат, похлопывая рукой по изразцам натопленной печи. — Решено: вечером мы проделываем с тобой электрические опыты.

— Опыты? Новые опыты! — восторженно подхватил я. — Когда? Сейчас? Я хотел бы сейчас!

— На всякое хотение нужно терпение. Опыты будут вечером. Сейчас я должен уйти.

— За машиной?

— Какой машиной?

— Электрической. Ведь для опытов нужна машина.

— Машина, что нам нужна, уже имеется, лежит в моем портфеле... Не вздумай, пожалуйста, рыться без меня, — угадал брат мою мысль. — Ничего не найдешь, только беспорядок устроишь, — добавил он, надевая пальто.

— Но машина там?

— Там, не беспокойся.

И брат вышел из дому, беспечно оставив портфель с машиной на маленьком столике в передней.

Если бы железо могло чувствовать, оно ощущало бы вблизи магнита то же самое, что испытывал я, оставшись

один с портфелем брата. Портфель тянул меня к себе, привлекал все мои чувства и мысли. Невозможно было думать ни о чем другом, бесполезно было стараться смотреть по сторонам...

Странно, что электрическая машина может поместиться в портфеле, я представлял себе ее вовсе не такой плоской. Портфель не заперт на замочек, и если осторожно заглянуть внутрь... Что то завернуто в газету. Ящичек? Нет, книги. Книги да книги, ничего другого в портфеле нет. Ну как я сразу не догадался, что брат шутил: электрическую машину разве запрячешь в портфель!

Брат вернулся с пустыми руками и сразу угадал по разочарованному лицу причину моего опечаленного вида.

— Мы, кажется, были с визитом в портфеле? — спросил он.

— Где же машина? — ответил я вопросом.

— В портфеле. Не видел?

— Там одни книги.

— И машина. Плохо глядел. Чем ты смотрел?

— Чем смотрел! Глазами.

— То то и есть, что только глазами. А надо всей головой смотреть. Мало просто глядеть — нужно понимать, что видишь. Это называется «смотреть головой».

— Как же смотрят головой?

— Хочешь, покажу тебе, в чем разница между смотрением только глазами и всей головой?

Брат вынул из кармана карандаш и начертил на бумаге такую фигуру:

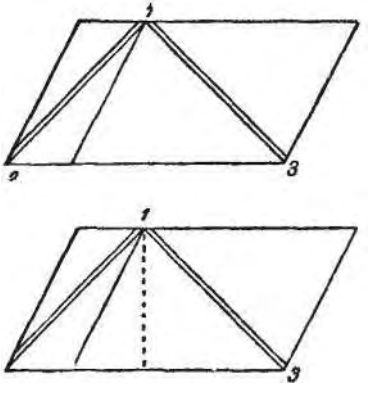


Рис. 62.

— Здесь двойные линии — рельсовые пути, а одиночные — шоссе. Взгляни и скажи: какой рельсовый путь длиннее — от *1* до *2* или от *1* до *3?*

— От *1* до *3*, конечно, длиннее.

— Это ты глазами видишь. А теперь взгляни на фигуру всей головой.

— Но как? Я не умею.

— Всей головой на эту фигуру нужно смотреть так. Вообрази, что из *1* проведена прямая линия под прямым углом к нижнему шос

се *2—3.* — Брат провел пунктирную линию на своем чертеже.— Как разделит моя линия это шоссе? На какие части?

— Пополам.

— Пополам. И, значит, все точки этой пунктирной линии отстоят от концов *2* и *3* одинаково. Что же ты теперь скажешь о точке *1?* Куда она ближе: к *2* или к *3?*

— Теперь вижу ясно, что она одинаково отстоит и от *2* и от *3.* А раньше казалось, что правая железная дорога длиннее левой.

— Раньше ты только глазами смотрел, а сейчас взглянул всей головой. Понял разницу?

— Понял. Где же машина?

— Какая машина? Ах, электрическая! В портфеле. Лежит, где лежала. Ты не заметил потому, что не умел взглянуть головой.

Брат вынул из портфеля пакет с книгами, осторожно развернул его, освободил большой газетный лист и подал мне:

— Вот наша электрическая машина.

Я с недоумением смотрел на газету.

— Думаешь, просто бумага, ничего больше? — продолжал брат. — Для глаз — да. А кто умеет взглянуть всей головой, тот признает в газете физический прибор.

— Физический прибор? Чтобы делать опыты?

— Да. Возьми ка газету в руки. Очень легка, не правда ли? И ты думаешь, конечно, что сможешь всегда поднять ее хоть одним пальцем. А вот увидишь сейчас, что та же самая газета может иной раз сделаться очень и очень тяжелой. Подай мне вон ту чертежную линейку.

— Она иззубрена, никуда не годится.

— Тем лучше — не жалко будет, если сломается.

Брат положил линейку на стол, так что часть ее высовывалась за край.

— Тронь за выступающий конец. Легко наклонить,"правда? Ну, а попробуй наклонить ее, когда я накрою другую половину газетой.

Он разостлал газету на столе, аккуратно расправив ее складки и покрыв ею линейку.

— Бери палку и шибко ударь по выступающей части линейки. Бей со всего размаху!

— Так ударю, что линейка газету пробьет и в потолок полетит! — воскликнул я, размахиваясь.

— Главное, не жалей силы.

Результат удара был совсем неожиданный: раздался треск, линейка переломилась, а газета по прежнему осталась на столе, прикрывая другой обломок злополучной линейки.

Рис. 63.

— Газета то тяжелее, чем ты думал? — лукаво спросил брат.

Я растерянно переводил глаза с обломка линейки на газету.

— Это опыт? Электрический?

— Опыт, только не электрический. Электрические — впереди. Я хотел тебе показать, что газета действительно может служить прибором для физических опытов.

— Но почему же она не пустила линейку? Ведь вот — я легко поднимаю ее со стола.

— В этом и суть опыта. На газету давит воздух и с немалой силой: каждый квадратный сантиметр газетного листа он придавливает с силой целого килограмма. Когда ударяют по выступающему концу линейки, то другим своим концом она напирает на газетный лист снизу; газета должна приподняться. Если это делается медленно, то под приподнимающуюся газету успевает проникать воздух снаружи и напором своим уравновешивает давление на газету сверху. Но твой удар был так быстр, что воздух под газету проникнуть не успел: края газеты еще прилегали к столу, когда середина ее уже увлеклась вверх. Тебе пришлось поэтому поднимать не одну газету, а газету вместе с напирающим на нее воздухом. Короче сказать: тебе надо было поднять линейкой груз примерно во столько килограммов, сколько квадратных санти

метров заключает приподнимаемый участок газеты. Если бы это был участок бумаги всего в 16 квадратных сантиметров — квадратик со стороной в 4 сантиметра, — то давление воздуха на него составляло бы 16 килограммов. Но поднимаемый участок бумаги заметно больше — значит, приходилось поднимать изрядный вес, пожалуй в полсотни килограммов. Такого груза линейка не осилила и — сломалась. Веришь ты теперь, что с помощью газеты можно делать опыты?.. Когда стемнеет, приступим к электрическим.

Искры из пальцев. — Послушная палка. — Электричество в горах

Брат взял в одну руку платяную щетку, другой рукой приложил газетный лист к натопленной печке и принялся распирать его щеткой, словно обойщик, расправляющий на стене обои, чтобы хорошо прилипли.

— Гляди! — сказал брат и убрал обе руки от газеты.

Я ожидал, что бумага соскользнет на пол. Однако этого не случилось: газета странным образом держалась на гладких изразцах, словно приклеенная.

— Как держится? — спросил я. — Ведь она не намазана клеем.

— Газета держится электричеством. Она теперь наэлектризована и притягивается к печке.

— Почему ты не сказал мне, что газета в портфеле была наэлектризованная?

— Она не была раньше наэлектризована. Я наэлектризовал ее сейчас, при тебе, натирая щеткой, От трения и наэлектризовалась.

— Значит, это уже настоящий электрический опыт?

— Да. Мы только начинаем... Загаси ка свет.

В темноте смутно рисовалась черная фигура брата и сероватое пятно на месте белой печки,

— Теперь следи за моей рукой.

Я больше угадывал, чем видел то, что делал брат. Он отслоил газету от печки и, держа одной рукой на весу, приблизил к ней растопыренные пальцы другой руки.

И тогда — я едва верил своим глазам — из пальцев вылетели искры: длинные, голубовато белые искры!

— Эти искры были электрические. Хочешь попробовать сам?

Я проворно спрятал руки за спину. Ни за что!

Брат снова приложил газету к печке, натер щеткой и опять

Рис. 64.

извлек из своих пальцев снопы длинных искр. Я успел заметить, что он вовсе не прикасался пальцами к газете, а держал их сантиметрах в десяти от нее.

— Попробуй, не трусь, нисколько не больно. Дай руку. — Он овладел моей рукой и привлек меня к печке: — Расставь пальцы!.. Так! Что, больно?

Я не успел опомниться, как из моих пальцев выскочили кисти голубоватых искр. При их свете я увидел, что брат только наполовину отслоил газету от печки, нижняя же часть бумажного листа по прежнему оставалась словно приклеенной. Одновременно с искрами я почувствовал легкий укол, но боль пустячная. Бояться в самом деле было нечего.

— Еще! — теперь упрашивал уже я.

Брат приложил газету к печке и стал растирать — прямо ладонями рук.

— Что ты делаешь? Забыл щетку!

— Все равно. Ну, готовься!

— Ничего не выйдет! Ты тер голыми руками, без щетки.

— И без щетки можно, если руки сухие. Лишь бы тереть.

Действительно, из моих пальцев и на этот раз посыпались искры, такие же, как раньше.

Когда я насмотрелся искр досыта, брат объявил мне:

— Ну, достаточно. Теперь покажу тебе истечение электричества, то самое, которое Колумб и Магеллан видели на верхушках мачт своих кораблей... Дай ка ножницы.

Брат приблизил в темноте острия разомкнутых ножниц к газете, полуотделенной от печи. Я ожидал искр, но увидел нечто новое: острия ножниц увенчались светящимися пучка

Рис. 65.

ми коротких сине красных нитей, хотя от ножниц до бумаги было еще довольно далеко. Одновременно раздавалось легкое, протяжное шипение.

— Вот такие же огненные кисточки, только гораздо большие, морякам случается часто видеть на концах мачт и рей. Они называются «эльмовые огни».

— Откуда они там берутся?

— То есть, кто держит над мачтами наэлектризованную газету, хочешь ты спросить? Конечно, газеты там нет, зато есть низко нависшее наэлектризованное облако. Оно и заменяет газету. Не думай, впрочем, что такое электрическое свечение остроконечий бывает только на море. Наблюдают его и на суше, особенно в горах. Еще Юлий Цезарь описал, как однажды ночью в облачную погоду острия копий его солдат светились такими огоньками. Моряки и солдаты не боятся электрических огоньков — напротив, считают их доброй приметой, конечно, без всякого разумного основания. В горах случается, что электрическое свечение появляется даже на людях — на их волосах, шапках, ушах, на всех выдающихся частях тела. При этом слышится часто жужжание, вроде того, какое исходило из наших ножниц.

— Этот огонь сильно жжет?

— Совсем не жжет. Ведь это не огонь, а свечение, холодное свечение. Настолько холодное и безвредное, что от него

Рис. 66.

не зажигается даже спичка. Вот смотри: вместо ножниц беру спичку, и — видишь — головка окружена электрическим свечением, однако она не загорается.

— А по моему, горит: пламя прямо из головки идет.

— Зажги свет, рассмотри спичку при лампе.

Я убедился, что спичка не только не обуглилась, но даже головка ее не обгорела. Она, значит, была окружена действительно холодным светом, а вовсе не огнем.

— Не гаси лампу. Следующий опыт сделаем при свете.

Брат выдвинул стул на середину комнаты и положил поперек его спинки палку. После немногих проб ему удалось добиться того, что палка, подпертая в одной точке, лежала на спинке стула, не опрокидываясь.

— Я не знал, что палка так может держаться, — сказал я. — Ведь она длинная!

— Оттого и держится, что длинная. Коротенькая не держалась бы. Карандашик, например.

— Карандашик ни за что так не положить, — подтвердил я.

— Теперь к делу. Можешь ты, не дотрагиваясь до палки, заставить ее повернуться к тебе?

Я задумался.

— Если накинуть на один конец веревочную петлю...— начал я.

— Без всяких веревок, ничем не дотрагиваясь. Можешь?

— Ага, знаю!

Я приблизил лицо к палке и начал втягивать воздух ртом, чтобы притянуть ее к себе. Однако палка не двигалась.

— Ну что?

— Ничего не выходит. Невозможно!

— Невозможно? Посмотрим.

И, сняв с печки газету, которая тем временем держалась на изразцах, словно приклеенная, брат начал медленно приближать ее сбоку к палке. На расстоянии чуть не половины метра палка почувствовала притяжение наэлектризованной газеты и послушно повернулась в ее сторону. Двигая газетный лист, брат вел за ним палку, заставляя ее кружиться на спинке стула, сначала в одну сторону, потом в другую.

— Наэлектризованная газета, ты видишь, притягивает

палку так сильно, что она идет и будет идти за бумагой, пока все электричество не стечет с газеты в воздух.

— Жаль, что этих опытов нельзя делать летом: печка холодна.

— Печка нужна здесь для того, чтобы высушить бумагу: эти опыты удаются лишь с совершенно сухой газетой. А ты заметил, вероятно, что газетная бумага вбирает влагу из воздуха и потому всегда немного сыровата — ее и приходится сушить. Не думай, что летом совсем нельзя делать наших опытов. Можно, но они только удаются не так хорошо, как зимой. Зимой воздух в натопленной комнате суше, чем летом, — вот причина. Сухость для таких опытов очень важна. Газету сушат летом на кухонной плите, когда она после обеда остынет настолько, что бумага на ней не будет загораться. Хорошенько обсушив на плите газетный лист, переносят его на сухой стол и здесь крепко натирают щеткой. Он электризуется, однако не так сильно, как на изразцовой печке... Ну, достаточно на сегодня. Завтра проделаем новые опыты.

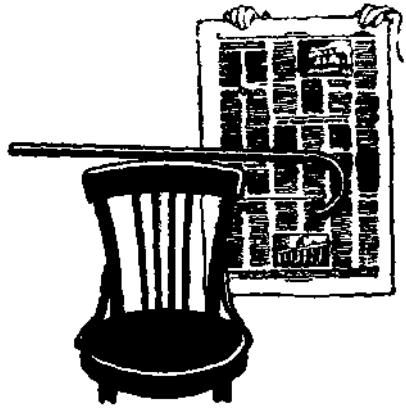


Рис. 67.

— Тоже электрические?

— Да, и все с той же нашей электрической машиной — с газетой. А тем временем я дам тебе прочесть интересное описание эльмовых огней на горах, оставленное знаменитым французским естествоиспытателем Соссюром. В 1867 году он с несколькими спутниками находился на вершине горы Сарлэ, более 3 километров высоты. И вот что они там испытали.

Брат снял с полки книгу Фламмариона «Атмосфера», перелистал ее и дал мне прочесть следующее место:

«Люди, совершившие подъем, только что приставили к скале свои обитые железом палки, располагаясь пообедать, когда Соссюр ощутил на плечах и в спине боль, как будто от иголки, медленно втыкавшейся в тело, «Предполагая, — говорит Соссюр, — что в мою полотняную накидку попали булавки, я сбросил ее, но, не получив облегчения, почув

ствовал, напротив, что боль усиливается, захватывая всю спину от одного плеча до другого; она сопровождалась щекотанием и болезненным колотьем, словно по коже ходит оса и покрывает ее уколами. Поспешно сбросив второе пальто, я не нашел ничего такого, что могло бы произвести эти поранения. Боль продолжалась и стала походить на ожог. Мне почудилось, что загорелась моя шерстяная фуфайка. Я готов был уже раздеться, как внимание мое привлек шум, похожий на жужжание. Шум исходил из наших палок, прислоненных к скале; он походил на шум подогреваемой воды, готовой закипеть. Все это продолжалось минут пять.

Я понял тогда, что болезненные ощущения обусловлены электрическим истечением, исходившим из горы. Однако при свете дня я не видел никакого сияния на палках. Палки издавали одинаково резкий звук, держали ли их в руках вертикально, направляя железный наконечник вверх, вниз или же горизонтально. Из почвы никакого звука не исходило.

Через несколько минут я почувствовал, что волосы у меня на голове и бороде поднимаются, казалось, будто проводят сухой бритвой по жесткой отросшей бороде. Мой молодой спутник крикнул, что поднимаются волоски его усов, а из верхушек ушей исходят сильные токи. Подняв руки, я< почувствовал, как токи исходят из пальцев. Электричество выделялось, словом, из палок, одежды, ушей, волос, всех выдающихся частей тела.

Поспешно оставив вершину горы, мы спустились метров на сто. По мере того как мы спускались, наши палки звучали все слабее; наконец звук стал так тих, что его можно было слышать, лишь приблизив палки к уху».

Так кончается рассказ Соссюра. В той же книге я прочел описание и других случаев появления эльмовых огней.

«Выделение электричества выступающими скалами часто наблюдается, когда небо покрыто низкими облаками, проходящими в небольшом расстоянии над вершинами.

10 июля 1863 года Ватсон и еще несколько туристов поднялись в проход Юнгфрау (в Швейцарских горах). Утро было прекрасное, но, приближаясь к проходу, путники испытали сильный ветер с градом. Раздался страшный удар грома, и вскоре Ватсон услышал свистящий звук, исходящий из палки; звук походил на шум закипающей грелки. Путники остановились и заметили, что их жезлы и топоры издают такой же звук; они не переставали звучать и тогда, когда были воткнуты одним концом в землю. Один из проводников, снявший шляпу, закричал, что голова его горит. Действительно,

волосы его были подняты, словно наэлектризованные. Все испытывали ощущение щекотки на лице и других частях тела. Волосы Ватсона совершенно выпрямились. На концах пальцев, когда ими шевелили в воздухе, слышался электрический свист».

Пляска бумажных паяцев. — Змеи. — Волосы дыбом

Брат сдержал слово. На другой день, когда стемнело, он вновь начал опыты. Первым делом «прилепил» к печке газету. Затем попросил у меня бумагу поплотнее газетной — писчую — и стал вырезывать из нее смешные фигурки: человечков в разных позах.

— Эти бумажные паяцы у нас сейчас запляшут. Принеси ка булавок.

Скоро через ногу каждого паяца была проткнута булавка.

— Это, чтобы паяцы не разлетались и не уносились газетой прочь... — объяснял брат, раскладывая бумажные фигурки на самоварном подносе. — Представление начинается!

Он «отлепил» от печки газету и, держа ее горизонтально двумя руками, приблизил сверху к подносу с фигурками.

— Встаньте! — скомандовал брат.

И представьте: фигурки послушались, встали. Встали и торчали вверх, пока брат не отодвинул газету подальше — тогда они опять легли. Но он не давал им долго отдыхать: приближая и отдаляя газету, он заставлял паяцев то вставать, то вновь ложиться.

— Если бы я не отягчил их булавками, они подскочили бы к газете вплотную и прилипли бы к ней. Вот видишь, — брат вынул булавки из нескольких фигурок, — они притянулись к газете совсем и уже не отпадают. Это электрическое при

Рис. 68.

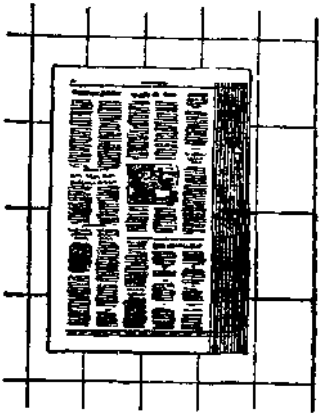


Рис. 69.

тяжение. А теперь проделаем опыт и с отталкиванием... Куда ты дел ножницы?

Я подал ножницы. И брат, «прилепив» газету к печке, стал отрезать от ее края, снизу вверх, длинную тонкую полоску. Не дойдя до самого верха, он таким же образом надрезал вторую полосу, потом третью и т. д. Шестую или седьмую полоску он отрезал совсем. Получилась бумажная борода, которая, однако, не соскользнула с печки, как я ожидал, а осталась на ней. Придерживая верхнюю часть рукой, брат провел по полоскам несколько раз щеткой и затем снял всю «бороду» с печки, держа ее вверху в вытянутой вперед руке.

Вместо того, чтобы свободно свешиваться вниз, полоски растопырились колоколом, заметно отталкиваясь одна от другой.

— Они отталкиваются потому, — объяснил брат, — что все одинаково наэлектризованы. К вещам же, совсем не¬наэлектризованным, они притягиваются. Засунь руку снизу внутрь колокола — полоски притянутся к руке.

Я присел и ввел руку в пространство между полосками. То есть я хотел ввести туда руку, но не мог сделать этого, потому что бумажные ленты обвились вокруг руки, как змеи.

— Тебя эти змеи не пугают? — спросил брат.

— Нет, они же бумажные.

— А мне страшно. Посмотри, как страшно!

Брат поднял газетный лист над своей головой, и я увидел, как длинные его волосы буквально стояли дыбом.

— Это опыт? Скажи: это тоже опыт?

Рис. 70.

— Тот самый опыт, который мы сейчас делали, но на другой лад. Газета наэлектризовала мои волосы, и они, притягиваясь к ней, в то же время друг от друга отталкиваются, как полоски нашей бумажной бороды. Возьми зеркало, и я покажу тебе, как твои собственные волосы встанут таким же манером.

— Не больно?

— Нисколько.

В самом деле, я не почувствовал ни малейшей боли, даже щекотки, а между тем ясно видел в зеркале, как волосы мои под газетным листом торчком стояли вверх.

Рис. 71.

Мы повторили, кроме того, еще вчерашние опыты, и брат прекратил «сеанс», как он называл наши занятия, обещав завтра проделать ряд новых опытов.

Маленькая молния. — Опыт с водяной струей. — Богатырское дуновение

В следующий вечер брат начал опыты с очень странных приготовлений.

Взял три стакана, погрел их возле печки, затем поставил на стол и накрыл сверху самоварным подносом, который тоже сначала погрел немного у печки.

— Что это будет? — любопытствовал я. — Ведь надо стаканы на поднос, а не поднос на стаканы.

— Погоди, не торопись. Будет опыт с маленькой молнией.

Брат пустил в дело «электрическую машину», то есть, попросту говоря, стал растирать на печке газету. Натерев, он сложил газетный лист вдвое и снова начал растирать. Затем, «отлепив» его от печки, проворно положил на поднос:

— Потрогай ка поднос... Не очень холоден?

Не подозревая подвоха, я беспечно протянул к подносу руку — и поспешно отдернул назад: что то щелкнуло и больно кольнуло в палец.

Брат рассмеялся:

— Ну, каково? Тебя ударила молния. А треск слышал? Это ведь был маленький гром.

— Я чувствовал сильный укол, но молнии не видел.

— Увидишь ее сейчас, когда повторим опыт в темноте.

— Но я не согласен больше дотрагиваться до подноса! — решительно заявил я.

— Этого и не надо. Можешь извлекать искры хотя бы дверным ключом или чайной ложкой. Ничего не почувству

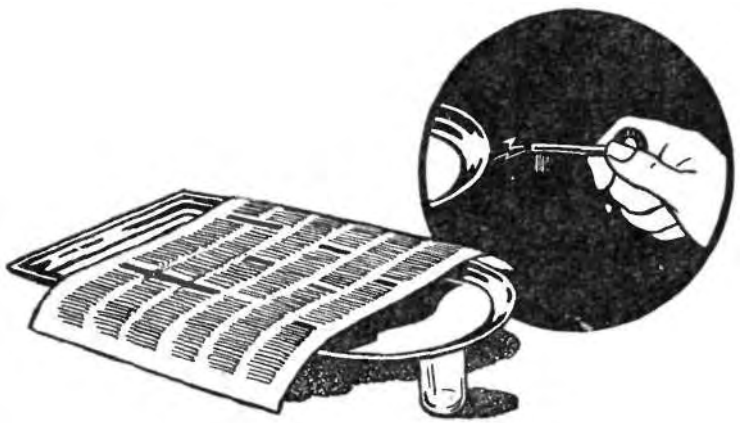


Рис. 72.

ешь, а искры будут такие же длинные. Первые искры, впрочем, я извлеку сам, пока твои глаза привыкнут к темноте.

Брат загасил свет.

— Теперь молчание. Смотри в оба! — раздался в темноте его голос.

Треск — и одновременно яркая беловато синяя искра в полспички длиной проскочила между краем подноса и ключом.

— Видел молнию? Слышал гром? — спросил брат.

— Но они были одновременно. Настоящий гром всегда позже молнии.

— Это правда. Мы слышим гром всегда позже, чем видим молнию. И все таки они происходят в одно время, как треск и искра в нашем опыте.

— Почему же гром слышен позже?

— Видишь ли, молния — это свет, а лучи света бегут так быстро, что через земные расстояния проносятся почти мгновенно. Гром — это взрыв, а взрыв распространяется в воздухе не так быстро; он заметно отстает от лучей света и доходит до нас позже их. Оттого мы и видим молнию раньше, чем слышим порожденный ею гром.

Брат передал мне ключ и, сняв газету, — теперь мои глаза уже привыкли к полутьме, — предложил извлечь «молнию» из подноса.

— Без газеты разве будет искра?

— Попробуй.

Не успел я донести ключ до края подноса, как увидел искру, яркую, длинную.

Вторично положил брат газету на поднос, и я снова извлек искру, на этот раз уже послабее. Десятки раз клал он на поднос и поднимал с подноса газету (не натирая ее вновь на печке), и всякий раз я извлекал искру, все более и более слабую.

— Искры длились бы дольше, если бы я брал газету не прямо руками, а за шелковые нити или ленточки. Когда будешь учить физику, ты поймешь, что собственно здесь у нас происходило. Пока же остается тебе смотреть на эти опыты только глазами, а не всей головой. Теперь еще опыт: с водяной струей. Его проделаем в кухне, у водопроводного крана. Газета покамест пусть остается на печке.

Рис. 73.

Мы пустили из крана тонкую водяную струйку, гулко ударявшую о дно раковины.

— Сейчас я заставлю эту струю, не прикасаясь к ней, течь иначе. Куда хочешь, чтобы она отклонилась: вправо, влево, вперед?

— Влево, — наобум ответил я.

— Хорошо. Не трогай крана, я принесу газету.

Брат явился с газетой, стараясь держать ее в вытянутых руках подальше от туловища, чтобы она меньше теряла электричества. Он приблизил газету к струе с левой стороны, и я ясно увидел, как водяная нить изогнулась влево. Пе

ренеся газету по другую сторону, брат заставил струю отклониться вправо. Наконец, он притянул ее вперед так далеко, что вода полилась через край раковины.

— Видишь, как сильно сказывается здесь притягивающее действие электричества. Этот опыт, между прочим, легко проделать и без печи или плиты, если взять вместо наэлектризованной газеты обыкновенный каучуковый гребень, вот такой.— Брат вынул гребень из бокового кармана и провел им по своим густым волосам. — Таким образом я его электризую.

— Но ведь твои волосы не электрические?

— Конечно. Обыкновенные волосы, как у тебя и у всякого. Но, если тереть каучук о волосы, он электризуется, как газета от волос платяной щетки. Гляди!

Поднесенный к струе гребень заметно отклонил ее в сторону.

— Для остальных наших опытов гребень непригоден: в нем получается слишком мало электричества, гораздо меньше, чем от той «электрической машины», которую — ты убедился теперь — легко устроить из простого листа газетной бумаги. Мне хочется проделать с газетой еще один — последний — опыт, на этот раз не электрический, а снова над давлением воздуха, как тот, что мы сделали с злополучной линейкой.

Мы вернулись в комнату. И здесь брат принялся кроить и склеивать из газетного листа длинный мешок.

— Покуда сохнет наш мешок, принеси несколько книг потолще и потяжелее.

Я разыскал на этажерке три увесистых тома какого то медицинского атласа и положил их на стол.

— Можешь ты надуть этот мешок ртом? — спросил брат.

— Конечно, — сказал я.

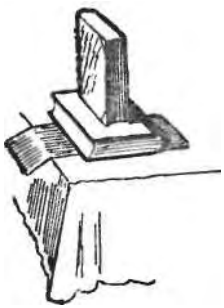


Рис. 74.

— Простое и легкое дело, не правда ли? Но если придавить мешок парочкой таких книг?..

— О, тогда сколько ни старайся, мешок не раздуется!

Брат молча положил мешок у края стола, накрыл его одним томом, а на лежащую книгу поместил стоймя еще одну.

— Теперь следи. Буду раздувать.

— Уж не собираешься ли сдунуть эти книги? — спросил я со смехом.

— Именно!

Брат стал раздувать мешок. И что же

вы думаете? Нижняя книга наклонилась под напором вздувшегося мешка и опрокинула верхнюю. А ведь в них было килограммов пять весу!

Не давая мне опомниться от удивления, брат приготовился повторить опыт. На этот раз он нагрузил мешок тремя то

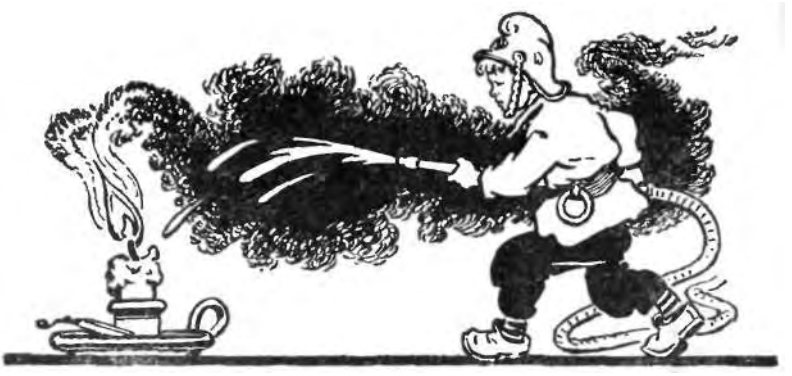
Рис. 74, а.

мами. Подул, и — вот богатырское дуновение! — все три тома опрокинулись.

Поразительнее всего то, что в этом необычном опыте не оказалось ничего чудесного. Когда я сам отважился его проделать, мне удалось опрокинуть книги так же легко, как и брату. Не надо вовсе обладать ни слоновьими легкими, ни богатырскими мускулами: все происходит само собой, почти без напряжения.

Брат потом объяснил мне, в чем тут было дело. Когда мы надуваем бумажный мешок, мы вгоняем в него воздух, сдавленный больше, чем наружный воздух,— иначе мешок не раздувался бы. Давление наружного воздуха равно примерно 1000 г на каждый квадратный сантиметр. Прикинув, сколько квадратных сантиметров бумаги зажато под книгами, легко рассчитать, что если даже избыток давления составляет только десятую долю, то есть всего сотню граммов на каждый квадратный сантиметр, то общее давление воздуха изнутри на зажатую часть мешка может достигать чуть не 10 кг. Такая сила, разумеется, достаточна, чтобы опрокинуть книги.

На этом кончились наши физические занятия с листом газетной бумаги.



ЕЩЕ СЕМЬДЕСЯТ ПЯТЬ ВОПРОСОВ И ОПЫТОВ ПО ФИЗИКЕ

Как верно взвесить на неверных весах?

Что важнее иметь: правильные весы или правильный разновес? Многие думают, что важнее весы, а на деле важнее разновес. Без правильного разновеса никак верно не взвесить; если же разновес правилен, то и на неправильных весах можно произвести вполне верное взвешивание.

К примеру, у вас имеются весы с коромыслом и чашками, и вы сомневаетесь, верны ли они. Тогда поступаете при взвешивании так. Кладете вещь, которую хотите взвесить, не сразу, а прежде помещаете на одну чашку какой нибудь другой груз, потяжелее вашей вещи; на другую чашку ставите столько гирь, сколько надо для равновесия.

Когда это сделано, вы кладете вашу вещь на чашку с гирями. От этого чашка, конечно, перетянет, и для равновесия придется часть гирь с нее снять. Снятые гири и покажут правильный вес вещи. Понятно почему: ведь ваша вещь теперь тянет на чашке с такой же силой, с какой тянули перед тем гири; значит, вес их в точности одинаков.

Этот прекрасный способ верно взвешивать на неправильных весах был придуман нашим великим химиком Д. И. Менделеевым.

На платформе весов

Стоя на платформе уравновешенных десятичных весов, человек приседает. Куда двинется в этот момент платформа — вниз или вверх?

Платформа качнется вверх. Почему? Потому, что, когда мы приседаем, мускулы, увлекающие наше туловище вниз, тянут ноги вверх; от этого давление тела на платформу уменьшается, и она должна податься вверх.

Груз на блоке

Допустим, человек может поднять с пола груз в 100 кг (1 ц). Желая поднять еще больший груз, он перекинул привязанную к грузу веревку через блок, неподвижно прикрепленный к потолку (рис. 75). Какой груз удастся ему поднять с помощью этого приспособления?

С помощью неподвижного блока можно поднять нисколько не больше, чем непосредственно руками, а даже меньше. Когда я тяну за веревку, перекинутую через неподвижный блок, я могу поднять груз, не превышающий веса моего тела. Если я вешу меньше 100 кг, то поднять такой груз с помощью блока я не в силах.

Рис. 75

Две бороны

Часто смешивают вес и давление. Между тем это вовсе не одно и то же. Вещь может обладать значительным весом и все же оказывать на свою опору ничтожное давление. Наоборот, иная вещь при малом весе производит на опору большое давление.

Из следующего примера вы сможете уяснить себе различие между весом и давлением, а заодно поймете и то, как нужно рассчитывать давление, производимое предметом на свою опору.

В поле работают две бороны одинакового устройства: одна о 20 зубьях, другая — о 60. Первая весит вместе с грузом 60 кг, вторая — 120.

Какая борона работает глубже?

Легко сообразить, что глубже должны проникать в землю зубья той бороны, на которые напирает большая сила. В первой бороне общая нагрузка в 60 кг распределяется на 20 зубьев; следовательно, на каждый зуб приходится нагрузки в 3 кг. Во второй бороне на каждый зуб приходится всего 120/60, то есть 2 кг. Значит, хотя вторая борона в общем тяжелее первой, зубья ее должны уходить в почву мельче. Давление на каждый зуб у первой бороны больше, чем у второй.

Квашеная капуста

Рассмотрим еще один несложный расчет давления.

Две кадки с квашеной капустой покрыты лежащими на капусте деревянными кругами с камнями. В одной кадке круг имеет в поперечнике 24 см и нагружен 10 кг; в другой бочке поперечник круга равен 32 см, а груз равен 16 кг.

В какой кадке капуста находится под большим давлением?

Давление, очевидно, больше в той кадке, где на каждый квадратный сантиметр площади приходится больший груз. В первой кадке груз в 10 кг распределяется на площадь[1] в $3{,}14 \times 12 \times 12 = 452$ кв. см и, значит, на 1 кв. см приходится 10000/452, то есть около 22 г. Во второй кадке давление на 1 кв. см составляет 16000/804, то есть менее 20 г. Следовательно, в первой кадке капуста сдавлена сильнее.

[1] Площадь круга равна числу 3.14. умноженному на длину радиуса окружности (на половину поперечника) и еще раз на длину радиуса.

Шило и зубило

Почему шило вонзается глубже, чем зубило, когда на оба орудия напирают одинаково?

Причина та, что при напоре на шило вся сила сосредоточивается на очень небольшом пространстве его острия. При надавливании же на зубило та же самая сила распределяется на гораздо большую поверхность. Пусть, например, шило соприкасается с материалом по поверхности в 1 кв. мм, а зубило — на пространстве в 1 кв. см. Если напор на каждый инструмент равен килограмму, то под лезвием зубила материал испытывает давление в 1 кг на 1 кв. см, а под шилом — в 1:0,01=100, то есть 100 кг на 1 кв. см (потому что 1 кв. мм = 0,01 кв. см). Давление под шилом в сотню раз сильнее, чем под зубилом; ясно, почему шило вонзается глубже, чем зубило.

Вы поймете теперь, что, надавливая пальцем на иглу при шитье, вы производите очень сильное давление, нисколько не меньшее, чем давление пара в ином паровом котле. В этом же и секрет режущего действия бритвы: легкий напор руки создает на тонком острие бритвы давление в сотни килограммов на 1 кв. см — и волос срезается.

Лошадь и трактор

Тяжелый гусеничный трактор хорошо держится нередко на таком рыхлом грунте, в котором увязают ноги лошадей и людей. Это кажется многим непонятным — ведь трактор гораздо тяжелее лошади и куда тяжелее человека. Отчего же ноги лошади вязнут в рыхлой почве, а трактор не увязает?

Чтобы понять это, надо снова вспомнить различие между весом и давлением.

Глубже должна увязнуть не та вещь, что тяжелее, а та, у которой на каждый квадратный сантиметр опоры приходится большая нагрузка. Огромный вес гусеничного трактора распределяется на большую поверхность его гусениц. Поэтому на каждый квадратный сантиметр опоры трактора приходится всего какая нибудь сотня граммов. А вес лошади распределяется на маленькую площадь под ее подковами, и оттого на 1 кв. см опоры приходится у нее более 1000 г — вдесятеро больше, чем для трактора. Неудивительно, что лошадь вдавливается в почву и вязнет глубже, чем тяжелый гусеничный трактор. Многие из вас, наверное, ви

дели, как для поездок по вязким, топким местам лошадям на копыта надеваются широкие «башмаки», которые увеличивают площадь опоры копыт, и лошадь вязнет гораздо меньше.

Ползком по льду

Если лед на реке или озере ненадежен, опытные люди передвигаются по нему не на ногах, а ползком. Почему они так делают?

Когда человек ложится, вес его, конечно, не изменяется, но площадь опоры увеличивается, и на каждый квадратный ее сантиметр приходится меньшая нагрузка. Другими словами, давление человека на опору уменьшается.

Теперь понятно, почему по тонкому льду безопаснее передвигаться ползком, — при этом уменьшается давление на лед. Применяют также широкую доску, на которую ложатся при передвижении по тонкому льду.

Какой же груз способен выдержать лед, оставаясь целым? Величина груза, конечно, зависит от толщины льда. Лед толщиной 4 см выдерживает вес идущего человека.

Интересно, какая толщина льда нужна для устройства на реке или озере катка. Для этого достаточна толщина льда в 10—12 см.

Рис. 76.

Где разорвется веревочка?

Устройте сооружение, которое вы видите на рис. 76. Положите на раскрытые двери палку; к ней прикрепите веревочку с подвязанной посередине тяжелой книгой. Если теперь веревочку дернуть за подвязанную на конце линейку, то где веревочка разорвется: выше книги или ниже ее?

Веревочка может разорваться и выше книги и ниже ее, смотря по тому, как тянуть. От вас самих зависит устроить либо то, либо другое. Если потянуть осторожно, оборвется верх

няя часть веревочки; если же рвануть резко, разорвется нижняя часть.

Отчего так происходит? При осторожном натяжении обрывается верхняя часть веревочки, потому что на нее, кроме силы руки, действует еще вес книги; на нижнюю же часть веревочки действует одна лишь сила руки. Иное дело при быстром рывке: за краткий миг, пока длится рывок, книга не успевает получить заметного движения; поэтому верхняя часть веревочки не растягивается, и вся сила приходится на нижнюю часть, которая разрывается, даже если она толще верхней.

Надорванная полоска

Полоска бумаги с ладонь длиной и в палец шириной может представить материал для забавной задачи. Надрежьте или надорвите полоску в двух местах (рис. 77) и спросите товарища, что сделается с ней, если' тянуть ее за концы в разные стороны.

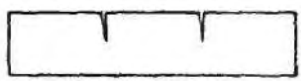


Рис. 77.

— Разорвется в местах, где надорвано,—ответит он.

— На сколько частей? — спросите.

Обычно отвечают, что на три части, конечно. Получив такой ответ, предложите товарищу проверить догадку на опыте.

С удивлением убедится он в своей ошибке: полоска разорвется только на две части.

Можно сколько угодно раз проделывать этот опыт, беря полоски различной величины и делая надрывы различной глубины, и никогда не удастся получить больше двух кусков. Полоска рвется там, где она слабее, подтверждая пословицу: «Где тонко, там и рвется». Дело в том, что из двух надрывов или надрезов, как ни стараться их сделать одинаковыми, один неизбежно будет хоть немного глубже другого — пусть незаметно для глаз, но все же глубже. Это место полоски, как самое слабое, начнет рваться первым. А раз начало рваться, дорвется до конца, потому что делается все слабее.

Вы, вероятно, с удовлетворением узнаете, что, проделывая этот пустячный опыт, вы побывали в области серьезной и важной для техники науки, которая называется «сопротивление материалов».

Крепкий спичечный коробок

Что сделается с пустым спичечным коробком, если с размаху ударить по нему кулаком?

Я уверен, из 10 читателей девять скажут, что коробок от такого обращения сломается. Десятый — тот, кто сам проделывал этот опыт или слышал о нем от других, — будет другого мнения: коробок уцелеет.

Опыт надо проделать следующим образом. Поместим обе части пустого коробка одну на другую, как показано на рис. 78. По этому сооружению ударим резко и отрывисто кулаком. То, что произойдет, вас удивит: обе части разлетятся в стороны, но, подняв их, вы убедитесь, что каждая целехонька. Коробок сильно пружинит, и это его спасает: он сгибается, но не ломается.

Рис. 78.

Приблизить дуновением

Положите на стол пустой спичечный коробок и предложите кому нибудь отодвинуть его от себя дуновением. Это, конечно, будет исполнено без труда. Тогда предложите сделать обратное: дуновением же заставить коробок приблизиться к дующему. При этом выставлять вперед голову, чтобы дунуть на коробок сзади, не разрешается.

Рис. 78, а.

Едва ли многие догадаются, как это сделать. Некоторые будут стараться сдвинуть коробок, втягивая в себя воздух, — но, конечно, безуспешно. Секрет все же довольно прост.

В чем он состоит?

Попросите кого либо поставить руку ребром позади коробки. Начните дуть на руку. Струя воздуха, отразившись от руки, ударит в коробок и увлечет его по направлению к вам (рис. 78, *а*).

Опыт удается, что называется, «без отказа». Надо только проделывать его на достаточно гладком столе (хотя бы и неполированном), но, конечно, не покрытом скатертью.

Ходики

Ходики (стенные часы с одной гирькой) отстают. Что надо сделать с их маятником, чтобы исправить ход часов? А как надо поступить в том случае, если ходики уходят вперед?

Чем короче маятник, тем быстрее он качается; в этом легко удостовериться, сделав опыт с грузиком на веревке. Отсюда вытекает решение нашей задачи: когда ходики отстают, надо поднятием кружочка на стержне маятника укоротить его немного и тем заставить маятник качаться проворнее; если же часы уходят, надо маятник немного удлинить.

Как установится стержень?

На концах стержня укреплены одинакового веса шары (рис. 79). Строго посередине стержня просверлено отверстие, через которое продета спица. Если стержень закружить

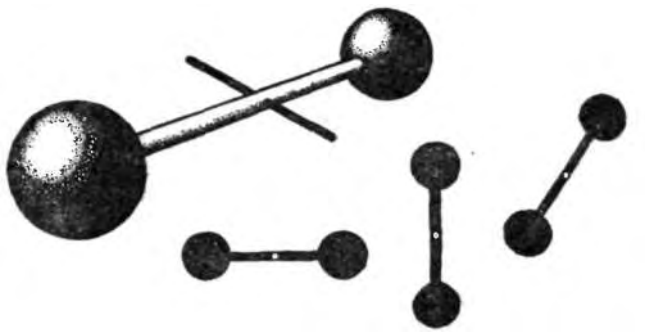


Рис. 79.

вокруг спицы, он сделает несколько оборотов и остановится.

Можете ли вы сказать заранее, в каком положении остановится стержень?

Ошибаются те, которые думают, что стержень остановится непременно в горизонтальном положении. Он может сохранить равновесие в любом положении (см. рис. 79) — горизонтальном, вертикальном и косом, так как он подперт в центре тяжести. Всякое тело, подпертое или подвешенное в центре тяжести, сохраняет равновесие в любом положении.

Поэтому сказать заранее, как установится стержень, когда он перестанет вращаться, невозможно.

Прыжок в вагоне

Поезд идет со скоростью 36 км в час. Находясь в вагоне этого поезда, вы подпрыгнули, и предположим, что вам удалось продержаться в воздухе целую секунду (допущение смелое, потому что для этого надо подскочить больше чем на метр). Когда вы опуститесь на пол, где вы окажетесь: на том же месте, откуда подпрыгнули, или нет? Если на другом месте, то куда ближе — к передней или к задней стенке вагона.

Человек опустится на пол в то самое место, с которого он подпрыгнул. Не надо думать, что, пока он витал в воздухе, пол под ним вместе с вагоном, уносясь вперед, обгонял подпрыгнувшего. Вагон, конечно, мчался вперед, но подпрыгнувший человек тоже переносился вперед по инерции, и притом с одинаковой скоростью: он все время находился как раз над тем местом, с которого подпрыгнул.

На пароходе

Двое играют в мяч на палубе идущего парохода (рис.80). Один стоит ближе к корме, другой — ближе к носу. Кому легче добросить мяч до партнера: первому или второму?

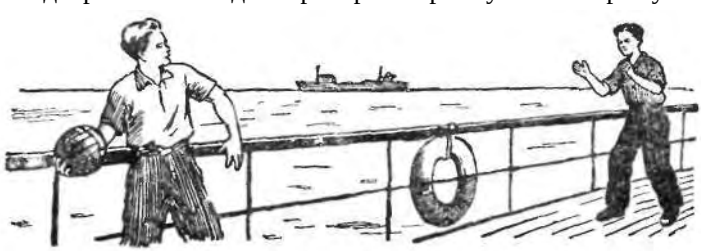


Рис 80.

Если пароход идет с равномерной скоростью и по прямой линии, обоим играющим одинаково легко добросить мяч до партнера, — совершенно так же, как и на пароходе неподвижном. Не следует думать, что человек, стоящий ближе к носу, удаляется от брошенного мяча, а стоящий ближе к корме движется навстречу мячу. Мяч по инерции имеет скорость движения парохода; скорость парохода сообщается в одинаковой мере и играющим, и летящему мячу. Поэтому движение парохода (равномерное и прямолинейное) ни одному из играющих не дает преимущества перед другим.

Флаги

Воздушный шар уносится ветром в северном направлении. В какую сторону протягиваются при этом флаги на его гондоле?

Шар, уносимый воздушным течением, находится по отношению к окружающему воздуху в покое; поэтому флаги не станут протягиваться ветром ни в какую сторону, а будут свисать вниз, как в безветрие.

На аэростате

Аэростат свободно и неподвижно держится в воздухе. Из гондолы его вылез человек и начал по тросу взбираться вверх.

Куда подвинется при этом аэростат: вверх или вниз?

Аэростат должен податься вниз, так как, взбираясь по тросу вверх, человек отталкивает его вместе с шаром в обратную сторону. Здесь происходит то же, что и при ходьбе человека по дну лодки: лодка подвигается при этом назад.

Ходьба и бег

Чем бег отличается от ходьбы?

Прежде чем ответить на этот вопрос, вспомните, что бег может быть медленнее, нежели иная ходьба, и что бывает даже бег на месте.

Бег отличается от ходьбы не скоростью движения. При ходьбе наше тело все время соприкасается с землей какой нибудь точкой ног. При беге же бывают моменты, когда тело наше совершенно отделяется от земли, не соприкасаясь с нею ни в одной точке.

Самоуравновешивающаяся палка

На указательные пальцы расставленных рук положите гладкую палку, как показано на рис. 81. Теперь двигайте пальцы навстречу друг другу, пока они сойдутся вплотную. Странная вещь! Окажется, что в этом окончательном положении палка не опрокидывается, а сохраняет равновесие. Вы проделываете опыт много раз, меняя первоначальное положение пальцев, но результат неизменно тот же: палка оказывается уравновешенной. Заменив палку чертежной линейкой, тростью с набалдашником, бильярдным кием, половой щеткой, вы заметите ту же особенность.

В чем разгадка неожиданного финала?

Прежде всего ясно следующее: раз палка оказывается уравновешенной на примкнутых пальцах, то ясно, что пальцы сошлись под центром тяжести палки (тело остается в равновесии, если отвесная линия, проведенная из центра тяжести, проходит внутри границ опоры).

Когда пальцы раздвинуты, большая нагрузка приходится на тот палец, который ближе к центру тяжести палки. С давлением растет и трение; палец, более близкий к центру тяжести, испытывает большее трение, чем удаленный. Поэтому близкий к центру тяжести палец не скользит под палкой; двигается всегда лишь тот палец, который дальше от этой точки. Как только двигавшийся палец окажется ближе к центру тяжести, нежели другой, пальцы меняются ролями; такой обмен совершается несколько раз, пока пальцы не сойдутся вплотную. И так как движется каждый раз только один из пальцев, именно тот, который дальше от центра тяжести, то естественно, что в конечном положении оба пальца сходятся под центром тяжести палки.

Рис. 81.

Прежде, чем с этим опытом покончить, повторите его с половой щеткой (рис. 82, вверху) и поставьте перед собой такой вопрос: если разрезать щетку в том месте, где она под

пирается пальцами, и положить обе части на разные чашки весов (рис. 82, внизу), то какая чашка перетянет: с палкой или со щеткой?

Рис. 82.

Казалось бы, раз обе части щетки уравновешивали одна другую на пальцах, они должны уравновешиваться и на чашках весов. В действительности же чашка со щеткой перетянет. О причине нетрудно догадаться, если принять в расчет, что, когда щетка уравновешивалась на пальцах, силы веса обеих частей приложены были к неравным плечам рычага; в случае же весов те же силы приложены к концам равноплечего рычага.

Для «Павильона занимательной науки» в Ленинградском парке культуры мной был заказан набор палок с различным положением центра тяжести; палки разнимались на две, обычно неравные, части как раз в том месте, где находился центр тяжести.

Кладя эти части на весы, посетители с удивлением убеждались, что короткая часть тяжелее длинной.

Гребец на реке

По реке плывет весельная лодка, и рядом с ней — щепка. Что легче для гребца: перегнать щепку на 10 м или на столько же отстать от нее?

Даже люди, занимающиеся водным спортом, дают часто неправильный ответ на поставленный в задаче вопрос: им кажется, что грести против течения труднее, чем по течению; следовательно, перегнать щепку, по их мнению, легче, чем отстать от нее.

Безусловно верно, что пристать к какому нибудь пункту берега, гребя против течения, труднее, чем гребя по течению. Но, если пункт, которого вы желаете достигнуть, плывет

вместе с вами, как щепка на реке, дело существенно меняется.

Надо иметь в виду, что лодка, движимая течением, находится по отношению к несущей ее воде в покое. Сидя в такой лодке, гребец работает веслами совершенно так же, как в неподвижной воде озера. На озере одинаково легко грести в любом направлении; то же самое будет и в текучей воде при наших условиях.

Итак, от гребца потребуется одинаковая затрата работы, безразлично — стремится ли он обогнать плывущую щепку или отстать от нее на такое же расстояние.

Круги на воде

Камень, брошенный в стоячую воду, порождает волны, разбегающиеся кругами.

Какой формы получаются волны от камня, брошенного в текущую воду реки?

Если не найти сразу правильного подхода к этой задаче, то легко запутаться в рассуждениях и прийти к выводу, что в текущей воде волны должны вытянуться в форме не то эллипса, не то овала, притуплённого навстречу течению. Между тем, внимательно наблюдая за волнами, разбегающимися от брошенного в реку камня, мы не заметим никакого отступления от круговой формы, как бы быстро ни было течение.

Здесь нет ничего неожиданного. Простое рассуждение приведет нас к выводу, что волны от брошенного камня должны быть круговые и в стоячей, и в текучей воде. Будем рассматривать движение частиц волнующейся воды как составное из двух движений: радиального — от центра колебаний — и переносного, направленного по течению реки. Тело, участвующее в нескольких движениях, в конечном итоге перемещается туда, где очутилось бы оно, если бы совершало все составляющие движения последовательно, одно за другим.

Поэтому допустим сначала, что камень брошен в неподвижную воду. В таком случае волны, конечно, получатся круговые.

Представим себе теперь, что вода передвигается — безразлично, с какой скоростью, равномерно или неравномерно, лишь бы движение это было поступательное. Что произойдет с круговыми волнами? Они передвинутся параллельным перемещением, не претерпевая никакого искажения формы, то есть останутся круговыми.

Отклонение пламени свечи

Перенося в комнате с места на место горящую свечу, мы замечаем, что пламя в начале движения отклоняется назад. Куда отклонится оно, если переносить свечу в закрытом фонаре?

Куда отклонится пламя свечи в фонаре, если равномерно кружить фонарь вокруг себя вытянутой рукой?

Думающие, что пламя свечи, переносимой в закрытом фонаре, вовсе не будет отклоняться при движении фонаря, ошибаются. Сделайте опыт с горящей спичкой; вы убедитесь, что если двинуть ее, защитив рукой, то пламя отклонится, и притом, сверх ожиданий, не назад, а вперед. Причина отклонения вперед та, что пламя обладает меньшей плотностью, чем окружающий ее воздух. Одна и та же сила телу с меньшей массой сообщает большую скорость, чем телу с большей массой. Поэтому пламя, двигаясь быстрее воздуха в фонаре, отклоняется вперед.

Та же причина — меньшая плотность пламени, нежели окружающего воздуха, — объясняет и неожиданное поведение пламени при круговом движении фонаря: оно отклоняется внутрь, а не наружу, как можно было, пожалуй, ожидать. Явление станет понятно, если вспомним, как располагаются ртуть и вода в шаре, вращаемом на центробежной машине: ртуть располагается дальше от оси вращения, чем вода; последняя словно всплывает в ртути, если считать низом направление от оси вращения (то есть направление, в котором падают тела под действием центробежного эффекта). Более легкое, чем окружающий воздух, пламя свечи при круговом движении фонаря всплывает в воздухе вверх, то есть по направлению к оси вращения.

Провисающая веревка

С какой силой надо натягивать веревку, чтобы она не провисала.

Как бы сильно веревка ни была натянута, она неизбежно будет провисать. Сила тяжести, вызывающая провисание, направлена отвесно, натяжение же веревки не имеет вертикального направления. Такие две силы ни при каких условиях не могут уравновеситься, то есть их равнодействующая не может равняться нулю. Эта то равнодействующая и вызывает провисание веревки.

Никаким усилием, как бы велико оно ни было, нельзя на

тянуть веревку строго прямолинейно (кроме случая, когда она направлена отвесно). Провисание неизбежно; можно уменьшить его величину до желаемой степени, но нельзя свести его к нулю. Итак, всякая неотвесно натянутая веревка, всякий передаточный ремень должны провисать.

По той же причине невозможно, между прочим, натянуть и гамак так, чтобы веревки его были горизонтальны. Туго натянутая проволочная сетка кровати прогибается под грузом лежащего на ней человека. Гамак же, натяжение веревок которого гораздо слабее, при лежании на нем человека превращается в свешивающийся мешок.

Куда бросить бутылку?

В какую сторону надо из движущегося вагона выбросить бутылку, чтобы опасность разбить ее при ударе о землю была наименьшая?

Так как прыгать из движущегося вагона безопаснее вперед по направлению движения, то может казаться, что бутылка ударится о землю слабее, если ее кинуть вперед. Это неверно: вещи надо бросать назад, против движения поезда. Тогда скорость, сообщенная бутылке бросанием, будет отниматься от той, какую бутылка имеет вследствие инерции; в итоге бутылка встретит землю с меньшей скоростью. При бросании вперед произошло бы обратное: скорости сложились бы, и удар получился бы сильнее.

То, что для человека безопаснее все же прыгать вперед, а не назад, объясняется совсем другими причинами: падая вперед, мы меньше расшибаемся, чем при падении назад.

Пробка

В бутылку с водой попал кусок пробки. Он достаточно мал, чтобы свободно пройти через горлышко. Но, сколько вы ни наклоняете или опрокидываете бутылку, выливающаяся вода почему то не выносит пробочного куска. Только когда бутылка опоражнивается вся, пробка покидает бутылку с последней порцией воды. Отчего так происходит?

Вода не выносит пробки по простой причине: пробка легче воды и потому держится всегда на ее поверхности. Очутиться внизу, у отверстия бутылки, пробка может лишь тогда, когда почти вся вода выльется. Оттого она и выскальзывает из бутылки только с последней порцией воды.

В половодье

В весеннее половодье поверхность рек становится выпуклой — посередине выше, чем у берегов. Если по такой вздувшейся реке плывут россыпью дрова, то поленья соскальзывают к берегам, середина же реки остается свободной (рис. 83). Напротив, в межень, то есть при низком стоянии воды, поверхность реки делается вогнутой — посередине ниже, чем у берегов; и тогда плывущий лес собирается к середине реки (рис. 83).

Чем объяснить это?

Почему в половодье река становится выпуклой, а в межень вогнутой?

Причина в том, что посередине реки вода всегда течет

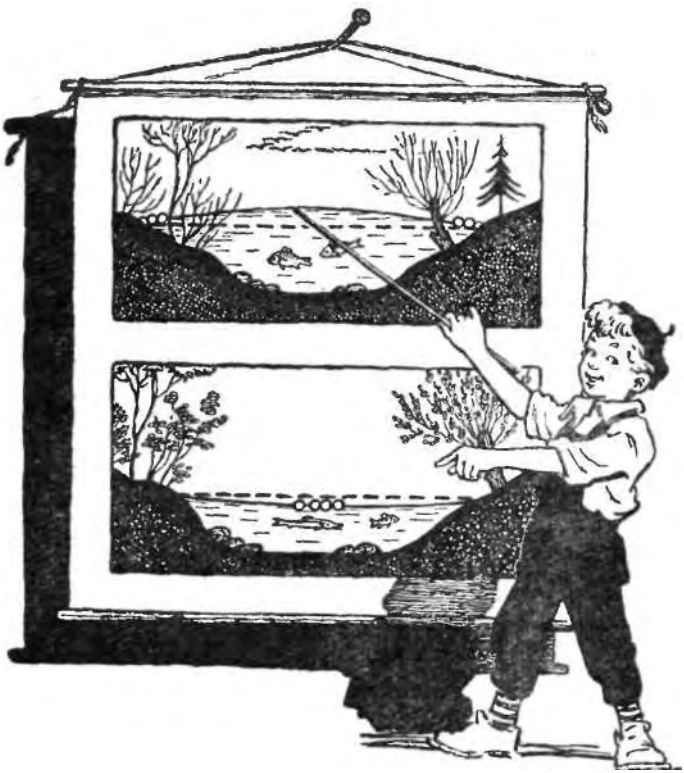


Рис. 83.

быстрее, чем у берегов: трение воды о берега замедляет течение. В половодье вода прибывает с верховья, и притом прибывает вдоль середины реки быстрее, нежели близ берегов, так как скорость течения у середины больше. Понятно, что раз вдоль середины набегает больше воды, то река здесь должна вздуться. Другое дело — в межень, когда вода убывает: из за более быстрого течения в середине реки вода оттекает оттуда в большем количестве, чем у берегов, — и река становится вогнутой.

Жидкости давят... вверх!

О том, что жидкости давят вниз, на дно сосуда, и вбок, на стенки, знают даже и те, кто никогда не изучал физики. Но, что они давят и вверх, многие даже не подозревают. Обыкновенное ламповое стекло поможет убедиться, что такое давление действительно существует. Вырежьте из плотного картона кружок таких размеров, чтобы он закрывал отверстие лампового стекла. Приложите его к краям стекла и погрузите в воду. Чтобы кружок не отпадал при погружении, его можно придерживать ниткой, протянутой через его центр, или просто прижать пальцем. Погрузив стекло до определенной глубины, вы заметите, что кружок хорошо держится и сам, не прижимаемый ни давлением пальца, ни натяжением нитки, — его подпирает вода, надавливающая на него снизу вверх.

Вы можете даже измерить величину этого давления вверх. Наливайте осторожно в стекло воду: как только уровень ее внутри стекла приблизится к уровню в сосуде, кружок отпадает. Значит, давление воды на кружок снизу уравновешивается давлением на него сверху столба воды, высота которого равна глубине кружка под водой. Таков закон давления жидкости на всякое погруженное тело. Отсюда, между прочим, происходит и та «потеря» веса в жидкостях, о которой говорит нам знаменитый закон Архимеда.

Рис. 84.

Имея несколько ламповых стекол разной формы, но с одинаковыми отверстиями, вы сможете проверить и другой закон, относящийся к жидкостям, именно: давление

Рис. 85.

жидкости на дно сосуда зависит только от площади дна и высоты уровня; от формы же сосуда оно совершенно не зависит. Проверка будет состоять в том, что вы проделаете описанный сейчас опыт с разными стеклами, погружая их на одну и ту же глубину (для чего надо предварительно приклеить к стеклам бумажные полоски на равной высоте). Вы заметите, что кружок всякий раз будет отпадать при одном и том же уровне стояния воды в стеклах (рис. 85). Значит, давление водяных столбов различной формы одинаково, если только одинаковы их основание и высота. Обратите внимание на то, что здесь важна именно высота, а не длина, потому что длинный наклонный столб давит на дно совершенно так же, как и короткий отвесный столб одинаковой с ним высоты (при равных площадях оснований).

Что тяжелее?

На одну чашку весов поставлено ведро, до краев наполненное водой. На другую — точно такое же ведро, тоже полное до краев, но в нем плавает кусок дерева (рис. 86). Какое ведро перетянет?

Я пробовал задавать эту задачу разным лицам и получал разноречивые ответы. Одни отвечали, что должно перетянуть то ведро, в котором плавает дерево, потому что, «кроме воды, в ведре есть еще и дерево». Другие — что, наоборот, перетянет первое ведро, «так как вода тяжелее дерева».

Рис. 86.

Но ни то, ни другое неверно: оба ведра имеют

одинаковый вес. Во втором ведре, правда, воды меньше, нежели в первом, потому что плавающий кусок дерева вытесняет некоторый ее объем. Но по закону плавания всякое плавающее тело вытесняет своей погруженной частью ровно столько жидкости (по весу), сколько весит все это тело. Вот почему весы и должны оставаться в равновесии.

Решите теперь другую задачу. Я ставлю на весы стакан с водой и рядом кладу гирьку. Когда весы уравновешены гирями на чашке, я роняю гирьку в стакан с водой. Что сделается с весами?

По закону Архимеда, гирька в воде становится легче, чем была вне воды. Можно, казалось бы, ожидать, что чашка весов со стаканом поднимется. Между тем в действительности весы останутся в равновесии. Как это объяснить?

Гирька в стакане вытеснила часть воды, которая оказалась выше первоначального уровня; вследствие этого увеличивается давление на дно сосуда, так что дно испытывает добавочную силу, равную потере веса гирькой.

Вода в решете

Оказывается, что и носить воду в решете возможно не только в сказке. Знание физики поможет исполнить такое классически невозможное дело. Для этого надо взять проволочное решето сантиметров 15 в поперечнике с не слишком мелкими ячейками (около 1 мм) и окунуть его сетку в растопленный парафин. Затем вынуть решето из парафина: проволока окажется покрытой тонким слоем парафина, едва заметным для глаз.

Решето осталось решетом — в нем есть сквозные отверстия, через которые свободно проходит булавка, — но теперь вы можете, в буквальном смысле слова, носить в нем воду. В таком решете удерживается довольно высокий слой воды, не проливаясь сквозь ячейки; надо только осторожно налить воду и оберегать решето от толчков.

Почему же вода не проливается? Потому, что, не смачивая парафин, она образует в ячейках решета тонкие пленки, обращенные выпуклостью вниз, которые и удерживают воду (рис. 87).

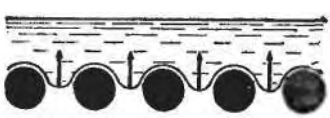


Рис. 87.

Такое парафинированное решето можно положить на воду, и оно будет держаться на ней. Значит, возможно не только носить воду в решете, но и плавать на нем.

Этот парадоксальный опыт объясняет ряд обыкновенных явлений, к которым мы чересчур привыкли, чтобы задумываться об их причине. Смоление бочек и лодок, смазывание салом пробок и втулок, окрашивание масляной краской и вообще покрытие маслянистыми веществами всех тех предметов, которые мы хотим сделать непроницаемыми для воды, а также и прорезинивание тканей — все это не что иное, как изготовление решета вроде сейчас описанного. Суть дела и там и тут одна и та же, только в случае с решетом она выступает в необычном виде.

Мыльные пузыри

Умеете ли вы выдувать мыльные пузыри? Это не так просто, как кажется. И мне казалось, что здесь никакой сноровки не нужно, пока я не убедился на деле, что умение выдувать большие и красивые пузыри — своего рода искусство, требующее упражнения.

Но стоит ли заниматься таким пустым делом, как выдувание мыльных пузырей?

В общежитии они пользуются худой славой; по крайней мере, в разговоре мы вспоминаем о них для не особенно лестных уподоблений. Совсем иначе смотрит на них физик. «Выдуйте мыльный пузырь, — писал великий английский ученый Кельвин, — и смотрите на него: вы можете заниматься всю жизнь его изучением, не переставая извлекать из него уроки физики».

Действительно, волшебные переливы красок на поверхности тончайших мыльных пленок дают физику возможность измерить длину световых волн, а исследование натяжения этих нежных пленок помогает изучать законы действия сил между частицами — тех сил сцепления, при отсутствии которых в мире не существовало бы ничего, кроме тончайшей пыли.

Те немногие опыты, которые описаны ниже, не преследуют столь серьезных задач. Это просто интересное развлечение, которое лишь познакомит вас с искусством выдувания мыльных пузырей. Английский физик Ч. Бойс в книге «Мыльные пузыри» подробно описал длинный ряд разнообразных опытов с ними. Интересующихся мы и отсылаем к этой превосходной книге, здесь же опишем лишь простейшие опыты.

Их можно производить с раствором простого желтого мыла[1], но для желающих мы укажем на так называемое марсельское, а также чисто оливковое или миндальное мыло, которые наиболее пригодны для получения крупных и красивых мыльных пузырей. Кусок такого мыла разводят осторожно в чистой холодной воде, пока не получится довольно густой раствор. Всего лучше пользоваться чистой дождевой или снеговой водой, а за неимением их — кипяченой и охлажденной водой. Чтобы пузыри держались долго, Плато советует прибавлять к мыльному раствору 7з глицерина (по объему). С поверхности раствора удаляют ложкой пену и пузырьки, а затем погружают в него тонкую глиняную трубочку, конец которой изнутри и извне вымазан предварительно мылом. Достигают хороших результатов и с помощью соломинок длиной сантиметров в десять, крестообразно расщепленных на конце.

Выдувают пузырь так: окунув трубочку в раствор и держа ее отвесно, так чтобы на конце образовалась пленка жидкости, осторожно дуют в нее. Так как пузырь наполняется при этом теплым воздухом наших легких, который легче окружающего комнатного воздуха, то выдутый пузырь тотчас же поднимается вверх.

Если удастся сразу выдуть пузырь в 10 см диаметром, то раствор годен; в противном случае прибавляют в жидкость еще мыло, до тех пор пока можно будет выдувать пузыри указанного размера. Но этого испытания мало. Выдув пузырь, обмакивают палец в мыльный раствор и стараются пузырь проткнуть; если он не лопнет, можно приступить к опытам; если же пузырь не выдержит, надо прибавить еще немного мыла.

Производить опыты нужно медленно, осторожно, спокойно. Освещение должно быть, по возможности, яркое: иначе пузыри не покажут своих радужных переливов.

Вот несколько занимательных опытов с пузырями.

Мыльный пузырь вокруг цветка. В тарелку или на поднос наливают мыльного раствора настолько, чтобы дно тарелки было покрыто слоем в 2—3 мм вышины; в середину кладут цветок или вазочку и накрывают стеклянной воронкой. Затем, медленно поднимая воронку, дуют в ее узкую трубочку — образуется мыльный пузырь; когда же этот пузырь достигнет достаточных размеров, наклоняют воронку, как показано на рис. 88, высвобождая из под нее пузырь. Тогда цветок окажется лежащим под прозрачным полукруглым колпа

[1] Туалетные сорта для этой цели менее пригодны.

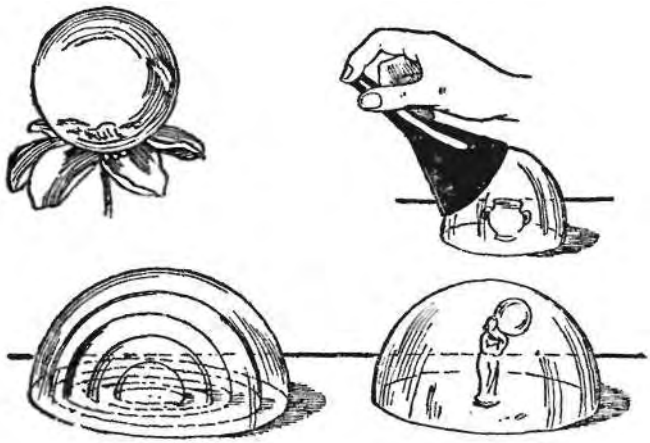


Рис. 88.

ком из мыльной пленки, переливающейся всеми цветами радуги.

Вместо цветка можно взять статуэтку, увенчав ее голову мыльным пузырьком. Для этого необходимо предварительно капнуть на голову статуэтки немного раствора, а затем, когда большой пузырь уже выдут, проткнуть его и выдуть внутри его маленький.

Несколько пузырей друг в друге. Из воронки, употребленной для описанного выше опыта, выдувают большой мыльный пузырь. Затем совершенно погружают соломинку в мыльный раствор так, чтобы только кончик ее, который придется взять в рот, остался сухим, и просовывают ее осторожно через стенку первого пузыря до центра; медленно вытягивая затем соломинку обратно, не доводя ее, однако, до края, выдувают второй пузырь, заключенный в первом, в нем —третий, четвертый и т. д.

Цилиндр из мыльной пленки (рис. 89) получается между двумя проволочными кольцами. Для этого на нижнее кольцо спускают обыкновенный шарообразный пузырь, затем сверху к пузырю прикладывают смоченное второе кольцо и, поднимая его вверх, растягивают пузырь, пока он не сделается цилиндрическим. Любопытно, что если вы поднимете верхнее кольцо на высоту большую, чем длина окружности кольца, то цилиндр в одной половине сузится, в другой расширится и затем распадется на два пузыря.

Рис. 89.

Пленка мыльного пузыря все время находится в натяжении и давит на заключенный в ней воздух; направив воронку к пламени свечи, вы можете убедиться, что сила тончайших пленок не так уж ничтожна; пламя заметно уклонится в сторону (рис. 89).

Интересно наблюдать за пузырем, когда он из теплого помещения попадает в холодное: он видимо уменьшается в объеме и, наоборот, раздувается, попадая из холодной комнаты в теплую. Причина кроется, конечно, в сжатии и расширении воздуха, заключенного внутри пузыря. Если, например, на морозе в —15° объем пузыря равен 1000 куб» см и он с мороза попал в помещение, где температура + 15°, то он должен увеличиться в объеме примерно на

$$1000 \times 30 \times {}^{1}/_{273} = \text{около } 110 \text{ куб. см.}$$

Следует отметить еще, что обычные представления о недолговечности мыльных пузырей не вполне правильны: при надлежащем обращении удается сохранить мыльный пузырь в продолжение целых декад. Английский физик Дьюар (прославившийся своими работами по сжижению воздуха) хранил мыльные пузыри в особых бутылках, хорошо защищенных от пыли, высыхания и сотрясения воздуха; при таких условиях ему удалось сохранять некоторые пузыри месяц и более. Лоренсу в Америке удавалось сохранять мыльные пузыри под стеклянным колпаком годами.

Улучшенная воронка

Кому случалось наливать через воронку жидкость в бутылку, тот знает, что нужно время от времени воронку приподнимать, иначе жидкость из нее не выливается. Воздух в бутылке,

не находя выхода, удерживает своим давлением жидкость в воронке. Правда, немного жидкости стечет вниз, так что воздух в ней чуть сожмется давлением воды. Но стесненный в уменьшенном объеме воздух будет иметь увеличенную упругость, достаточную, чтобы уравновесить своим давлением вес жидкости в воронке. Понятно, что, приподнимая воронку, мы открываем сжатому воздуху выход наружу, — и тогда жидкость вновь начинает литься.

Было бы поэтому весьма практично устраивать воронки так, чтобы суженная часть их имела продольные гребни на наружной поверхности, — гребни, мешающие воронке вплотную приставать к горлышку. Таких воронок мне в обиходе видеть не приходилось; только в лабораториях употребляются фильтры, устроенные подобным образом.

Сколько весит вода в опрокинутом стакане?

— Ничего, конечно, не весит: в таком стакане вода не держится, выливается, — скажете вы.

— А если не выливается? — спрошу я. — Что тогда?

В самом деле, возможно ведь удержать воду в опрокинутом стакане так, чтобы она не выливалась. Этот случай изображен на рис. 90. Опрокинутый стеклянный бокал, подвязанный за донышко к одной чашке весов, наполнен водой, которая не выливается, так как края бокала погружены в сосуд с водой. На другую чашку весов поставлен точно такой же пустой бокал.

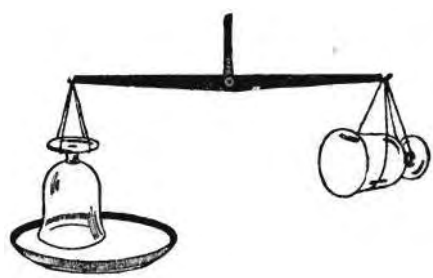


Рис. 90.

Какая чашка весов перетянет?

Перетянет та, к которой привязан опрокинутый бокал с водой. Этот бокал испытывает сверху полное атмосферное давление, снизу же — атмосферное давление, ослабленное весом содержащейся в бокале воды. Для равновесия чашек необходимо было бы наполнить водой бокал, помещенный на другую чашку. При указанных условиях, следовательно, вода в опрокинутом стакане весит столько же, сколько и в поставленном на дно.

Сколько весит воздух в комнате?

Можете ли вы, хоть примерно, сказать, какой груз представляет воздух, наполняющий небольшую комнату? Несколько граммов или несколько килограммов? В силах ли вы поднять такой груз одним пальцем или же с трудом могли бы удержать на плечах?

Теперь, пожалуй, не найдется уже людей, которые считают, что воздух вовсе ничего не весит, как думали в старину. Но сказать, сколько именно он весит, многие и сейчас не могут.

Запомните же, что литровая кружка теплого летнего воздуха близ земли (не в горах) весит $1^1/_5$ г. В кубометре ровно 1000 л; поэтому кубометр воздуха весит в 1000 раз больше, чем $1^1/_5$ г; это составит $1^1/_5$ кг.

Теперь вам нетрудно уже будет сосчитать, сколько весит воздух в той или иной комнате. Для этого надо лишь знать, сколько в комнате кубометров. Если площадь комнаты 15 кв. м, а высота 3 м, то воздуха в ней $15 \times 3 = 45$ куб. м. Весит же этот воздух 45 кг, да еще $^1/_5$ от 45, то есть еще 9 кг, всего, следовательно, 54 кг. Такого груза одним пальцем не поднимешь, да и на плечах унесешь не без труда.

Непослушная пробка

Этот опыт наглядно покажет вам, что сжатый воздух обладает силой, и притом весьма заметной.

Для опыта нам нужны лишь обыкновенная бутылка и такая пробка, которая была бы немного меньше отверстия бутылки

Держите бутылку горизонтально, вложите в горлышко пробку и предложите кому нибудь вдуть пробку внутрь бутылки.

Казалось бы, ничего нет легче. Но попробуйте — дуньте посильнее на пробку — и вы будете поражены неожиданным результатом. Пробка не только не войдет внутрь бутылки, но... полетит вам в лицо!

Чем крепче вы подуете, тем быстрее вылетит пробка обратно.

Для того же, чтобы заставить пробку проскользнуть внутрь бутылки, вам надо поступить как раз наоборот: не дуть на пробку, а втянуть в себя воздух из отверстия над ней.

Эти странные явления объясняются так. Когда вы дуете в

горлышко бутылки, вы вдуваете в сосуд воздух через отверстие между пробкой и стенками горлышка. Этим вы увеличиваете давление воздуха в бутылке, и он с силой выбрасывает пробку наружу. Когда же вы втягиваете воздух в себя, вы, напротив, разрежаете воздух в бутылке, и пробка вталкивается внутрь давлением наружного воздуха. Опыт удается хорошо лишь тогда, когда горлышко бутылки совершенно сухо; влажная пробка трется о стенки и потому застревает.

Судьба детского воздушного шара

Выпущенные из рук детские воздушные шары куда то улетают. Куда? Как высоко могут они улететь?

Воздушный шар, вырвавшись из рук, уносится не к крайним границам атмосферы, а лишь до своего «потолка», до той высоты, где вследствие большой разреженности воздуха вес шара равен весу вытесняемого им воздуха. Но он не всегда достигает «потолка». Так как шар, поднимаясь, раздувается (из за уменьшения наружного давления), то еще до достижения «потолка» он может лопнуть, распираемый изнутри.

Как задувать свечу?

Казалось бы, простое дело — задуть свечу, но не всегда это удается. Попробуйте задуть свечу не прямо, а через воронку, и вы убедитесь, что это требует особой сноровки.

Поместите воронку против пламени свечи и дуйте в воронку, держа во рту тонкий ее конец. Но пламя даже не шелохнется, хотя вытекающая из воронки струя воздуха должна, казалось бы, направиться прямо к свече.

Решив, что воронка помещена чересчур далеко от пламени, вы приближаете

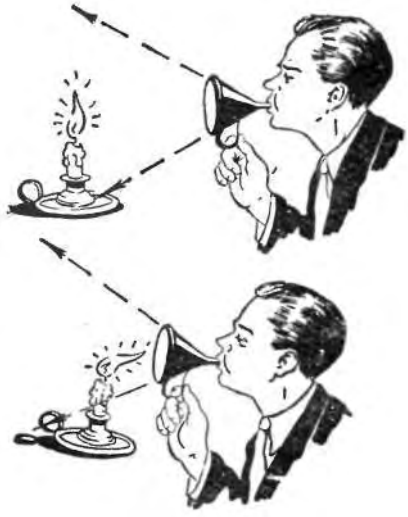


Рис. 91.

Рис. 92.

ее к свече и снова начинаете дуть. Результат получается неожиданный: пламя наклоняется не от вас, а к вам, навстречу струе воздуха, исходящей из воронки.

Что же вы должны сделать, желая задуть свечу? Нужно поместить воронку так, чтобы пламя находилось не на линии оси воронки, а на продолжении ее раструба. Дуя тогда в воронку, вы без труда загасите свечу.

Объясняется это тем; что воздушная струя, вытекая из узкой части воронки, не идет далее по ее оси, а растекается вдоль стенок раструба, образуя здесь своеобразный воздушный вихрь. Вдоль же оси воронки воздух разрежается, и оттого близ ее середины устанавливается обратное течение воздуха. Теперь понятно, почему пламя, помещенное против середины воронки, наклоняется к ней навстречу, а находясь против края — отклоняется вперед и гаснет.

Автомобильное колесо

Колесо автомобиля катится вправо; обод его вертится по часовой стрелке. Вопрос состоит в следующем: в какую сторону перемещается при этом воздух внутри резиновой шины колеса — навстречу вращению колеса или в том же направлении?

Воздух внутри шины движется от места сжатия в обе стороны — вперед и назад.

Для чего между рельсами оставляют зазоры?

Между стыками рельсов всегда оставляют пустые промежутки — зазоры. Делается это нарочно. Если зазоров не оставить и укладывать рельсы вплотную один к другому, железная дорога скоро придет в негодность. Дело в том, что все предметы при их нагревании раздаются во все стороны. Удлиняется и стальной рельс летом, когда его нагревает солнце. Если же не дать рельсам простора для удлинения, то, упираясь концами друг в друга с большой силой, они изогнутся вбок, вырвут удерживающие их костыли и исковеркают путь.

Зазоры устраивают и с расчетом на зимнее время. Зимой,

когда от холода рельсы сожмутся, станут короче, зазоры могут еще больше увеличиться. Поэтому их устраивают с расчетом и применяясь к климату места, где проходит железная дорога.

Примером использования свойств тел сужаться при охлаждении может служить известный прием натягивания раскаленных железных шин на обод тележного колеса. Когда шина остынет, она станет меньше и плотно обхватит обод.

Стаканы для чая и кваса

Вы замечали, вероятно, что стаканы для холодных напитков часто делаются с толстым дном. Понятно, для чего: такой стакан устойчив, нелегко опрокидывается. Почему же не употреблять тех же стаканов для чая? Ведь и в этом случае хорошо, чтобы стаканы не опрокидывались.

Стаканы с толстым дном не употребляются для горячих напитков потому, что стенки таких стаканов от горячей жидкости прогреваются и расширяются сильнее, чем толстое дно. Подобная посуда непрактична для чая: она растрескивается. Чем тоньше посуда и чем меньше разница в толщине стенок и дна, тем нагревание посуды равномернее и тем лучше она предохраняется от растрескивания.

Дырочка в крышке чайника

В крышке медного чайника имеется дырочка. Для чего она? Надо дать выход пару, иначе он скинет крышку с чайника. Но при нагревании материал крышки расширяется во все стороны. Что же делается при этом с дырочкой? Уменьшается ли она или увеличивается?

При нагревании крышки чайника дырочка ее увеличивается. Вообще отверстия и полости при нагревании увеличиваются в объеме совершенно так же, как увеличивается равный кусок материала, их окружающего. По этой причине, между прочим, вместимость сосудов от нагревания увеличивается, а не уменьшается, как думают иные.

Дым

Почему дым из трубы в безветренную погоду поднимается вверх?

Дым из трубы поднимается вверх потому, что его выносит

горячий воздух, расширившийся от нагревания, а потому и более легкий, нежели тот, который окружает трубу. Когда воздух, поддерживающий частицы дыма, остывает, дым опускается вниз и стелется по земле.

Несгораемая бумага

Можно проделать опыт, в котором бумажная полоска не загорается в пламени свечи.

Для этого нужно обмотать плотно железный прут узкой бумажной полоской наподобие винта. Если такой прут с бумажной полоской внести в пламя свечи, то бумага не загорится. Огонь будет лизать бумагу, закоптит ее, но не сожжет до тех пор, пока прут не раскалится.

Отчего же бумага не загорается? Оттого, что железо, как и всякий металл, хорошо проводит теплоту: оно быстро отнимает от бумаги ту теплоту, которую бумага получает от пламени. Заменив металлический прут деревянным, вы бумагу сожжете, потому что дерево плохой проводник теплоты. С медным прутом опыт удается очень хорошо.

Намотав туго нитку на ключ, вы сможете показать опыт с несгораемой ниткой.

Как замазывать оконные рамы на зиму?

Хорошо замазанная зимняя рама сберегает тепло. Но, чтобы хорошо замазать раму, надо ясно представлять себе, почему вторая рама «греет» комнату.

Многие думают, что вторую раму вставляют на зиму только потому, что два окна лучше, чем одно. Это неверно. Дело не во втором окне, а в том воздухе, который заключен между окнами.

Воздух очень плохо проводит теплоту. Поэтому воздух, хорошо замкнутый, чтобы он не уходил и не уносил с собой теплоты, предохраняет комнату от остывания.

Для этого воздух должен быть закупорен наглухо. Иные думают, что, замазывая на зиму рамы, надо вверху наружной рамы оставлять щель. Это большая ошибка. Если делать так, то воздух между рамами будет вытесняться наружным холодным воздухом, и оттого комната остудится. Надо, напротив, заделывать обе рамы возможно лучше, без малейшей скважины.

При отсутствии замазки можно с успехом заменить зама

зывание обклейкой рам полосами плотной бумаги. Только хорошо замазанные или тщательно оклеенные окна уменьшают расход дров на отопление.

Почему дует от закрытого окна?

Нам кажется странным, что в холодную погоду часто дует от окна, которое закрыто совершенно плотно, тщательно замазано и не имеет ни малейшей щели. Между тем здесь ничего удивительного нет.

Воздух комнаты почти никогда не находится в покое: в комнате существуют невидимые для глаза течения, порождаемые нагреванием и охлаждением воздуха. От нагревания воздух разрежается и, следовательно, становится легче; от охлаждения, напротив, воздух уплотняется и становится тяжелее. Легкий, нагретый воздух близ лампы или теплой печи вытесняется холодным воздухом вверх, к потолку, потому что воздух тяжелый, охлажденный возле окон или холодных стен, стекает вниз к полу.

Эти течения в комнате легко обнаружить с помощью детского воздушного шара, если привязать к нему небольшой груз, чтобы шар не упирался в потолок, а свободно парил в воздухе. Такой шар, выпущенный близ натопленной печки, путешествует по комнате, увлекаемый невидимыми воздушными течениями: от печки по потолку к окну, там опускается к полу и возвращается к печке для нового оборота по комнате.

Вот почему зимой мы чувствуем, как дует от окна, особенно внизу, хотя рама достаточно плотно закрыта и наружный воздух не может проходить сквозь щели.

Как надо охлаждать льдом?

Когда вы хотите охладить квас льдом, куда ставите вы кувшин: на лед или под лед?

Многие, не раздумывая, ставят кувшин на лед, как горшок со щами на огонь. Так охлаждать не годится. Нагревать надо, действительно, снизу, но охлаждать, наоборот, сверху.

Попробуйте разобраться, почему выгоднее охлаждать сверху, чем снизу. Вы знаете, что холодное вещество плотнее теплого; холодный напиток плотнее неостуженного. Когда вы кладете лед поверх кувшина с квасом, верхние слои напитка

(прилегающие ко льду), охладившись и сделавшись оттого тяжелее, опускаются вниз; на их место подтекают другие, еще неостуженные, порции кваса, охлаждаются льдом и, в свою очередь, опускаются. В короткий срок весь квас в кувшине побывает в соседстве со льдом и охладится. Другое дело, если вы ставите напиток не под лед, а поверх льда. Тогда прежде всего охлаждается самый нижний слой напитка; он делается плотнее и остается на дне, не уступая места остальным еще теплым слоям. Никакого перемешивания жидкости в этом случае не происходит, и оттого она охлаждается очень медленно.

Не одни только напитки выгодно охлаждать сверху: мясо, овощи, рыбу надо для охлаждения тоже класть под лед, а не поверх льда. Ведь они охлаждаются не столько самим льдом, сколько остуженным воздухом; холодный же воздух течет вниз, а не вверх. И, если вам понадобится льдом охладить, например, комнату больного, кладите лед не под лавку, а куда нибудь повыше, на полку, или подвесьте его к потолку.

Цвет водяного пара

Случалось ли вам видеть водяной пар? Можете ли вы сказать, какого он цвета?

Водяной пар в точном смысле этого слова совершенно прозрачен и бесцветен. Его нельзя видеть, как невозможно видеть воздух. Тот белый туман, который в обиходе называют «пар», есть скопление мельчайших водяных капелек; это распыленная вода, а не пар.

Почему „поет" самовар?

Отчего происходит певучий звук, который издает самовар, перед тем как вода в нем закипит? Вода, непосредственно прилегающая к трубе самовара, превращается в пар, который образует в воде небольшие пузырьки. Как более легкие, пузырьки эти вытесняются окружающей водой вверх. Здесь они попадают в воду, температура которой ниже 100°. Пар в пузырьках охлаждается, сжимается, и стенки пузырьков под давлением окружающей воды смыкаются. Итак, перед началом кипения пузырьки, все более и более многочисленные, поднимаются вверх, но не доходят до уровня воды, а с легким треском смыкаются по пути. От этих то многочисленных потрескиваний и происходит шум, который мы слышим перед закипанием.

Когда же вся вода в самоваре или в чайнике нагреется до температуры кипения, пузырьки перестают смыкаться, проходя через толщу воды, и «пение» прекращается. Едва, однако, самовар начнет остывать, условия для звучания возникают опять — и «пение» возобновляется.

Вот почему самовары и чайники «поют» только перед закипанием и при остывании; кипящий же самовар никогда не издает этого певучего звука.

Таинственная вертушка

Из тонкой папиросной бумаги вырежьте прямоугольничек. Перегните его по средним линиям и снова расправьте: вы будете знать, где центр тяжести прямоугольничка. Положите теперь бумажку на острие торчащей иглы так, чтобы игла подпирала ее как раз в этой точке.

Бумажка останется в равновесии: она подперта в центре тяжести. Но от малейшего дуновения она начнет вращаться на острие.

Пока приборчик не обнаруживает ничего таинственного. Но приблизьте к нему руку, как показано на рис. 93; приближайте осторожно, чтобы бумажка не была сметена током воздуха. Вы увидите странную вещь: бумажка начнет вращаться, сначала медленно, потом все быстрее. Отодвиньте руку — вращение прекратится. Приблизьте — опять начнется.

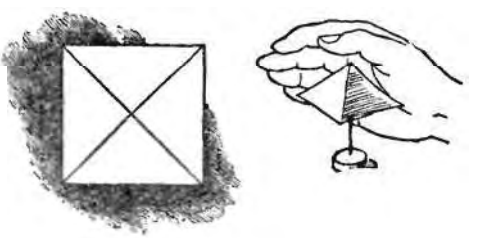


Рис. 93.

Это загадочное вращение одно время — в 70 х годах прошлого века — давало многим повод думать, что тело наше обладает какими то сверхъестественными свойствами. Любители мистического находили в этом опыте подтверждение своим туманным учениям об исходящей из человеческого тела таинственной силе. Между тем причина вполне естественна и очень проста: воздух, нагретый снизу вашей рукой, поднимается вверх и, напирая на бумажку, заставляет ее вращаться, подобно всем известной спиральной «змейке» над лампой, потому что, перегибая бумажку, вы придали ее частям легкий уклон.

Внимательный наблюдатель может заметить, что описанная вертушка вращается в определенном направлении — от запястья, вдоль ладони, к пальцам. Это можно объяснить разницей температур названных частей руки: концы пальцев всегда холоднее, нежели ладонь; поэтому близ ладони образуется более сильный восходящий ток воздуха, который и ударяет в бумажку сильнее, чем ток, порождаемый теплотой пальцев.

Греет ли шуба?

Что сказали бы вы, если бы вас стали уверять, будто шуба нисколько не греет? Вы подумали бы, конечно, что с вами шутят. А если бы вам стали доказывать это утверждение на ряде опытов? Проделайте, например, такой опыт.

Заметьте, сколько градусов показывает термометр, и закутайте его в шубу. Через несколько часов выньте. Вы убедитесь, что он не нагрелся даже и на четверть градуса: сколько показывал раньше, столько показывает и теперь. Вот и доказательство, что шуба не греет. Вы могли бы заподозрить, что шубы даже холодят. Возьмите два пузыря со льдом; один закутайте в шубу, другой оставьте в комнате незакрытым. Когда лед в пузыре растает, разверните шубу: вы увидите, что здесь он почти и не начинал таять. Значит, шуба не только не согрела лед, но как будто даже холодила его, замедляя таяние!..

Что можно здесь возразить? Как опровергнуть эти доводы?

Никак. Шубы действительно не греют, если под словом «греть» разуметь сообщение теплоты. Лампа греет, печка греет, человеческое тело греет, потому что все эти предметы являются источниками теплоты. Но шуба в этом смысле слова нисколько не греет. Она своего тепла не дает, а только мешает теплоте нашего тела уходить от него. Вот почему теплокровное животное, тело которого само является источником тепла, будет чувствовать себя в шубе теплее, чем без нее. Но термометр не порождает собственного тепла, и его температура не изменится от того, что мы закутаем его в шубу. Лед, обернутый в шубу, дольше сохраняет свою низкую температуру, потому что шуба — весьма плохой проводник теплоты — замедляет доступ к нему тепла извне, от комнатного воздуха.

В таком же смысле, как шуба, греет землю и снег; будучи, подобно всем порошкообразным телам, плохим проводником тепла, он мешает теплу уходить из покрытой им почвы. В поч

ве, защищенной слоем снега, термометр показывает нередко градусов на десять больше, чем в почве, обнаженной от снега. Это греющее действие снежного покрова хорошо знакомо крестьянам.

Итак, на вопрос, греет ли нас шуба, надо ответить, что шуба только помогает нам греть самих себя. Вернее было бы говорить, что мы греем шубу, а не она нас.

Как зимой проветривать комнаты?

Лучший способ проветривать комнату зимой состоит в том, чтобы в часы, когда топится печь, открывать форточку. Холодный и свежий наружный воздух будет тогда вытеснять теплый, более легкий воздух комнаты в печку, откуда через дымовую трубу комнатный воздух станет выходить наружу.

Не следует думать, однако, что то же самое будет происходить и при закрытой форточке, так как наружный воздух станет тогда проникать в комнату через щели в стенах. Он, правда, просачивается в комнату, но не в достаточном количестве, чтобы поддерживать горение в печи. Поэтому, помимо воздуха с улицы, в комнату проникает также воздух через щели в

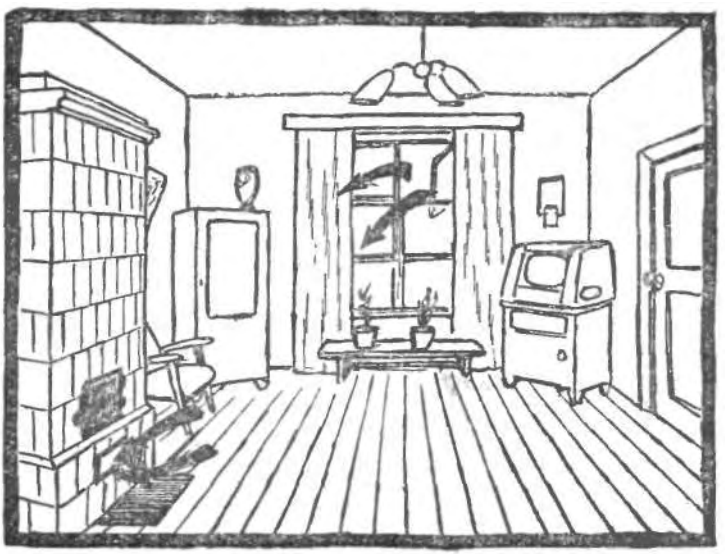


Рис 94.

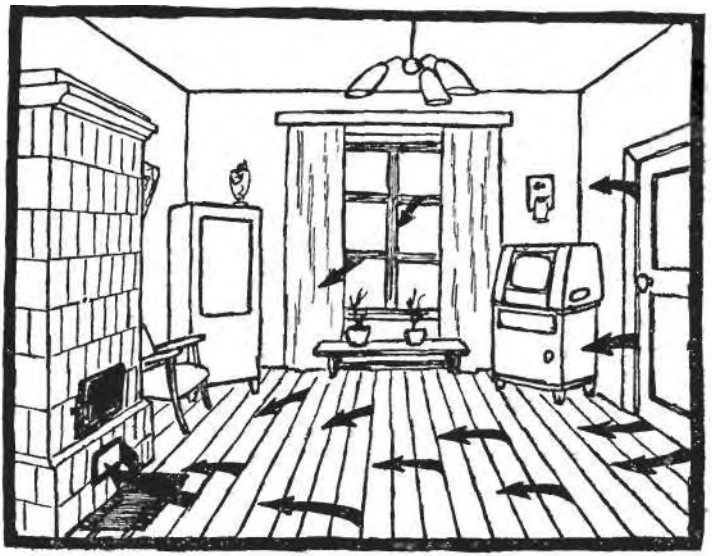


Рис. 95.

полу и в квартирных перегородках из таких помещений, где он не может быть ни чистым, ни свежим.

Разница между притоком воздуха в том и в другом случае наглядно показана на наших рисунках; течения воздуха обозначены на них стрелками.

Где устраивать форточку?

Где надо устраивать форточку: вверху окна или внизу? Существуют квартиры, где форточки устроены внизу. Это, конечно, удобно: для их открывания и закрывания не приходится становиться на стул. Однако низкие форточки плохо выполняют свое назначение — вентилировать комнату. В самом деле: отчего происходит обмен наружного и комнатного воздуха через форточку? Оттого, что наружный воздух холоднее внутреннего и, как более тяжелый, вытесняет его. Но он занимает только ту часть помещения, которая лежит ниже форточки. Весь же тот воздух, который находится в комнате выше уровня форточки, не участвует в обмене — он не вентилируется.

Бумажная кастрюля

Взгляните на рис. 96: яйцо варится в воде, налитой в бумажный колпак!

— Но ведь бумага сейчас загорится и вода зальет лампу, — скажете вы.

Попробуйте же сделать опыт, взяв для него плотную пергаментную бумагу и надежно прикрепив ее к проволоке. Вы убедитесь, что бумага нисколько не пострадает от огня. Причина в том, что вода может быть нагрета в открытом сосуде только до температуры кипения, то есть до 100°; поэтому нагреваемая вода, обладающая к тому же большой теплоемкостью, поглощая избыток теплоты бумаги, не дает ей нагреться заметно выше 100°, то есть настолько, чтобы она могла воспламениться. (Практичнее, пожалуй, будет пользоваться небольшой бумажной коробкой в форме, изображенной на рис. 96, внизу.) Бумага не загорается, хотя пламя и лижет ее.

Рис. 96.

К тому же роду явлений относится и печальный опыт, который невольно проделывают рассеянные люди, ставящие самовар без воды: самовар распаивается. Причина понятна: припой сравнительно легкоплавок, и только тесное соседство воды спасает его от опасного повышения температуры. Нельзя также нагревать запаянные кастрюли без воды.

Вы можете, далее, расплавить, например, свинцовую пломбу в коробочке, сделанной из игральной карты. Надо только подвергать действию пламени именно то место бумаги, которое непосредственно соприкасается со свинцом: металл, как сравнительно хороший проводник тепла, быстро отнимает от бумаги тепло, не

давая ей нагреться заметно выше температуры плавления, то есть 335° (для свинца); такая температура недостаточна для воспламенения бумаги.

Для чего служит ламповое стекло?

Мало кто знает о том, какой долгий путь прошло ламповое стекло, прежде чем достигло своего современного вида. Длинный ряд тысячелетий люди пользовались для освещения пламенем, не прибегая к услугам стекла. Понадобился гений Леонардо да Винчи (1452—1519), чтобы сделать это важное усовершенствование лампы. Но Леонардо окружил пламя не стеклянной, а металлической трубой. Прошло еще три века, прежде чем додумались до замены металлической трубы прозрачным стеклянным цилиндром. Как видите, ламповое стекло — изобретение, над которым работали десятки поколений.

Каково же его назначение?

Едва ли у всех готов правильный ответ на столь естественный вопрос.

Защищать пламя от ветра — лишь второстепенная роль стекла. Главное же действие его в увеличении яркости пламени, в ускорении процесса горения. Роль стекла та же, что и печной или заводской трубы; оно усиливает приток воздуха к пламени, усиливает «тягу».

Разберемся в этом. Столб воздуха, находящийся внутри стекла, нагревается пламенем гораздо быстрее, нежели воздух, окружающий лампу. Нагревшись и сделавшись поэтому легче, воздух вытесняется вверх более тяжелым ненагретым воздухом, который поступает снизу, через отверстия в горелке. Таким образом устанавливается постоянное течение воздуха снизу вверх — течение, непрерывно отводящее продукты горения и приносящее свежий воздух. Чем стекло выше, тем больше разница в весе нагретого и ненагретого столбов воздуха и тем энергичнее происходит приток свежего воздуха, а следовательно, ускоряется горение. Здесь имеет место то же самое, что и в высоких заводских трубах. Поэтому эти трубы делаются столь высокими.

Интересно, что уже Леонардо отчетливо представлял себе эти явления.

В его рукописях находим такую запись: «Где появляется огонь, там вокруг него образуется воздушное течение: оно его поддерживает и усиливает».

Почему пламя не гаснет само собой?

Если вдуматься хорошенько в процесс горения, то невольно возникает вопрос: отчего пламя не гаснет само собой? Ведь продуктами горения являются углекислый газ и водяной пар — вещества негорючие, неспособные поддерживать горение. Следовательно, пламя с первого же момента горения должно быть окружено негорючими веществами, которые мешают притоку воздуха: без воздуха горение продолжаться не может, и пламя должно погаснуть.

Почему же этого не происходит? Почему горение длится непрерывно, пока есть запас горючего вещества? Только потому, что газы расширяются от нагревания и, следовательно, становятся легче. Лишь благодаря этому нагретые продукты горения не остаются на месте своего образования, в непосредственном соседстве с пламенем, а немедленно же вытесняются вверх чистым воздухом. Если бы закон Архимеда не распространялся на газы (или если бы не было тяжести), всякое пламя, погорев немного, гасло бы само собой.

Весьма легко убедиться в том, как губительно действуют на пламя продукты его горения. Вы нередко пользуетесь этим, сами того не подозревая, чтобы загасить огонь в лампе. Как задуваете вы керосиновую лампу? Дуете в нее сверху, то есть гоните вниз, к пламени, негорючие продукты его горения; и оно гаснет, лишенное свободного доступа воздуха.

Почему вода гасит огонь?

На столь простой вопрос не всегда умеют правильно ответить.

Читатель, надеемся, не посетует на нас, если мы объясним вкратце, в чем, собственно, заключается это действие воды на огонь.

Во первых, прикасаясь к горящему предмету, вода превращается в пар, отнимая при этом много теплоты у горящего тела; чтобы превратить крутой кипяток в пар, нужно впятеро с лишком больше теплоты, чем для нагревания того же количества холодной воды до 100°.

Во вторых, пары, образующиеся при этом, занимают объем, в сотни раз больший, чем породившая их вода; окружая горящее тело, пары оттесняют воздух, а без воздуха горение невозможно.

Чтобы увеличить огнегасительную силу воды, иногда примешивают к ней... порох! Это может показаться странным, од

нако это вполне разумно: порох быстро сгорает, выделяя большое количество негорючих газов, которые, окружая собой горящие предметы, затрудняют горение.

Нагревание льдом и кипятком

Можно ли одним куском льда нагреть другой?

Можно ли одним куском льда охладить другой?

Можно ли одной порцией кипятка нагреть другую?

Если лед низкой температуры, например —20°, привести в соприкосновение со льдом более высокой температуры, например —5°, то первый кусок льда нагреется (станет менее холодным), а второй охладится.

Поэтому охлаждать или нагревать лед льдом вполне возможно.

Нагреть же кипящей водой другую порцию кипящей воды (при одинаковом давлении) нельзя, так как при определенном давлении температура кипятка всегда одинакова.

Можно ли воду вскипятить кипятком?

Возьмите небольшую бутылку (баночку или пузырек), налейте в нее воды и поместите в стоящую на огне кастрюлю с чистой водой так, чтобы склянка не касалась дна кастрюли. Вам придется, конечно, подвесить этот пузырек на проволочной петле. Когда вода в кастрюле закипит, то, казалось бы, вслед за тем должна закипеть и вода в пузырьке. Можете, однако, ждать сколько вам угодно, вы не дождетесь этого: вода в пузырьке будет горяча, очень горяча, но кипеть не будет. Кипяток оказывается недостаточно горячим, чтобы вскипятить воду.

Результат как будто неожиданный, между тем его надо было предвидеть. Чтобы довести воду до кипения, недостаточно только нагреть ее до 100° — надо еще сообщить ей значительный запас так называемой скрытой теплоты. Чистая вода кипит при 100°; выше этой точки ее температура при обычных условиях не поднимается, сколько бы мы ее ни нагревали. Значит, источник теплоты, с помощью которого мы нагреваем воду в пузырьке, имеет температуру 100°, он может довести воду в пузырьке также только до 100°. Когда наступит это равенство температур, дальнейшего перехода тепла от воды кастрюли к пузырьку не будет. Итак, нагревая воду в пузырьке таким способом, мы не можем до

ставить ей того избытка скрытой теплоты, который необходим для перехода воды в пар (каждый грамм воды, нагретый до 100°, требует еще свыше 500 калорий[1], чтобы перейти в пар). Вот почему вода в пузырьке хотя и нагревается, но не кипит.

Может возникнуть вопрос: чем же отличается вода в пузырьке от воды в кастрюле? Ведь в пузырьке та же вода, только отделенная от остальной массы стеклянной перегородкой; почему же не происходит с ней того же, что и с остальной водой?

Потому что перегородка мешает воде пузырька участвовать в тех течениях, которые перемешивают всю воду в кастрюле. Каждая частица воды в кастрюле может непосредственно коснуться накаленного дна, вода же пузырька соприкасается только с кипятком.

Итак, чистым кипятком вскипятить воду нельзя. Но стоит в кастрюлю всыпать горсть соли — и дело меняется. Соленая вода кипит не при 100°, а немного выше, и, следовательно, может, в свою очередь, довести до кипения чистую воду в стеклянном пузырьке.

Можно ли вскипятить воду снегом?

«Если уж кипяток для этой цели непригоден, то что говорить о снеге!» — ответит иной читатель. Не торопитесь с ответом, а лучше проделайте опыт хотя бы с тем же стеклянным флаконом, который вы только что употребляли.

Налейте в него воды до половины и погрузите в кипящую соленую воду. Когда вода в флаконе закипит, выньте его из кастрюли и быстро закупорьте заранее приготовленной плотной пробкой. Теперь переверните флакон и ждите, пока кипение внутри его прекратится. Выждав этот момент, облейте флакон кипятком — вода не закипит. Но положите на его донышко немного снегу или даже просто облейте его холодной водой, как показано на рис. 97, и вы увидите, что вода закипит...

Снег сделал то, чего не мог сделать кипяток.

Это тем более загадочно, что на ощупь флакон не будет особенно горяч, только лишь тепел. Между тем вы собственными глазами видите, как вода в нем кипит.

Разгадка в том, что снег охладил стенки флакона; вследствие этого пар внутри сгустился в водяные капли. А так как

[1] Калория — единица количества тепла. Малая калория — количество тепла, необходимое для повышения температуры 1 г воды на 1°.

Рис. 97.

Рис. 98.

Воздух из стеклянного флакона был выгнан еще при кипячении, то теперь вода подвержена в нем гораздо меньшему давлению. Но известно, что при уменьшении давления на жидкость она кипит при температуре более низкой. Мы имеем, следовательно, в нашем флаконе хотя и кипяток, но кипяток негорячий.

Если стенки флакона очень тонки, то внезапное сгущение паров внутри его может вызвать нечто вроде взрыва; давление внешнего воздуха, не встречая достаточного противодействия изнутри флакона, способно раздавить его (вы видите, между прочим, что слово «взрыв» здесь неуместно). Лучше брать поэтому склянку круглую (колбу с выпуклым дном), чтобы воздух давил на свод.

Всего безопаснее производить подобный опыт с жестянкой для керосина, масла и т. п. Вскипятив в ней немного воды, завинтите плотно пробку и облейте посуду холодной водой. Тотчас же жестянка с паром сплющится давлением наружного воздуха, так как пар внутри ее превратится при охлаждении в воду.

Жестянка будет измята давлением воздуха, словно по ней ударили тяжелым молотом (рис. 98),

Горячее яйцо в руке

Почему не обжигает рук вынутое из кипятка яйцо?

Вынутое из кипятка яйцо влажно и горячо. Вода, испаряясь с горячей поверхности яйца, охлаждает скорлупу, и рука не ощущает жара. Так происходит лишь в первые мгновения, пока яйцо не обсохнет, после чего его высокая температура становится ощутимой.

Выведение пятен утюгом

На чем основано выведение жирных пятен с тканей утюгом?

Устранение с платья жирных пятен нагреванием основано на том, что поверхностное натяжение жидкостей уменьшается с повышением температуры. «Поэтому, если температура в различных частях жидкого пятна различна, то жир стремится двигаться от нагретых мест к холодным. Приложим к одной стороне полотна нагретое железо, а к другой хлопчатую бумагу, тогда жир перейдет в хлопчатую бумагу» (Максвелл — «Теория теплоты»). Материал, впитывающий жир, надо, следовательно, помещать на стороне, противоположной утюгу.

Как далеко видно с высоких мест?

Стоя на ровном месте, мы видим землю только до определенной границы. Эта граница кругозора называется «линия горизонта». Деревья, дома и другие высокие предметы, расположенные далее линии горизонта, видны не целиком, а только в верхних своих частях; нижние же части их заслоняются выпуклостью земли. Ведь и ровная суша и гладкое море, хотя кажутся нам совершенно плоскими, на самом деле выпуклы; они составляют часть кривой поверхности земного шара.

Как же далеко видит землю человек среднего роста, стоя на ровном месте?

Он может обозреть местность только на 5 км во все стороны. Чтобы видеть дальше, надо забраться повыше. Кавалерист на равнине может оглядеть местность на 6 км. Моряк, находясь на мачте на высоте 20 м над водой, видит море вокруг себя на 16 км. С верхушки маяка, возвышающегося над водой на 60 м, море видно вдаль почти на 30 км.

Дальше всех могут обозревать землю и море, конечно, лет

чики. С высоты 1 км открывается вид во все стороны почти на 120 км, если только не мешают облака и туман. Поднявшись вдвое выше, летчик будет видеть кругом в хорошую трубу на 160 км. С высоты же 10 км видно на 380 км.

Для советских воздухоплавателей, поднявшихся на стратостате «Осоавиахим 1» до высоты 22 км, земля расстилалась вдаль во все стороны на 560 км.

Где стрекочет кузнечик?

Посадите кого нибудь посреди комнаты с завязанными глазами и попросите его сидеть спокойно, не поворачивая головы. Затем, взяв в руки две монеты, стучите ими одна о другую в разных местах комнаты, но примерно в одинаковом расстоянии от ушей вашего товарища. Пусть он попробует угадать место, где щелкнули монеты. Это ему не удается: звук произведен в одном углу комнаты, а товарищ указывает на совершенно противоположную точку.

Если вы отойдете в сторону, ошибки будут уже не так грубы: теперь звук в ближайшем ухе вашего гостя слышен немного громче, и благодаря этому можно определить, откуда звук исходит.

Этот опыт объясняет, почему никак не удается заметить стрекочущего в траве кузнечика. Резкий звук раздается в двух шагах от вас справа. Вы смотрите туда, но ничего не видите, звук же явственно доносится уже слева. Вы поворачиваете туда голову, но не успели сделать это, как звук уже доносится из какого нибудь третьего места. Поразительное проворство кузнечика способно привести вас в недоумение, и, чем быстрее вы поворачиваетесь в сторону стрекочущего звука, тем быстрее совершаются эти прыжки невидимого музыканта. На самом деле насекомое спокойно сидит на месте, и его прыжки — следствие обмана слуха. Ваша ошибка в том, что вы поворачиваете голову, помещая ее при этом как раз так, что кузнечик одинаково удален от ваших ушей. При таком условии (вы уже знаете из только что описанного опыта) легко ошибиться: стрекотание кузнечика раздается впереди вас, но вы по ошибке относите его в противоположную сторону.

Значит, если хотите определить, откуда доносится звук кузнечика, пение кукушки и другие отдаленные звуки, вы должны не поворачивать глаз на звук, а напротив, отворачивать их в сторону. Впрочем, мы это и делаем, когда, как говорится, «настораживаемся».

Эхо

Когда произведенный нами звук, отразившись от стены или другой преграды, возвращается и вновь достигает нашего уха, мы слышим эхо. Оно может быть отчетливо лишь тогда, если между возникновением звука и его возвращением проходит не слишком мало времени. Иначе отраженный звук сольется с первоначальным, усилит его; звук тогда «отдается», например в больших пустых комнатах.

Вообразите, что вы стоите на открытом месте, а прямо перед вами в 33 м возвышается изба. Хлопните в ладоши: звук пробежит 33 м, отразится от ее стен и вернется обратно. Через сколько времени? Так как он прошел 33 м туда и столько же обратно, то есть всего 66 м, то вернется он через 66:330, то есть $^1/_5$ секунды. Наш отрывистый звук был настолько короток, что успел прекратиться меньше чем в $^1/_5$ секунды, то есть прежде, чем пришло эхо; оба звука не слились — они слышны были раздельно. Каждое односложное слово — «да», «нет» — мы произносим примерно в $^1/_5$ секунды; поэтому односложное эхо мы слышим, находясь на расстоянии всего 33 м от преграды. Эхо же двусложного слова при таком же расстоянии сливается со звуком слова, усиливая его, но делая неясным; отдельно мы его не слышим.

На каком же расстоянии должна быть преграда, чтобы можно было отчетливо слышать двусложное эхо, например от слов «ура», «ого»? Произнесение таких слов длится $^1/_5$ секунды; за это время звук должен успеть пройти до преграды и обратно, то есть двойное расстояние от преграды. Но в $^2/_5$ секунды звук проходит $330 \times {}^2/_5$ = около 132 м.

Половина этого — 66 м — и есть наименьшее расстояние до преграды, могущей породить двусложное эхо.

Теперь вы уже сами рассчитаете, что для трехсложного эха требуется расстояние в сотню метров.

Музыкальные бутылки

Если вы обладаете музыкальным слухом, вам нетрудно будет устроить из обыкновенных бутылок подобие музыкального джазового инструмента, на котором можно наигрывать несложные мелодии.

Рис. 99 показывает, что и как вам нужно сделать. К двум шестам, укрепленным горизонтально на стульях, подвешивают 16 бутылок с водой. В первой бутылке вода налита почти доверху; в каждой следующей — немного меньше воды, чем в предыдущей; в последней бутылке воды очень мало.

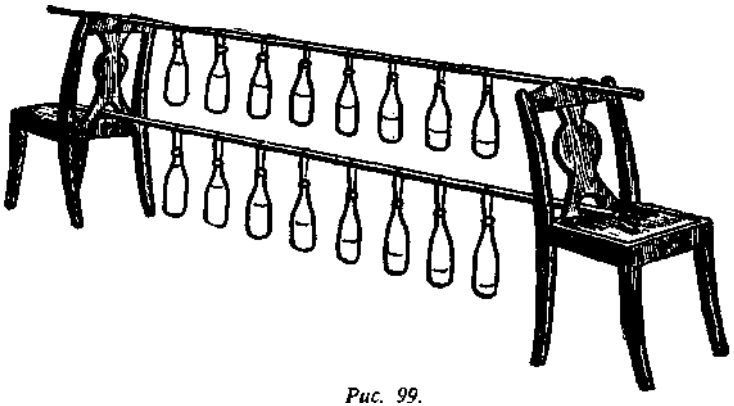


Рис. 99.

Ударяя по этим бутылкам сухой деревянной палочкой, вы будете извлекать из них тоны различной высоты. Чем меньше воды в бутылке, тем тон выше. Поэтому, прибавляя или отливая воду, вы сможете добиться, чтобы тоны составили музыкальную гамму.

Располагая двумя октавами, можно исполнять на этом бутылочном инструменте кое какие несложные мелодии.

Шум в раковине

Почему шумит чашка или большая раковина, приложенные к уху?

Шум, который мы слышим, приставив к уху чашку или крупную раковину, происходит вследствие того, что раковина является резонатором, усиливающим многочисленные шумы в окружающей нас обстановке, обычно нами не замечаемые из за их слабости. Этот смешанный звук напоминает гул моря, что и подало повод к различным легендам, сложившимся вокруг шума раковины.

Видеть сквозь ладонь

Возьмите в левую руку трубку, свернутую из бумаги, держите эту трубку против левого глаза и смотрите через нее на какой нибудь далекий предмет. В то же время держите ладонь вашей правой руки против правого глаза так,

чтобы она почти касалась трубки. Обе руки должны быть от глаза в 15—20 см. И тогда вы убедитесь, что правый глаз ваш отлично видит сквозь ладонь, словно в ладони вырезано круглое отверстие.

Рис. 100.

В чем причина явления?

Причина неожиданного явления такова. Ваш левый глаз приготовился рассмотреть сквозь трубку далекий предмет, и соответственно этому его хрусталик приспособился к рассматриванию далекой вещи (глаз, как говорят, установился). Глаза устроены и работают так, что устанавливаются всегда согласно — как один, так и другой.

В описанном опыте правый глаз тоже устанавливается на далекое зрение, и поэтому близкая ладонь видна ему неясно. Короче сказать, левый глаз ясно видит далекий предмет, правый — смутно видит ладонь. А в итоге вам кажется, что вы видите далекий предмет сквозь заслоняющую его ладонь вашей руки.

В бинокль

Вы стоите на взморье и следите в бинокль за лодкой, которая приближается прямо к берегу. Бинокль увеличивает в три раза. Во сколько раз увеличится для вас скорость приближения лодки?

Чтобы разобраться в задаче, допустим, что лодка, замеченная на расстоянии 600 м, движется к наблюдателю со скоростью 5 м в секунду. В бинокль, увеличивающий втрое, лодка на расстоянии 600 м кажется такой величины, словно она в 200 м. Через минуту она приблизится на $5 \times 60 = 300$ м и будет в 300 м от наблюдателя; в бинокль ее видимые размеры будут такие же, как если бы лодка находилась в 100 м. Значит, для наблюдающего в бинокль лодка прошла $200 - 100 = 100$ м, между тем как в действительности она прошла 300 м. Отсюда ясно, что скорость приближения лодки в бинокль не только не увеличилась втрое, а, напротив, втрое уменьшилась.

Читатель может убедиться, что тот же вывод получается и для других данных — другого первоначального расстояния, другой скорости лодки и другого промежутка времени.

Итак, скорость приближения лодки уменьшается в бинокль во столько раз, во сколько раз бинокль увеличивает предметы.

Впереди или сзади?

Есть немало вещей домашнего обихода, с которыми многие люди обращаются нецелесообразно. Мы уже указывали раньше, что иные не умеют пользоваться льдом для охлаждения — ставят охлаждаемые напитки на лед, вместо того чтобы помещать их под лед. Оказывается, что и обыкновенным зеркалом не все умеют пользоваться. Сплошь и рядом, желая хорошо разглядеть себя в зеркале, ставят лампу позади себя, чтобы «осветить свое отражение», вместо того чтобы осветить самих себя.

99 женщин из 100 поступают таким образом. Наша читательница, без сомнения, будет та сотая, которая догадается поместить лампу впереди себя.

Рисование перед зеркалом

Нетождественность зеркального отражения с оригиналом еще заметнее выступает в следующем опыте.

Поставьте перед собой отвесно на стол зеркало, положите перед ним бумажку и попробуйте нарисовать на ней какую нибудь фигуру, например прямоугольник с диагоналями. Но

Рис. 101.

не смотрите при этом прямо на свою руку, а следите лишь за движениями руки, отраженной в зеркале.

Вы убедитесь, что столь легкая на вид задача почти невыполнима. В течение многих лет наши зрительные впечатления

и двигательные ощущения успели прийти в определенное соответствие. Зеркало нарушает эту связь, так как представляет глазам движения нашей руки в искаженном виде. Давнишние привычки будут протестовать против каждого вашего движения: вы хотите провести линию вправо, а рука тянет влево, и т. п.

Еще больше неожиданных странностей вы встретите, если вместо простого чертежа попробуете рисовать перед зеркалом более сложные фигуры или писать что нибудь, глядя на строки в зеркале: выйдет комичная путаница.

Те отпечатки, которые получаются на пропускной бумаге, тоже изображения симметричные. Рассмотрите надписи, испещряющие вашу пропускную бумагу, и попробуйте прочесть их. Вам не разобрать ни одного слова, даже вполне отчетливого: буквы имеют необычный наклон влево, а главное — последовательность штрихов в них не та, к какой вы привыкли. Но приставьте к бумаге зеркало под прямым углом — и увидите в нем все буквы написанными так, как вы привыкли их видеть. Зеркало дает симметричное отражение того, что само является симметричным изображением обыкновенного письма.

Черный бархат и белый снег

Что светлее: черный бархат в солнечный день или чистый снег в лунную ночь?

Ничто, казалось бы, не превосходит черного бархата в черноте и белого снега в белизне. Однако эти давнишние классические образцы черного и белого, темного и светлого, предстают совершенно иными, когда к ним подходят с беспристрастным физическим прибором — фотометром. Тогда оказывается, что, например, самый черный бархат под лучами солнца светлее, чем самый чистый снег в лунную ночь.

Причина та, что черная поверхность, какой бы темной она ни казалась, не поглощает полностью всех падающих на нее лучей видимого света. Даже сажа и платиновая чернь — самые черные краски, какие нам известны, — рассеивают около 1—2%! падающего на них света. Остановимся на цифре 1% и будем считать, что снег рассеивает все 100% падающего на него света (что безусловно преувеличено)[1]. Известно, что освещение, даваемое солнцем, в 400 000 раз сильнее освещения луны. Поэтому 1 % солнечного света, рассеиваемый черным

[1] Свежевыпавший снег рассеивает только около 80% падающего на него света.

бархатом, в тысячи раз интенсивнее 100% лунного света, рассеиваемого снегом. Другими словами, черный бархат при солнечном свете во много раз светлее снега, озаренного луной.

Сказанное относится, конечно, не только к снегу, но и к самым лучшим белилам (наиболее светлые из них — литопон — рассеивают 91% падающего на них света). Так как никакая поверхность, если она не раскалена, не может отбрасывать больше света, чем на нее падает, а луна посылает в 400 000 раз меньше света, нежели солнце, то немыслимо существование такой белой краски, которая при лунном свете была бы объективно светлее самой черной краски в солнечный день.

Почему снег белый?

Почему снег белый, хотя составлен из прозрачных ледяных кристалликов?

Снег имеет белый цвет по той же причине, по какой кажется белым толченое стекло и вообще всякие измельченные прозрачные вещества. Растолките лед в ступке или наскребите его ножом — и у вас получится порошок белого цвета. Цвет этот обусловлен тем, что лучи света, проникая в мелкие кусочки прозрачного льда, не проходят сквозь них, а отражаются внутрь на границах льдинок и воздуха (полное внутреннее отражение). Поверхность же, беспорядочно рассеивающая во все стороны падающие на нее лучи, воспринимается глазом как белая.

Значит, причина белого цвета снега — его раздробленность. Если промежуток между снежинками заполнить водой, снег утрачивает белый цвет и становится прозрачным. Такой опыт нетрудно проделать: если вы насыплете снега в банку и нальете туда воды, снег на ваших глазах из белого сделается бесцветным, прозрачным.

Блеск начищенного сапога

Почему блестит начищенный сапог?

Ни черная вязкая вакса, ни щетка не заключают как будто ничего такого, что могло бы создавать блеск. Поэтому блеск начищенного сапога представляет для многих своего рода загадку.

Чтобы разгадать ее, надо уяснить себе, чем отличается блестящая полированная поверхность от матовой. Обычно думают, что полированная поверхность гладка, а матовая — ше

роховата. Это неверно: шероховаты и та и другая поверхности. Абсолютно гладких поверхностей не существует. Если бы мы могли рассматривать полированную поверхность в микроскоп, мы увидели бы картину вроде той, какую представляет под микроскопом лезвие бритвы; для человека, уменьшенного в 10 миллионов раз, поверхность гладко отполированной пластинки казалась бы холмистой местностью. Неровности, углубления, царапины имеются на всякой поверхности — матовой и

Рис. 102.

полированной. Все дело в величине этих неровностей. Если они меньше длины волны падающего на них света, то лучи отражаются правильно, то есть сохраняя углы взаимного наклонения, какие они имели до отражения. Такая поверхность дает зеркальные изображения, она блестит, и мы называем ее полированной. Если же неровности больше длины волны падающего света, то лучи разбрасываются ею неправильно, без сохранения первоначальных углов взаимного наклонения; такой рассеянный свет не дает ни зеркальных изображений, ни бликов, и мы называем поверхность матовой.

Отсюда следует, между прочим, что поверхность может быть полированной для одних лучей и матовой для других. Для лучей видимого света, средняя длина волны которых равна полумикрону (0,0005 мм), поверхность с неровностями ме

нее указанного размера будет полированной; для лучей инфракрасных, с более длинной волной, она тоже, конечно, полированная; но для ультрафиолетовых, имеющих более короткую волну, она матовая.

Возвратимся к прозаической теме нашей задачи: почему начищенный сапог блестит? Не покрытая ваксой поверхность кожи имеет бугристое строение с неровностями, более значительными по размерам, чем длина волн видимого света, — она матовая. Вязкое вещество ваксы, наносимое тонким слоем на шероховатую поверхность кожи, сглаживает ее неровности и укладывает торчащие ворсинки. Растирание щетками, удаляя излишки ваксы на выступах и заполняя промежутки, уменьшает неровности до таких размеров, при которых бугры становятся меньше длины волн видимых лучей, и поверхность из матовой превращается в блестящую.

Сквозь цветные стекла

Какого цвета кажутся красные цветы через зеленое стекло? А синие через то же стекло?

Зеленое стекло способно пропускать только зеленые лучи и задерживает все прочие; красные цветы посылают одни красные лучи и почти никаких других. Глядя через зеленое стекло на красный цветок, мы не получим от его лепестков никаких лучей света, так как единственные лучи, ими испускаемые, задерживаются этим стеклом. Поэтому красный цветок будет казаться через такое стекло черным.

Черного цвета будет, как легко понять, также и синий цветок, рассматриваемый через зеленое стекло.

Профессор М. Ю. Пиотровский, физик, художник и тонкий наблюдатель природы, делает по этому поводу ряд интересных замечаний в своей книге «Физика в летних экскурсиях»:

«Наблюдая цветник через красное стекло, мы легко заметим, что чисто красные цветы, например герань, представляются нам столь же яркими, как чисто белые; зеленые листья кажутся совершенно черными с металлическим блеском; синие цветы (аконит, «рыцарские шпоры») черны до такой степени, что их на черном фоне листьев едва можно найти; цветы желтые, розовые, сиреневые представляются более или менее тусклыми.

Взяв зеленое стекло, мы видим необычайно яркую зелень листьев; на ней еще более ярко выступают белые цветы; несколько бледнее — желтые и голубые; красные представляются густо черными; сиреневые и бледно розовые — тусклы-

ми, серыми, так что, например, светло розовые лепестки шиповника оказываются темнее, чем его густо окрашенные листья.

Наконец через синее стекло красные цветы снова кажутся черными; белые — яркими; желтые — совершенно черными; голубые, синие — почти столь же яркими, как и белые.

Отсюда нетрудно понять, что красные цветы посылают нам действительно гораздо больше красных лучей, чем всяких других, желтые — приблизительно одинаковое количество красных и зеленых, но очень мало синих; розовые и пурпуровые — много красных и много синих, но мало зеленых и т. д.».

Красный сигнал

Почему в железнодорожной практике для сигнала остановки выбран красный цвет?

Красные лучи, как лучи с большей длиной волны, рассеиваются частицами, взвешенными в воздухе, слабее, нежели лучи иных цветов. Лучи красного цвета проникают поэтому дальше, нежели всякие другие. А возможно более дальняя видимость сигнала остановки является на транспорте обстоятельством первостепенной важности: чтобы успеть остановить поезд, машинист должен начать торможение на значительном расстоянии от препятствия.

На большей прозрачности атмосферы для длинноволновых лучей основано, между прочим, употребление астрономами инфракрасного светофильтра для фотографирования планет (в особенности Марса). Подробности, незаметные на обычном фотоснимке, отчетливо выступают на фотографии, снятой через стекло, которое пропускает только инфракрасные лучи; в последнем случае удается заснять самую поверхность планеты, между тем как на обыкновенном снимке фотографируется лишь ее атмосферная оболочка.

Другая причина выбора красного цвета для сигнала остановки заключается в большей чувствительности нашего глаза к этой окраске, нежели в синей или зеленой.

ОБМАНЫ ЗРЕНИЯ

Оптические иллюзии

Оптические обманы, которым посвящен этот раздел, — не случайные спутники нашего зрения — они сопровождают его при строго определенных условиях, с неизменным постоянством закономерного явления и имеют силу для каждого нормального человеческого глаза. То, что человеку свойственно при известных обстоятельствах поддаваться иллюзиям зрения, обманываться относительно источника своих зрительных впечатлений, не следует вовсе рассматривать как всегда нежелательный недостаток, безусловный порок нашей организации, устранение которого было бы для нас во всех отношениях благотворно. Художник не принял бы такого «непогрешимого» зрения. Для него наша способность при определенных условиях видеть не то, что есть в действительности, является счастливым обстоятельством, существенно обогащающим изобразительные средства искусства. «Живописцы наипаче умеют обращать в пользу сию общую и всем сродную обманчивость,— писал в XVIII веке знаменитый математик Эйлер и далее пояснял: — На сей обманчивости все живописное художество основано. Ежели бы мы привыкли судить о вещах по самой

истине, то бы сие искусство не могло иметь места, равно как когда бы мы были слепы. Всуе художник истощил бы все свое искусство на смешение цветов; мы бы сказали: вот на сей доске красное пятно, вот голубое, здесь черное и там несколько беловатых линий; все находится на одной поверхности, не видно на ней никакого в расстоянии различия и не можно бы было изобразить ни единого предмета. Что бы на картине ни написано было, так бы нам казалось, как письмо на бумаге, и, может быть, еще старались бы мы разобрать *знаменование* всех разноцветных пятен. *При сем совершенстве не были ли бы мы сожаления достойны, лишены будучи удовольствия, которое приносит нам ежедневно столь приятное и полезное художество!»*

Несмотря, однако, на живой интерес, представляемый обманами зрения для художника, физика, физиолога, врача, психолога, философа, наконец для каждого любознательного ума, у нас до сих пор не было издания, которое заключало бы более или менее исчерпывающий подбор образчиков оптических иллюзий [1].

Настоящий раздел, предназначаемый прежде всего для широкого круга неспециалистов, является попыткой предложить подобный подбор главнейших типов зрительных обманов, какие могут быть наблюдаемы при условиях естественного зрения, без каких либо приспособлений — вроде стереоскопа, проколотой карточки и т. п.

Что касается причин, обусловливающих ту или иную иллюзию зрения, то только для весьма немногих оптических обманов существует твердо установленное, бесспорное объяснение; к ним принадлежат те, которые обусловлены строением глаза: иррадиация, иллюзия Мариотта (слепое пятно), иллюзии, продолжаемые астигматизмом, и т. п. Относительно же большей части остальных обманов зрения можно было бы написать очень много — о них и имеется на Западе обширная литература, — но нельзя высказать ничего положительного (исключая иллюзии портрета).

В качестве поучительного примера рассмотрим иллюзию фигуры на рис. 144: белые кружки, расположенные известным образом на черном фоне, кажутся издали шестиугольниками. Принято, по видимому, считать установленным, что иллюзия эта всецело обусловливается так называемой иррадиацией — кажущимся расширением светлых участков (имеющим про

[1] Мне известна только одна брошюра, изданная в России: П.М. Оль хин. Зрение и его обманы (1911); в ней приведено дна десятка оптических иллюзий.

стое и ясное физическое объяснение). «Белые кружки, увеличиваясь по площади от иррадиации, уменьшают черные промежутки между ними», — пишет профессор Поль Бер в своих «Лекциях зоологии», имея в виду, что «так как каждый кружок окружен шестью другими, то при расширении он, упираясь в соседние, окажется заключенным в шестиугольник».

Достаточно, однако, взглянуть на соседнюю фигуру (см. рис. 144), где тот же эффект наблюдается для *черных* кружков на *белом* фоне, чтобы отказаться от этого объяснения: здесь иррадиация могла бы лишь уменьшить размеры черных пятен, но никак не изменить их круглую форму в шестиугольную. Чтобы охватить одним принципом оба случая, можно было бы предложить такое объяснение: при рассматривании с известного удаления угол зрения, под которым представляются узкие промежутки между кружками, становится меньше предела, допускающего различение их формы; каждый из шести промежутков, прилегающих к кружку, должен казаться тогда прямой черточкой равномерной толщины, и, следовательно, кружки окаймятся шестиугольниками. С этим объяснением хорошо согласуется и тот парадоксальный факт, что на известном расстоянии белые участки продолжают еще казаться круглыми, в то время как черная кайма вокруг них уже приобрела шестиугольную форму; лишь при еще большем удалении шестиугольная форма переносится с каймы на белые пятна. Однако и это мое объяснение является лишь правдоподобной догадкой, каких можно придумать, вероятно, еще несколько. Необходимо еще доказать, что *возможная* причина есть в данном случае и *действительная*.

Столь же недостоверный, необязательный характер носит большинство попыток найти объяснение отдельным иллюзиям зрения (исключая весьма немногих, указанных ранее). Для некоторых оптических обманов не предложено до сих пор никакого объяснения. Для иных, наоборот, имеется слишком много объяснений, из которых каждое в отдельности было бы, пожалуй, достаточно, если бы не существовало ряда других, ослабляющих его убедительность. Вспомним знаменитую, обсуждаемую уже со времени Птоломея, иллюзию увеличения светил у горизонта: для нее предложено, кажется, не менее шести удачных теорий, каждая из которых страдает лишь тем недостатком, что имеется еще пять столь же хороших объяснений... Очевидно, почти вся область оптических обманов находится еще в донаучной стадии своей разработки и нуждается в установлении основных методических принципов ее исследования.

При подобном отсутствии чего либо твердого, положительного в области относящихся сюда теорий я предпочел ограничиться только демонстрацией неоспоримого материала фактов, воздерживаясь от объяснения их причин и заботясь лишь о том, чтобы в книжке представлены были все главнейшие типы зрительных иллюзий [1]. Только для иллюзий, связанных с портретами, приводится в конце раздела объяснение, так как в данном случае оно достаточно ясно и бесспорно, чтобы возможно было противопоставить его тем суеверным представлениям, которые издавна сложились вокруг этого своеобразного оптического обмана.

Серия иллюстраций открывается образчиками иллюзий, причина которых несомненно лежит в анатомических и физиологических особенностях глаза: это иллюзии, зависящие от слепого пятна, иррадиации, астигматизма, сохранения световых впечатлений и утомления сетчатки (см. рис. 103—110). При опыте со слепым пятном исчезновение части поля зрения можно обнаружить, между прочим, и иным образом — именно так, как впервые сделал в XVIII веке Мариотт; эффект получается, пожалуй, еще более поражающий. «Я прикрепил, — рассказывает Мариотт, — на темном фоне, приблизительно на уровне моих глаз, маленький кружок белой бумаги и в то же время просил другой кружок держать сбоку от первого, вправо на расстоянии около 2 футов, но несколько пониже, так чтобы изображение его упало на оптический нерв моего правого глаза, тогда как левый я зажмурю. Я стал против первого кружка и постепенно удалялся, не спуская с него правого глаза. Когда я был на расстоянии около 9 футов, второй кружок, имевший величину около 4 дюймов, совсем исчез из поля зрения.

Я не мог приписать это его боковому положению, ибо различал другие предметы, находившиеся еще более сбоку, чем он. Я подумал бы, что его сняли, если бы не находил его вновь при малейшем передвижении глаза...»

За этими «физиологическими» обманами зрения следует гораздо более многочисленный класс иллюзий, которые обусловлены причинами психологическими, чаще всего еще недостаточно выясненными. По видимому, можно считать установленным лишь то, что иллюзии этого рода являются следствием предвзятого, ложного суждения, непроизвольного и бессо

[1] Подбор образчиков иллюзий составился у меня в результате многих лет коллекционирования. Мной исключены, однако, все те из опубликованных иллюзий, эффект которых имеет силу не для всякого глаза или проявляется недостаточно ощутительно.

знательного. Источником обмана является здесь интеллект, а не чувство. К ним применимо меткое замечание Канта:

«Наши чувства не обманывают нас не потому, что они всегда правильно судят, а потому, что они вовсе не судят».

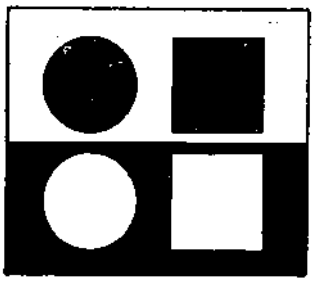
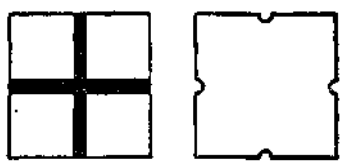


Рис. 103. Иррадиация

При рассматривании издали белые фигуры внизу — круг и квадрат — кажутся крупнее черных, хотя те и другие равны. Чем больше расстояние, тем иллюзия сильнее. Явление это называется иррадиацией (см. далее).

Рис. 104. Иррадиация



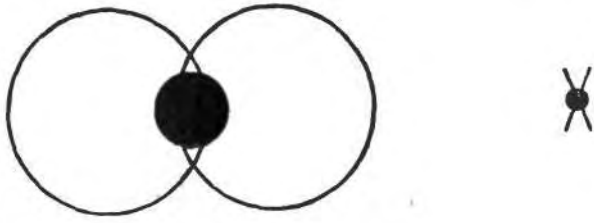
При рассматривании издали левой фигуры с черным крестом стороны квадрата кажутся вследствие иррадиации ущемленными посередине, как показано на соседней фигуре справа.

Иррадиация обусловлена тем, что каждая светлая точка предмета дает на сетчатке нашего глаза не точку, а маленький кружок (вследствие так называемой сферической аберрации); поэтому светлая поверхность окаймляется на сетчатке светлой полоской, увеличивающей занимаемое ею место. Черные же поверхности дают изображения, уменьшенные за счет светлой каймы окружающего фона.

Рис. 105. Опыт Мариотта

Закрыв правый глаз, смотрите левым на верхний крестик, с расстояния 20—25 сантиметров. Вы заметите, что средний большой белый кружок исчезает совершенно, хотя оба меньших кружка по бокам его хорошо видны. Если, не меняя положения рисунка, смотреть на нижний крестик, кружок исчезает только отчасти.

Явление это обусловлено тем, что при указанном положении глаза относительно фигуры изображение кружка попадает на так называемое слепое пятно — место входа зрительного нерва, нечувствительное к световым раздражениям.



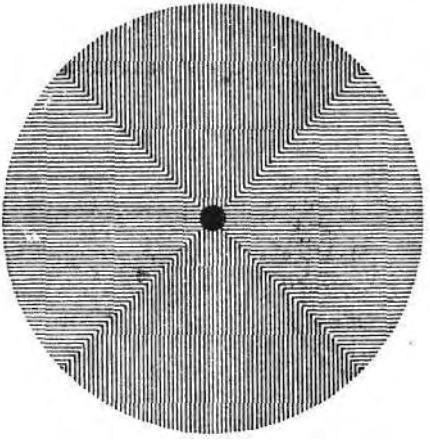
Этот опыт представляет собой видоизменение предыдущего. Рассматривая левым глазом крестик в правой части фигуры, мы на некотором расстоянии не увидим вовсе черного кружочка, хотя будем различать обе окружности.

Рис. 107. Астигматизм

Смотрите на эту надпись одним глазом. Все ли буквы кажутся одинаково черными? Обычно одна из букв представляется более черной, нежели остальные. Но стоит повернуть надпись на 45 или 90°, чтобы казалась чернее уже другая буква.

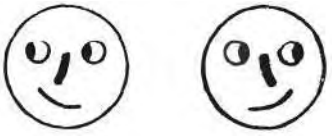
Явление это обусловлено так называемым астигматизмом, то есть неодинаковой выпуклостью роговой оболочки глаза в различных направлениях (вертикальном, горизонтальном). Редкий глаз вполне свободен от этого несовершенства.

Рис. 108. Астигматизм



Эта фигура дает другой способ (см. предыдущую иллюзию) обнаружить астигматизм глаза. Приближая ее к исследуемому глазу (закрыв другой), мы на некотором, довольно близком, расстоянии заметим, что два противоположных сектора представятся чернее других двух, которые будут казаться серыми.

Рис. 109



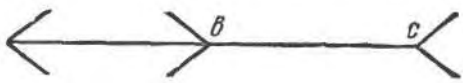
Глядя на эту фигуру, двигайте ее вправо и влево. Вам покажется, что глаза на рисунке перебегают из стороны в сторону.

Иллюзия объясняется свойством глаза сохранять зрительные впечатления в течение короткого времени после того, как исчез вызвавший ее предмет (на том же основано и действие кинематографа).

Рис. 110

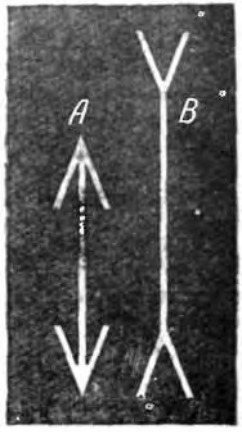
Сосредоточив взгляд на белом квадратике вверху, вы приблизительно через полминуты заметите, что нижняя белая полоса исчезнет (вследствие утомления сетчатки).

Рис. 111. Иллюзия Мюллер Лиэра



Отрезок *вс* кажется длиннее отрезка *ав*, хотя на самом деле они равны.

Рис. 112



Видоизменение предыдущей иллюзии: отвесная прямая линия *А* кажется короче равной ей прямой *В*.

Рис. 113

Палуба правого корабля кажется короче палубы левого. Между тем они изображены равными прямыми линиями.

Рис. 114

Расстояние *AB* кажется гораздо меньше равного ему расстояния *BC*.

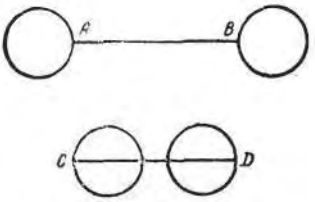


Рис. 115

Расстояние *AB* кажется больше равного ему расстояния *CD*.

Рис. 116

Нижний овал кажется больше внутреннего верхнего, хотя они одинаковы (влияние обстановки).

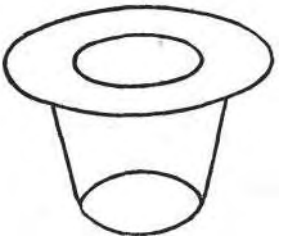


Рис. 117

Равные расстояния *AB*, *CD* и *EF* кажутся неравными (влияние обстановки).

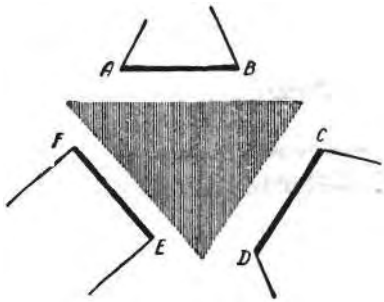
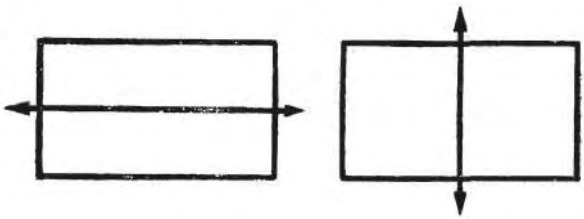


Рис. 118



Прямоугольник, прочеркнутый вдоль (слева), кажется длиннее и уже равного ему прямоугольника, прочеркнутого поперек.

Рис. 119

Фигуры *A* и *B* — равные квадраты, хотя первая кажется выше и уже второй.

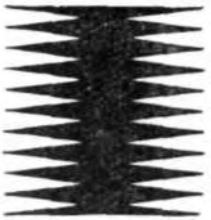


Рис. 120

Высота этой фигуры кажется больше ее ширины, хотя они равны.

Рис. 121

Высота цилиндра кажется больше его ширины; между тем они равны,

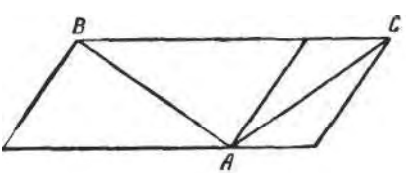


Рис. 122

Расстояния *AB* и *AC* равны, хотя первое кажется длиннее.

Рис. 123

Расстояния *BA* и *BC* равны, хотя первое кажется длиннее.

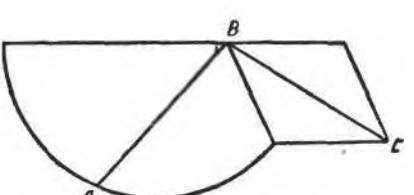


Рис. 124

Отвесная узкая полоска кажется длиннее лежащих под нею широких; в действительности они равны.

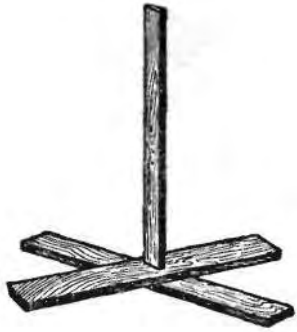
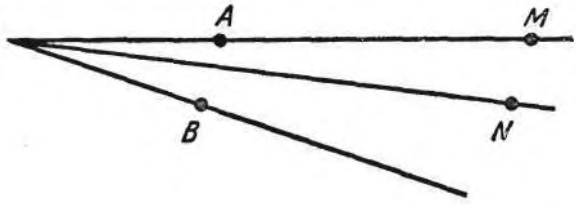
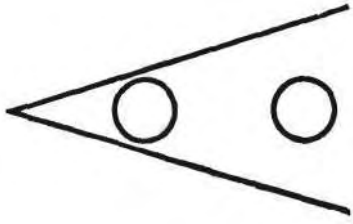


Рис. 125



Расстояние *MN* кажется меньше равного ему расстояния *AB*.

Рис. 126



Правый кружок этой фигуры кажется меньше равного ему левого.

Рис. 127

Расстояние *AB* кажется меньше равного ему расстояния *CD*. Иллюзия усиливается при рассмотрении фигуры издали.

Рис. 128

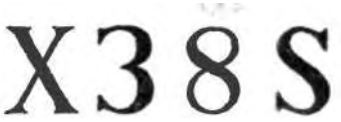
Пустой промежуток между нижним кружком и каждым из верхних кажется больше, нежели расстояние между наружными краями верхних кружков. В действительности же они равны.

Рис. 129. Иллюзия „курительной трубки"

Правые черточки этой фигуры кажутся короче, нежели равные им левые.

Рис. 130. Иллюзия типографского шрифта

Верхняя и нижняя половины каждой из этих литер кажутся равными. Но, перевернув страницу, легко заметить, что верхние половины меньше.



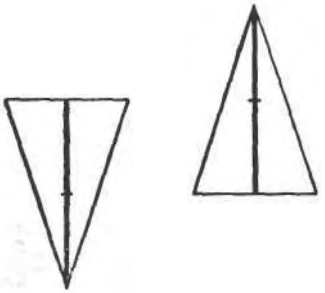


Рис. 131

Высоты треугольников разделены пополам, хотя кажется, что часть, прилегающая к вершине, короче.

Рис. 132. Иллюзия Поггендорфа

Косая прямая линия, пересекающая черные и белые полоски, издали кажется изломанной.

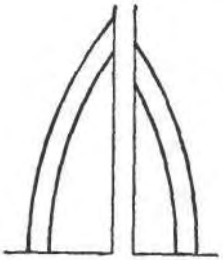


Рис. 133

Если продолжить обе правые дуги, они встретят концы левых дуг, хотя кажется, что они пройдут ниже.

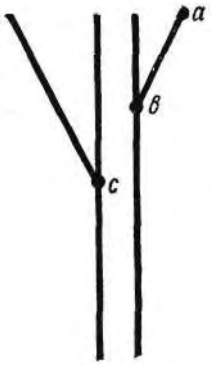


Рис. 134

Точка *с*, лежащая на продолжении прямой *ав*, кажется расположенной ниже.

Рис. 135

Обе фигуры совершенно одинаковы, хотя верхняя кажется короче и шире нижней.

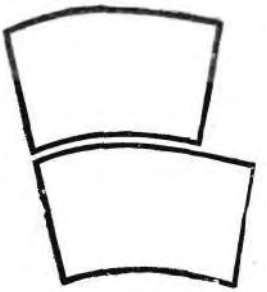
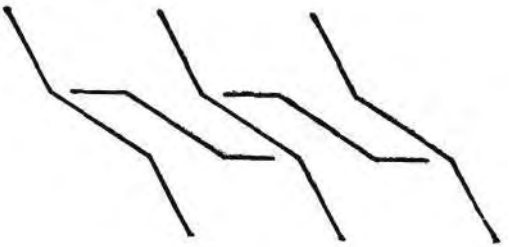


Рис. 136



Средние части этих линий кажутся непараллельными, хотя они строго параллельны.

Рис. 137. Иллюзия Целльнера

Длинные косые линии этой фигуры параллельны, хотя кажутся расходящимися.

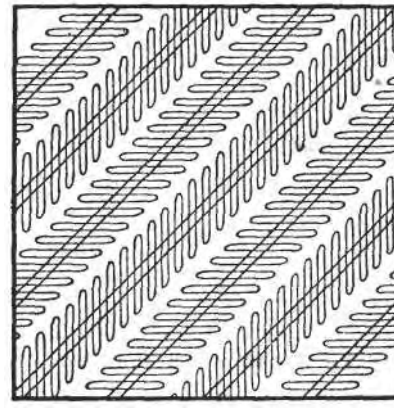
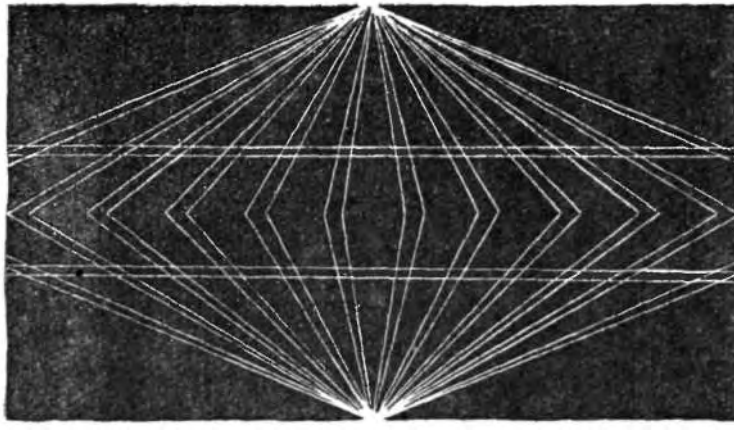


Рис. 138. Иллюзия Геринга



Две средние линии, идущие справа налево, — параллельные прямые, хотя кажутся дугами, обращенными выпукло одна к другой.

Иллюзия пропадает: 1) если, подняв фигуру на уровень глаз, смотреть на нее так, чтобы взгляд скользил вдоль линии; 2) если, поместив конец карандаша в какой нибудь точке фигуры, сосредоточить взгляд на этой точке.

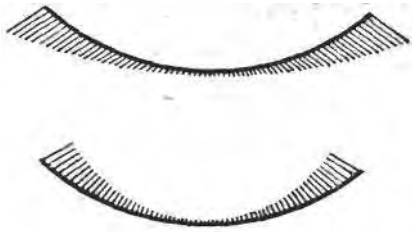


Рис 139

Нижняя дуга кажется выпуклее и короче верхней. Между тем обе дуги одинаковы.

Рис. 140

Стороны треугольника кажутся вогнутыми; в действительности они прямолинейны.

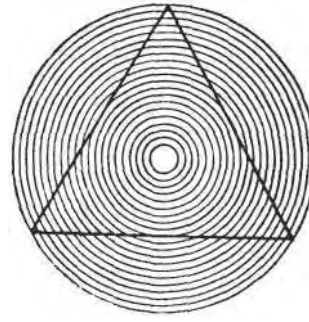
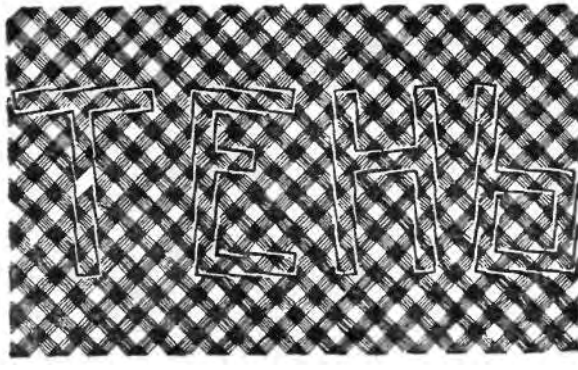


Рис. 141



Буквы этой надписи поставлены прямо.

Рис. 142

Кривые линии этой фигуры кажутся спиралью, между тем это окружности, в чем легко убедиться, водя вдоль них заостренной палочкой.

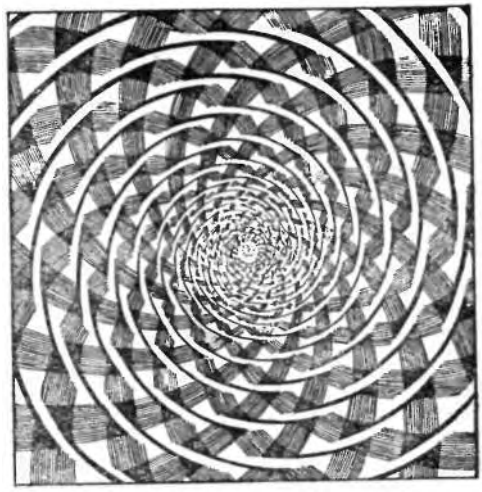


Рис. 143

Кривые линии этой фигуры кажутся овальными; в действительности же это круги, что легко проверить циркулем.

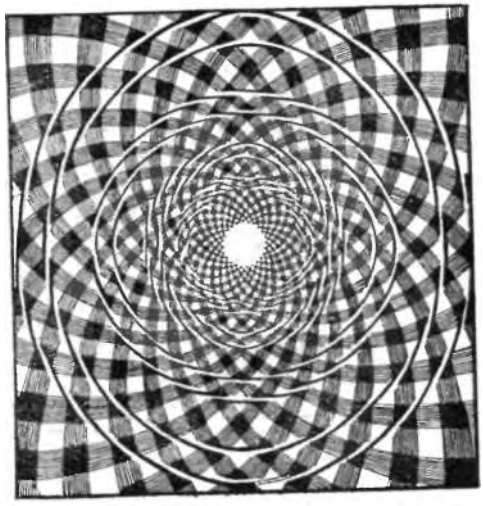
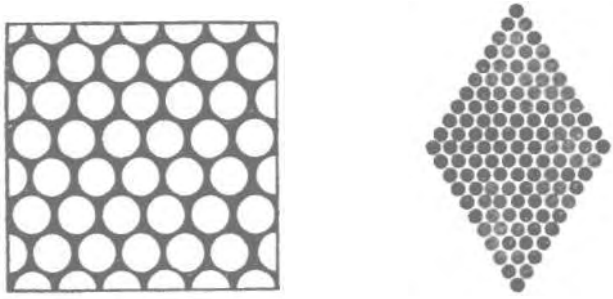
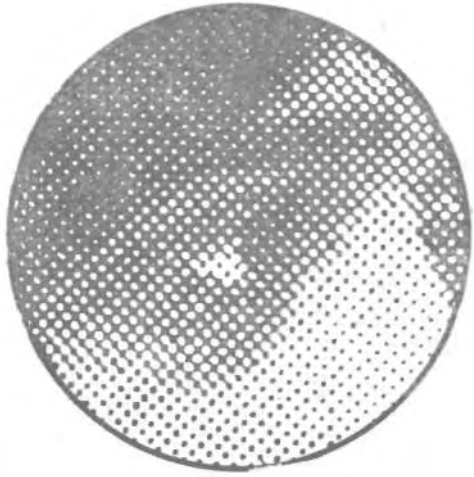


Рис. 144



На некотором расстоянии кружочки этих фигур (и белые и черные) кажутся шестиугольниками.

Рис. 145. Иллюзия автотипий



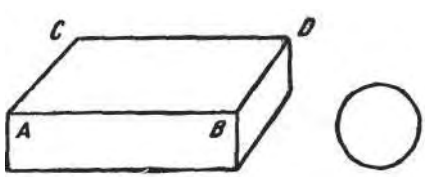
Рассматривая эту сетку издали, легко различить на ней глаз и часть носа женского лица.

Фигура представляет собой часть автотипии (обыкновенной иллюстрации в книге), увеличенную в 10 раз.

Рис. 146

Верхний силуэт кажется длиннее нижнего, хотя они равны по длине.

Рис. 147



Поместится ли изображенный здесь кружок между прямыми *AB* и *CD?* На глаз кажется, что поместится. В действительности же кружок шире расстояния между этими прямыми.

Рис. 148

Расстояние *AB* кажется больше равного ему расстояния *AC*.

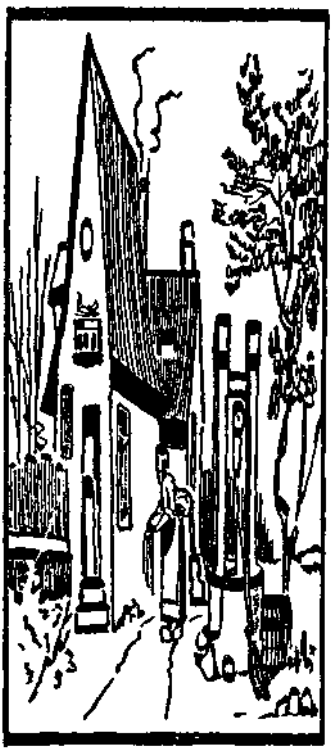


Рис. 149

Подняв рисунок на уровень глаз так, чтобы взгляд скользил вдоль него, мы увидим картину, изображенную здесь справа.

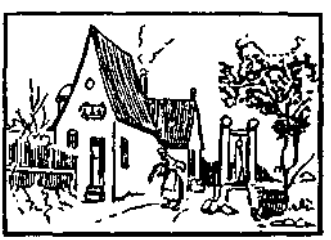
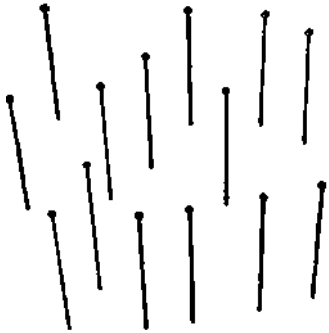
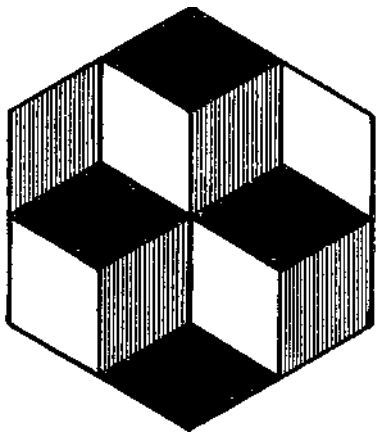


Рис. 150



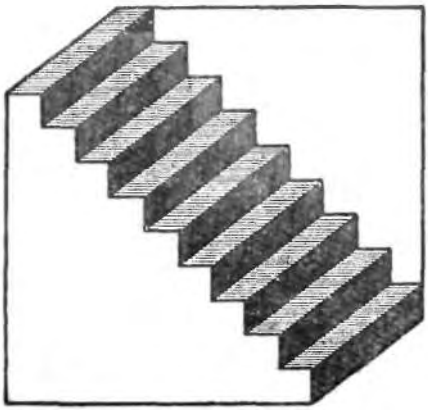
Поместите один глаз (закрыв другой) приблизительно в той точке, где пересекаются продолжения этих линий. Вы увидите ряд булавок, словно воткнутых в бумагу. При легком перемещении рисунка из стороны в сторону булавки кажутся качающимися.

Рис. 151



При продолжительном рассматривании этой фигуры вам будут казаться выступающими вперед поочередно то два куба вверху, то два куба внизу. Вы можете и по произволу, усилием воображения, вызывать то или иное представление.

Рис. 152. Лестница Шредера



Эта фигура может представляться вам трояко: 1) в виде лестницы, 2) в виде ступенчатой ниши и 3) в виде бумажной полосы, согнутой «гармоникой» и протянутой наискось. Представления эти могут сменять одно другое непроизвольно или по вашему желанию.

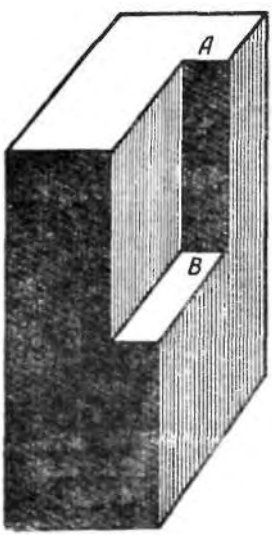
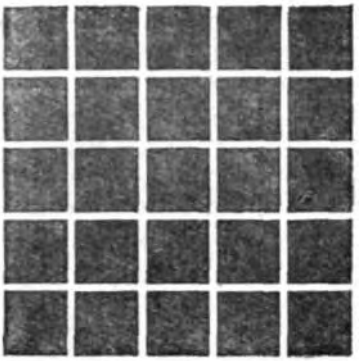


Рис. 153

Фигура эта может изображать, смотря по вашему желанию, либо брус с углублением (задняя стенка углубления — плоскость *AB*), либо брус с выступающим шипом (передняя грань шипа — *AB*), либо открытую снизу часть пустого ящика с прилегающей к стенкам изнутри дощечкой.

Рис. 154

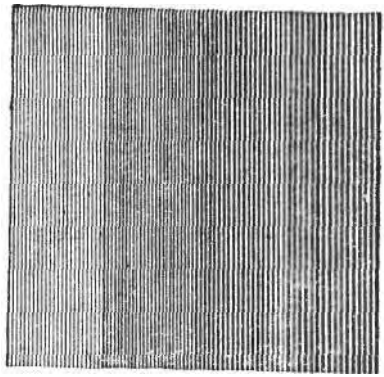


На пересечении белых полос этой фигуры появляются и исчезают, словно вспыхивая, желтоватые квадратные пятныш¬ки. В действительности же полоски совершенно белы по всей длине, в чем легко убедиться, закрыв бумагой прилегающие ряды черных квадратов. Это — следствие контраста.

Рис. 155

Видоизменение иллюзии рис. 154, но здесь на пересечении черных полос появляются белые пятна,

Рис. 156

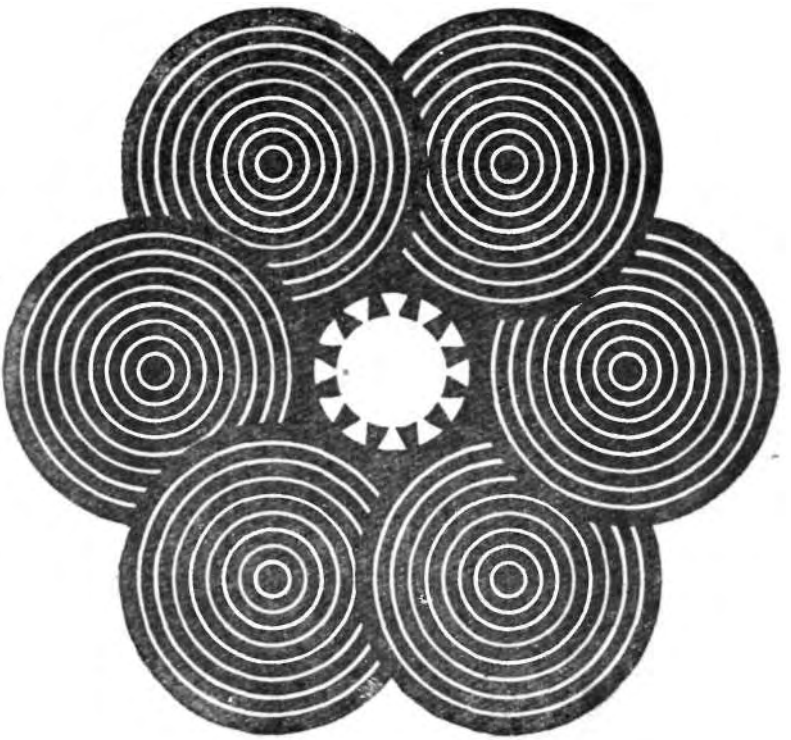


При рассматривании этой фигуры издали четыре ее полосы кажутся вогнутыми желобами; они представляются светлее у того края, который прилегает к соседней, более темной полосе. Но, заслонив соседние полосы и исключив, таким образом, влияние контраста, можно удостовериться, что каждая полоса затенена равномерно.

Рис. 157

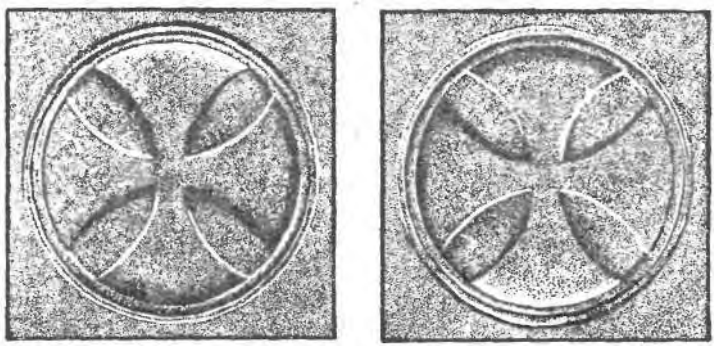
Смотрите пристально в течение минуты на какую нибудь точку этого «негативного» портрета (Ньютона), не двигая глаз; затем быстро перенесите взгляд на чистую бумагу, на светло серый фон стены или потолка — вы увидите на мгновение тот же портрет, но черные пятна превратятся в белые, и наоборот.

Рис. 158. Иллюзия Сильвануса Томпсона



Если сообщить этой фигуре вращательное движение (поворачивая книгу), то все круги и белое зубчатое колесо будут казаться вращающимися, каждый вокруг своего центра, в ту же сторону и с такой же скоростью.

Рис. 159



Налево вы видите выпуклый крест, направо — вдавленный. Но переверните рисунок — и кресты обменяются местами. В действительности же рисунки тождественны, только неодинаково повернуты.

Рис. 160

Смотрите на эту фототипию одним глазом, поместив его против середины снимка на расстоянии 14—16 см — изображение приобретет глубину и рельефность.

При указанном положении глаз видит изображение из той же точки, из которой объектив фотографического аппарата «видел» натуру. Этим и объясняется живость впечатления.

Рис. 161

Этот снимок следует рассматривать, как и предыдущий. Ландшафт приобретает глубину, вода — блеск.

Рис. 162

Глаза и палец кажутся устремленными прямо на вас и следуют за вами, когда вы отклоняетесь от рисунка вправо или влево.

Издавна известна любопытная особенность некоторых портретов, словно следящих глазами за зрителем и даже поворачивающих все лицо в его сторону, откуда бы он ни смотрел на портрет. Особенность эта, пугающая нервных людей, многим кажется чем то сверхъестественным и породила целый ряд суеверных

представлений, легенд, фантастических рассказов (см. «Портрет» Н. В. Гоголя). Между тем причина этого интересного обмана зрения весьма проста.

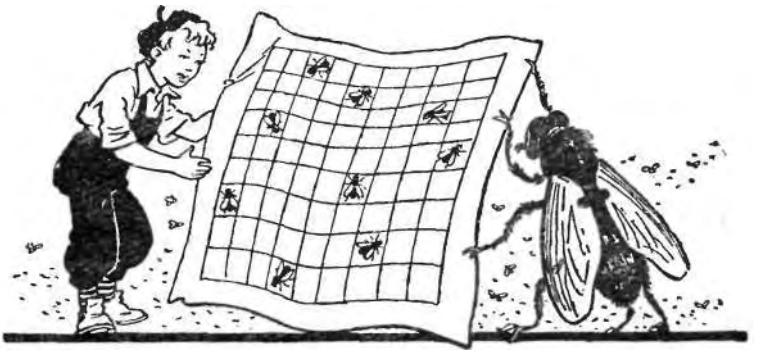
Прежде всего, иллюзия эта не составляет особенности одних лишь портретов — она свойственна и другим картинам. Пушка, нарисованная или сфотографированная так, что она направлена на зрителя [1], поворачивает свое дуло в его сторону, когда он отодвигается от картины вправо или влево. От экипажа, который изображен едущим прямо на зрителя, также не удастся уклониться.

Все эти явления имеют одну общую и чрезвычайно простую причину. Если мы видим на картине дуло орудия нарисованным так, что оно направлено прямо к нам, то, отодвигаясь в сторону, мы, конечно, увидим его в прежнем положении; для плоского изображения это вполне естественно, иначе и быть не может; но для настоящей пушки это возможно лишь тогда, когда она поворачивается в нашу сторону. А так как, глядя на картину, мы представляем себе не ее, а изображенные на ней реальные предметы, то нам и кажется, что предмет переменил свое положение.

То же относится и к портретам. Если лицо изображено обращенным прямо к нам с устремленными на нас глазами, а мы, отойдя в сторону, вновь взглянем на него, то увидим, что положение лица относительно нас не изменилось (как не изменилось вообще ничего на картине); другими словами, мы замечаем, что голова словно повернула лицо в нашу сторону,— ведь живое лицо, рассматриваемое сбоку, представляется в ином виде и может сохранить прежний вид, только повернувшись в нашу сторону. Когда портрет хорошо выполнен, эффект получается поражающий.

Ясно, что в этом свойстве портретов нет ничего удивительного. Гораздо удивительнее было бы, если бы такого свойства не было. В самом деле, разве не было бы чудом, если бы, уклонившись от портрета в сторону, вы увидели боковую сторону лица? А ведь этого, в сущности, и ожидают все те, кто считает мнимый поворот лица на портрете чем то сверхъестественным!

[1] Такая фотография получается, если при съемке дуло орудия было обращено к объективу. Точно так же, если глаза фотографируемого смотрели при съемке в объектив, то на снимке они будут устремлены прямо на зрителя, откуда бы ни рассматривал он фотографию.



ГОЛОВОЛОМНЫЕ РАЗМЕЩЕНИЯ И ПЕРЕСТАНОВКИ

В шесть рядов

Вам известен, вероятно, шуточный рассказ о том, как девять лошадей расставлены были по 10 стойлам и в каждом стойле оказалась одна лошадь. Задача, которая сейчас будет предложена, по внешности сходна с этой знаменитой шуткой, но имеет не воображаемое, а вполне реальное решение 1.

Она состоит в следующем: расставить 24 человека в шесть рядов так, чтобы каждый ряд состоял из пяти человек.

В девяти клетках

Эта задача шуточная — полузадача полуфокус.

Составьте из спичек квадрат с девятью клетками и положите в каждую клетку по монете так, чтобы в каждом лежачем и стоячем ряду лежало 6 копеек (рис. 163).

[1] Ответы на задачи в дальнейшем приводятся в конце каждого раздела.

Рис. 163.

Рисунок показывает, как должны быть расположены монеты. На одну монету положите спичку.

Теперь задайте товарищам задачу: не сдвигая монеты, на которой лежит спичка, изменить расположение монет так, чтобы в лежачих и стоячих рядах было по прежнему по 6 копеек.

Вам скажут, что это неисполнимо. Однако при помощи маленькой уловки вы совершаете это «невозможное» дело. Как именно?

Обмен монет

Начертите крупно фигуру, изображенную на рис. 164, и обозначьте каждую ее клетку буквой в уголке. В три клетки верхнего ряда положите медные монеты: 1 копейка, 2 копейки, 3 копейки. В три клетки нижнего ряда положите серебряные монеты: 10 копеек, 15 копеек, 20 копеек. Остальные клетки пустые.

Теперь задайте себе задачу: передвигая монеты на свободные клетки, добиться того, чтобы медные монеты и серебряные обменялись местами: 1 копейка — с 10 копейками; 2 копейки — с 15 копейками; 3 копейки — с 20 копейками. Вы можете занимать любую свободную клетку фигуры, но помещать в одну клетку две монеты не должны. Нельзя также пере

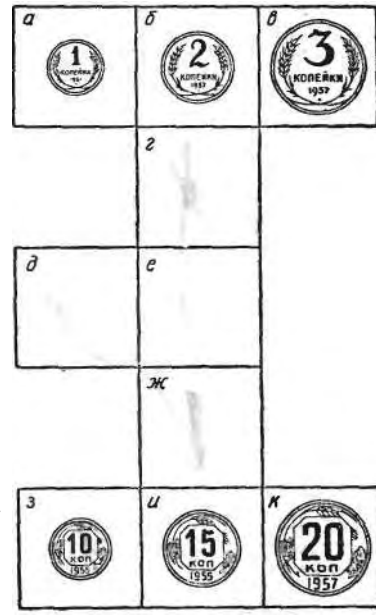


Рис. 164.

скакивать через занятую клетку или выходить за границы фигуры.

Задача решается длинным рядом ходов. Каких?

Девять нулей

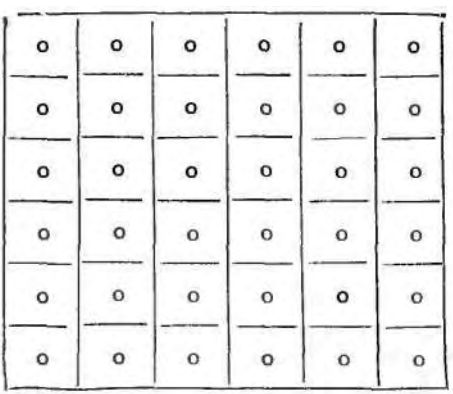
Девять нулей расставлены, так, как здесь показано;

0 0 0
0 0 0
0 0 0

Задача состоит в том, чтобы перечеркнуть все нули, проведя только четыре прямые линии.

Чтобы облегчить отыскание решения, прибавляю еще, что все девять нулей перечеркиваются, не отрывая пера от бумаги.

Тридцать шесть нулей



В клетках этой решетки расставлено, как видите, 36 нулей.

Надо 12 нулей зачеркнуть, но так, чтобы после этого в каждом лежачем и стоячем ряду оставалось по одинаковому числу незачеркнутых нулей.

Какие же нули надо зачеркнуть?

Две шашки

На пустую шашечную доску надо поместить две различные шашки. Сколько различных положений могут они занимать на доске?

Мухи на занавеске

На оконной занавеске, разрисованной квадратиками, уселось девять мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказывались в одном и том же прямом или косом ряду (рис. 165).

Спустя несколько минут три мухи переменили свое место и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные шесть

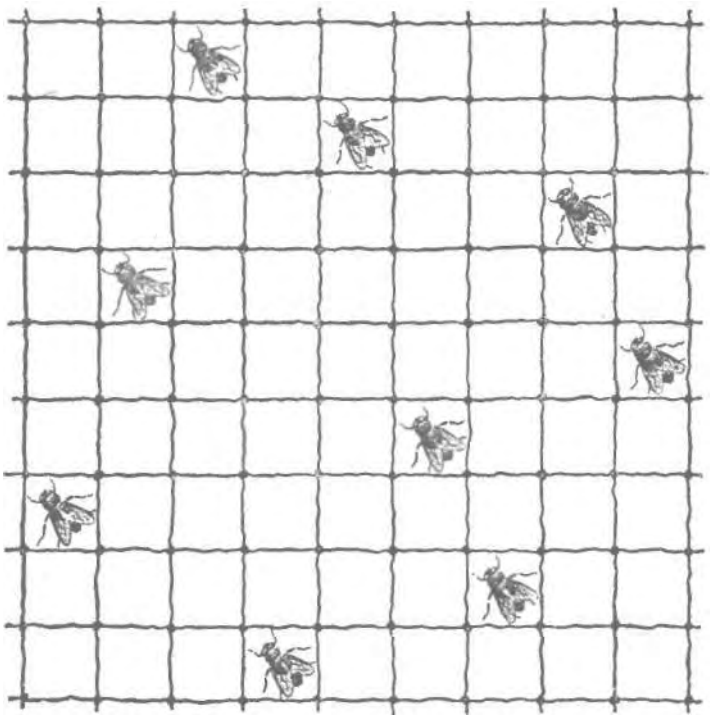


Рис. 165.

остались на местах. И курьезно: хотя три мухи перешли на другие места, все девять снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду.

Можете ли вы сказать, какие три мухи пересели и какие квадратики они избрали?

Восемь букв

Восемь букв, расположенных в клетках квадрата, изображенного на рис. 166, нужно расставить в алфавитном порядке, передвигая их на свободную клетку, как в двух предыдущих задачах. Достичь этого нетрудно, если вас не ограничивают в числе ходов. Но задача состоит в том, чтобы получить

Рис. 166.

требуемое расположение в результате наименьшего числа ходов. Чему равно это наименьшее число ходов, читатель должен открыть сам.

Белки и кролики

Перед вами на рис. 167 восемь перенумерованных пней. На пнях *1* и *3* сидят кролики, на *6* и *8* — белки. Но и белки и кролики недовольны своими местами; они хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики — на местах белок. Они могут сделать это, перепрыгивая с пня на пень, однако только по линиям, обозначенным на рисунке.

Как они могли бы это сделать?

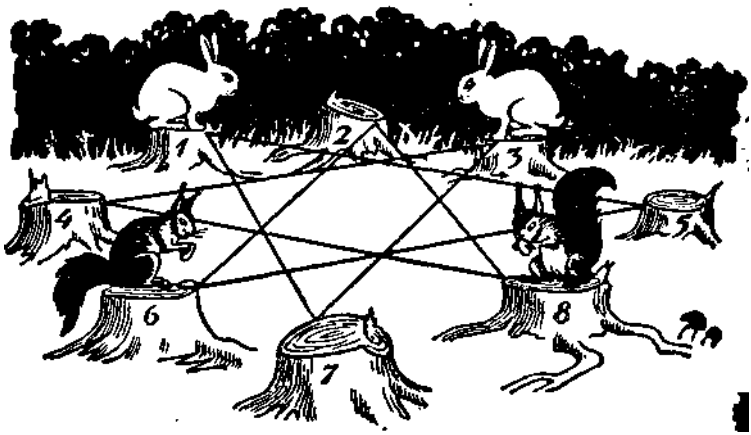


Рис. 167.

Помните следующие правила:

1) прыгать с пня на пень можно только по тем линиям, которые обозначены на рисунке; каждый зверек может делать и несколько прыжков кряду;

2) два зверька на одном пне поместиться не могут, поэтому прыгать можно только на свободный пень.

Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами наименьшим числом прыжков. Впрочем, меньше чем 16 прыжками они сделать этого не могут.

Дачное затруднение

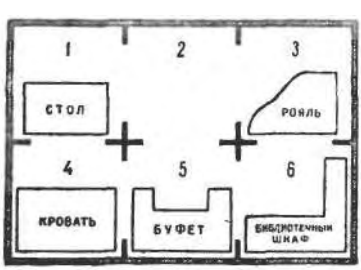


Рис. 168.

Прилагаемый чертеж изображает план маленькой дачи, в тесных комнатах которой размещена следующая мебель: письменный стол, рояль, кровать, буфет и библиотечный шкаф. Свободна пока от мебели только комната *2*.

Нанимателю дачи понадобилось обменять местами рояль и библиотечный

шкаф. Это была нелегкая задача: комнаты настолько малы, что две из перечисленных вещей в одной комнате сразу поместиться не могут. Выручило наличие комнаты *2*, свободной от мебели. Передвигая вещи из одной комнаты в другую, удалось наконец добиться желаемой перестановки.

Как можно выполнить этот обмен наименьшим числом перемещений?

Три дороги

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили для обработки под огород три участка земли, расположенные рядом, невдалеке от их домов. Здесь на рисунке вы видите расположение домов Петра, Павла и Якова и соответствующих им земельных участков. Вы замечаете, что участки расположены не

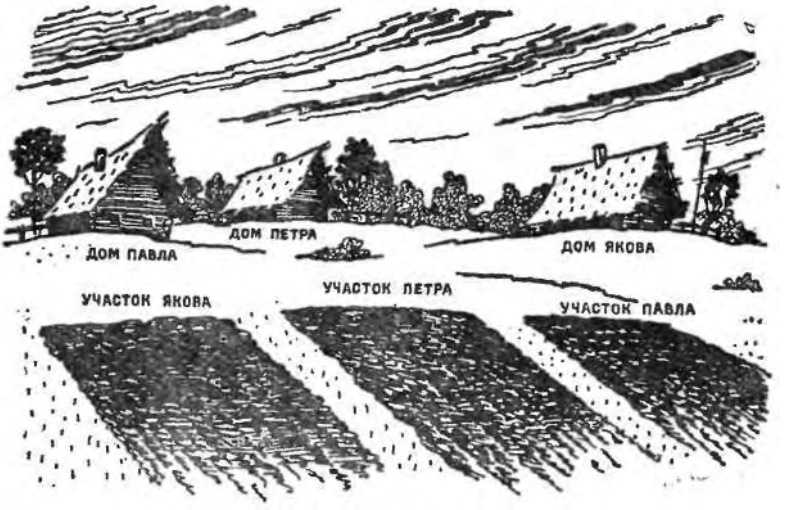


Рис. 169.

совсем удобно для работающих на них, но братья не могли сговориться об обмене.

Каждый устроил огород на своем участке, и кратчайшие пути к огородам пересекались. Между братьями вскоре начались пререкания, перешедшие в ссоры. Желая избежать столкновений, братья решили отыскать такой путь к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги. После долгих

поисков они нашли таких три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

Отметим одно обязательное условие: дороги не должны заходить за дом Петра.

Проделки караульных

Вот старинная задача, имеющая много видоизменений. Приводим одно из них.

Шатер начальника охраняют караульные, размещенные в восьми палатках (рис. 170). Первоначально в каждой из палаток находилось по три караульных. Позднее караульным разрешено было приходить друг к другу в гости. И начальник караула не взыскивал с них, когда, посещая палатки, заставал в одних больше трех солдат, в других — меньше. Он проверял лишь число солдат в каждом ряду палаток: если в трех палатках каждого ряда вместе оказывалось девять караульных, начальник считал, что все караульные налицо.

Заметив это, солдаты нашли способ перехитрить начальника. Однажды вечером четверо караульных отлучились, и это осталось незамеченным. В следующий вечер так же безнаказанно отлучились шестеро. Позднее караульные стали даже приглашать к себе гостей: однажды четверых, в другой раз — восьмерых, в третий раз — целую дюжину. И все эти проделки прошли незамеченными, так как в трех палатках

Рис. 170.

каждого ряда начальник всякий раз насчитывал по девяти солдат.

Как караульные ухитрялись это сделать?

Десять замков

В древности один правитель желал построить 10 замков, соединенных между собой стенами; стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя замками на каждой линии.

Приглашенный строитель представил план, который вы видите на рис. 171.

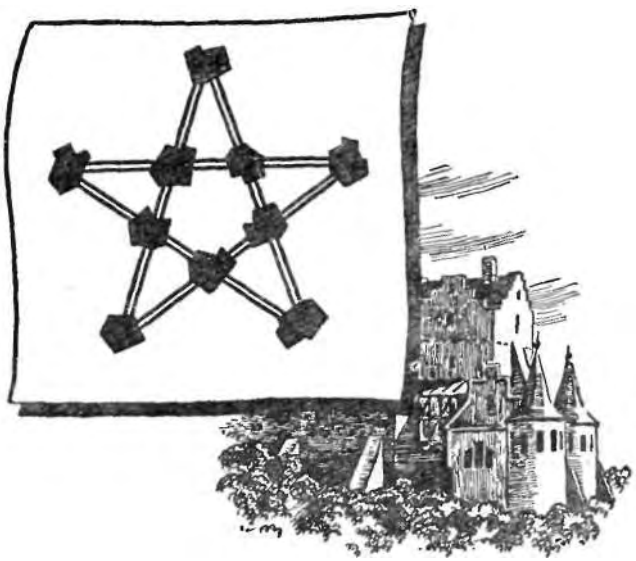


Рис. 171.

Но правитель остался недоволен этим планом: ведь при таком расположении можно подойти извне к любому замку, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два замка были защищены стеной от вторжения извне. Строитель возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 замков должны быть расположены по четыре на каждой из пяти стен. Но правитель настаивал на своем.

Долго ломал строитель голову над этой задачей и наконец решил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 замков и пяти соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было удовлетворено?

Плодовый сад

В саду росло 49 деревьев. Вы можете видеть на рис. 172, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев,

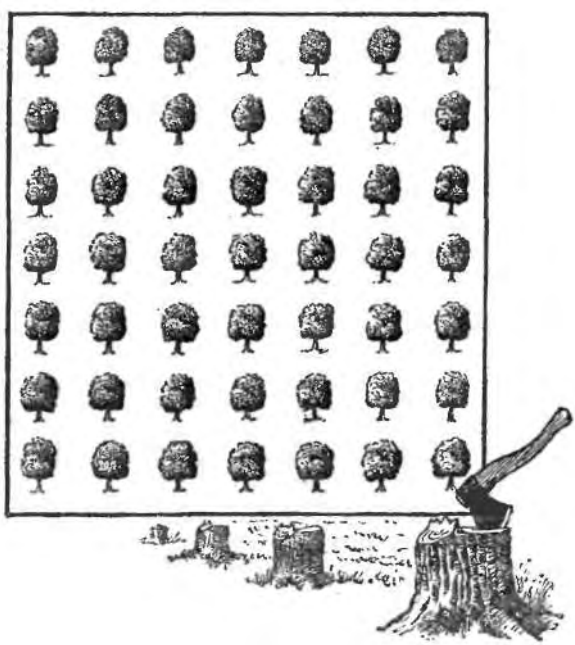


Рис. 172.

чтобы удобнее разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

— Оставь только пять рядов деревьев, по четыре дерева в каждом ряду. Остальные сруби и возьми их себе на дрова за работу.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев.

— Почему же ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев! — распекал его садовник.

— Нет, не сказано: «20»; сказано было оставить пять рядов по четыре дерева в каждом. Я так и сделал. Посмотрите.

И в самом деле, садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют пять рядов по четыре дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, и все таки вместо 29 деревьев работник вырубил 39.

Как же ухитрился он это сделать?

Белая мышь

Все 13 мышей (рис. 173), окружающие эту кошку, обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке, а именно: каждый раз она отсчитывает 13 ю

Рис. 173.

мышь по кругу в том направлении, в каком эти мыши глядят, и съедает ее.

С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последней?

О Т В Е Т Ы

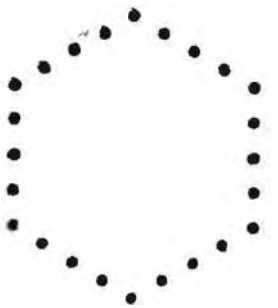


Рис. 174.

В шесть рядов

Требованию задачи легко удовлетворить, если расставить людей в форме шестиугольника, как показано на рис. 174,

В девяти клетках

Запретной монеты вы не трогаете, но весь нижний ряд клеток переносите наверх (рис. 175). Расположение изменилось, однако требование задачи выполнено: монета со спичкой не сдвинута с места.

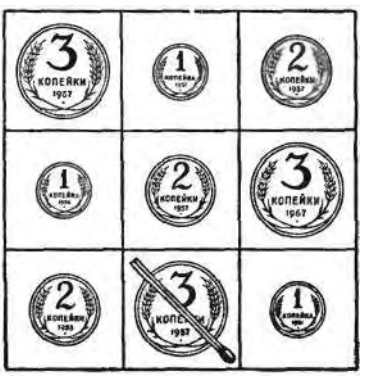


Рис. 175.

Обмен монет

Вот ряд перемещений, необходимых для достижения цели (число указывает монету, буква — ту клетку, на которую ее перемещают):

2 — д	15 — и	2 — г	10 — а
15 — б	3 — ж	1 — з	3 — д
10 — г	20 — в	10 — д	15 — б
2 — з	1 — д	2 — к	2 — г
20 — д	3 — а	15 — и	3 — к
10 — к	15 — б	3 — ж	2 — и

Менее чем 24 ходами решить задачу нельзя.

Девять нулей

Задача решается так, как показано на рис. 176.

Рис. 176.

Тридцать шесть нулей

Так как из 36 нулей надо зачеркнуть 12, то должно остаться 36—12, то есть 24, по четыре нуля в каждом ряду.

Расположение незачеркнутых нулей таково:

o		o	o	o	
		o	o	o	o
o	o	o			o
o	o		o		o
o	o			o	o
	o	o	o	o	

Две шашки

Первую шашку можно поместить на любое из 64 полей доски, то есть 64 способами. После того как первая поставлена, вторую шашку можно поместить на какое либо из прочих 63 полей. Значит, к. каждому из 64 положений первой шашки можно присоединить 63 положения второй шашки. Отсюда общее число различных положений двух шашек на доске:

$$64 \times 63 = 4032,$$

Мухи на занавеске

Стрелки на рис. 177 показывают, какие мухи переменили места и с каких клеток они пересели.

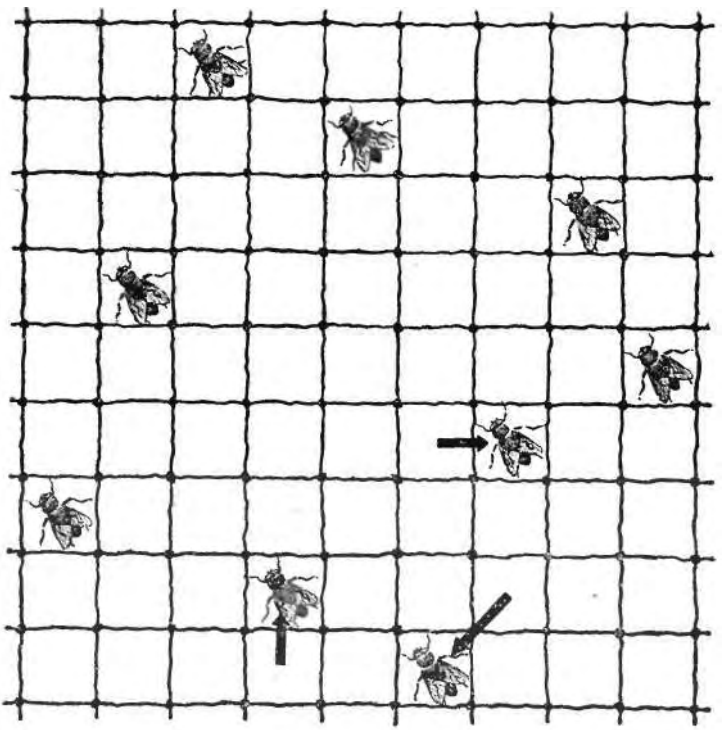


Рис. 177.

Восемь букв

Наименьшее число ходов — 23. Вот они:

А Б Е Д В А Б Е Д В А Б Г З Ж А Б Г З Ж Г Д Е ,

Белки и кролики

Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (например, 1—5 значит, белка прыгает с первого пня на пятый). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1—5; 3—7; 7—1; 5—6; 3—7; 6—2; 8—4; 7—1;
8—4; 4—3; 6—2; 2—8; 1—5; 5—6: 2—8; 4—3.

Дачное затруднение

Обмен достигается не менее чем 17 перемещениями, Передвигать вещи надо в указанном далее порядке:

1. Рояль.
2. Шкаф.
3. Буфет,
4. Рояль.
5. Стол.
6. Кровать.
7. Рояль.
8. Буфет.
9. Шкаф
10. Стол.
11. Буфет.
12. Рояль,
13. Кровать.
14. Буфет.
15. Стол.
16. Шкаф.
17. Рояль.

Три дороги

Три непересекающиеся дороги показаны на рис. 178.

Петру и Павлу приходится идти довольно извилистыми путями, но зато братья избегают нежелательных встреч между собой.

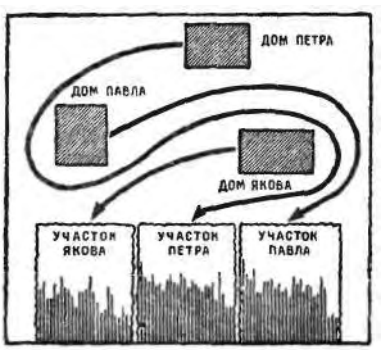


Рис. 178.

Проделки караульных

Решение задачи легко отыскивается следующим рассуждением. Чтобы четыре караульных могли отлучиться незаметно для начальника, необходимо наличие в рядах *I* и *III* (рис. 179, *а*) по девяти караульных; а так как общее число их 24—4=20, то в ряду *II* должно быть 20—18=2, то есть один солдат в левой палатке этого ряда и один в правой. Таким же образом находим, что в верхней палатке *V* ряда должен находиться один солдат и в нижней — также один. Теперь ясно, что в угловых палатках должно размещаться по четыре караульных. Следовательно, искомое расположение для отлучки четырех солдат таково (см. рис. 179, *б*).

Подобным же рассуждением отыскиваем требуемое расположение для отлучки шести солдат (рис. 179, *в*).

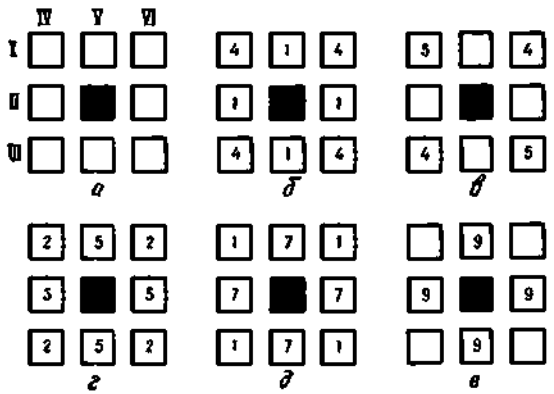


Рис. 179.

Для четырех гостей (рис. 179, *г*).

Для восьми гостей (рис. 179, *д*).

И, наконец, на рис. 179, *е* показано расположение для 12 гостей.

Легко видеть, что при указанных условиях не может безнаказанно отлучиться с караула более шести солдат и не может прийти к караульным более 12 гостей.

Десять замков

На рис. 180 (слева) показано расположение, при котором два замка защищены от нападения извне.

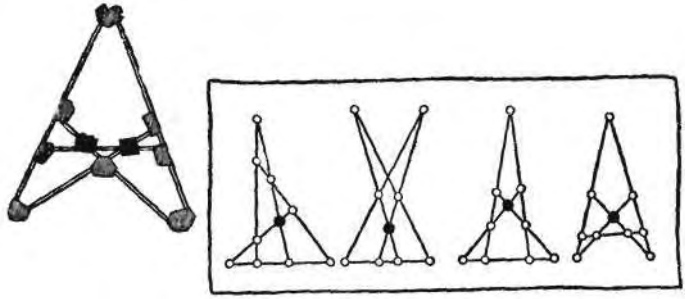


Рис. 180.

Вы видите, что 10 замков расположены здесь, как требовалось в задаче: по четыре на каждой из пяти прямых стен. Рис. 180 (справа) дает еще четыре решения этой же задачи.

Плодовый сад

Деревья, оставшиеся несрубленными, были расположены так, как показано на рис. 181; они образуют пять прямых рядов и в каждом ряду четыре дерева.

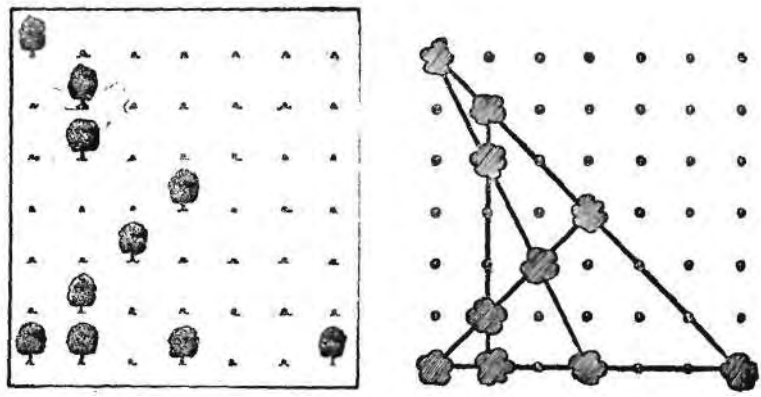


Рис. 181.

Белая мышь

Кошка должна съесть первой ту мышь, на которую смотрит, то есть пятую, считая от белой.

Попробуйте, начав с этой мыши счет по кругу, зачеркивать каждую 13-ю мышь, — вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

ИСКУСНОЕ РАЗРЕЗЫВАНИЕ И СШИВАНИЕ

Тремя прямыми линиями

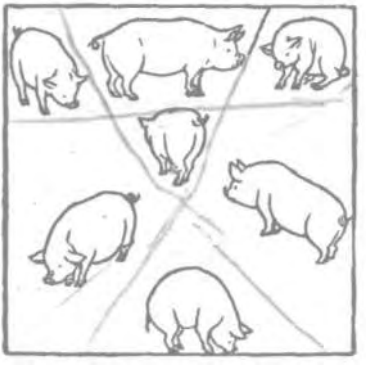
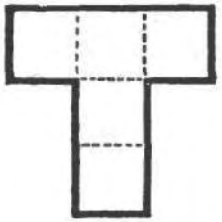


Рис. 182.

Рис. 182 требуется разрезать тремя прямыми линиями на семь участков так, чтобы на каждом участке было по целому животному.



tut. 183.

На четыре части

Этот участок земли (рис. 183) составлен из пяти квадратных участков одинаковой величины. Можете ли вы разрезать его не на пять, а только на четыре тоже одинаковых участка?

Начертите участок на отдельном листке бумаги и отыщите решение,

Сделать круг

Столяру принесли две продырявленные доски из редкой породы дерева и заказали сколотить из них совершенно круглую сплошную доску для стола, да так, чтобы никаких обрезков дорогого дерева не осталось. В дело должно пойти все дерево до последнего кусочка.

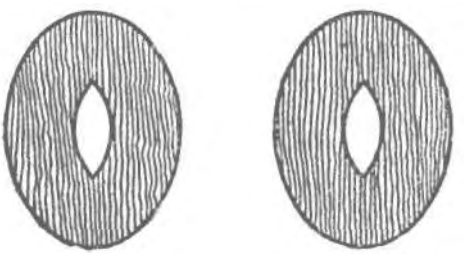


Рис. 184.

Столяр был мастер, каких мало, но и заказ был не из легких. Долго ломал себе столяр голову, прикидывал так и этак и наконец догадался, как исполнить заказ.

Может быть, и вы догадаетесь? Вырежьте из бумаги две точно такие фигуры, какие изображены на рис. 184 (только размерами побольше), и с их помощью попытайтесь доискаться решения.

Циферблат

Этот циферблат (рис. 185) надо разрезать на шесть частей любой формы, — так, однако, чтобы сумма чисел, имеющихся на каждом участке, была одна и та же.

Задача имеет целью испытать не столько вашу находчивость, сколько быстроту соображения.

Рис. 185.

Лунный серп

Эту фигуру лунного серпа (рис. 186) требуется разделить на шесть частей, проведя всего только две прямые линии.

Как это сделать?

Рис. 186.

Деление запятой

Вы видите здесь широкую запятую (рис. 187).

Она построена очень просто: на прямой *AB* описан полукруг, и затем на каждой половине линии *AB* описаны полукруги — один вправо, другой влево.

Задача состоит в том, чтобы разрезать эту фигуру одной кривой линией на две совершенно одинаковые части.

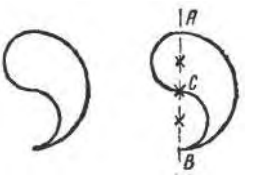


Рис. 187.

Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Как?

Развернуть куб

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми шестью квадратами на стол, то получите фигуру вроде трех следующих (рис. 188):

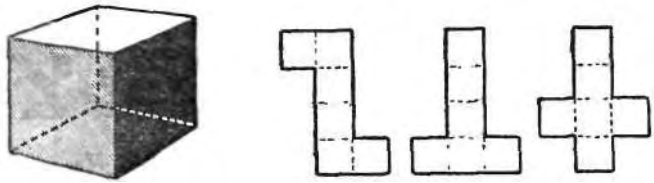


Рис. 188.

Любопытно сосчитать: сколько р а з л и ч н ы х фигур можно получить таким путем? Другими словами: сколькими способами можно развернуть куб на плоскости?

Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее 10.

Составить квадрат

Можете ли вы составить квадрат из пяти кусков бумаги такой формы (рис. 189, *а*).

Если вы догадались, как решить эту задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников такой

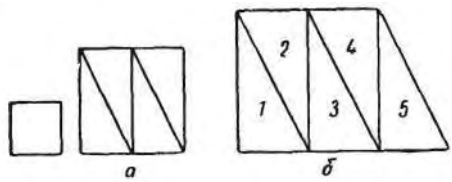


Рис. 189.

же формы, как те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные четыре должны идти в дело неразрезанными (рис. 189, *б*).

О Т В Е Т Ы

Тремя прямыми линиями

Решение задачи:

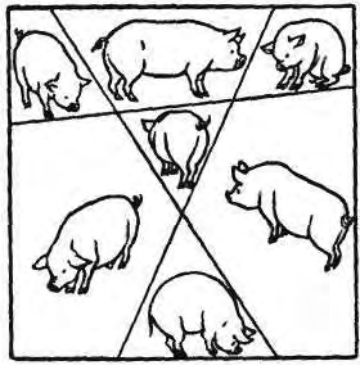


Рис. 190.

На четыре части

Как нужно разделить земельный участок, показано пунктирными линиями (рис. 191).

Рис. 191.

Сделать круг

Столяр разрезал каждую из принесенных досок на четыре части так, как изображено на рис. 192, слева. Из четырех

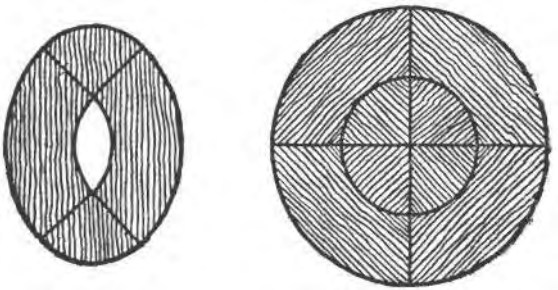


Рис. 192.

меньших кусков он составил кружок, к которому приклеил по краям остальные четыре куска. Получилась отличная доска для круглого столика,

Рис. 193.

Циферблат

Так как сумма всех чисел, обозначенная на циферблате, равна 78, то числа каждого из шести участков должны составлять вместе 78:6, то есть 13. Это облегчает отыскание решения, которое показано на рис. 193,

Лунный серп

Сделать надо так, как показано на прилагаемом чертеже. Получаются шесть частей, которые для наглядности перенумерованы.

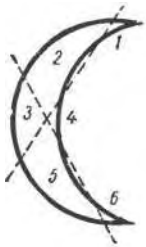


Рис. 194.

Деление запятой

Рис. 195.

Решение видно из прилагаемого чертежа (рис. 195). Обе части разделенной запятой равны между собой, потому что составлены из одинаковых частей.

Рисунок показывает, как составить круг из двух запятых — белой и черной.

Развернуть куб

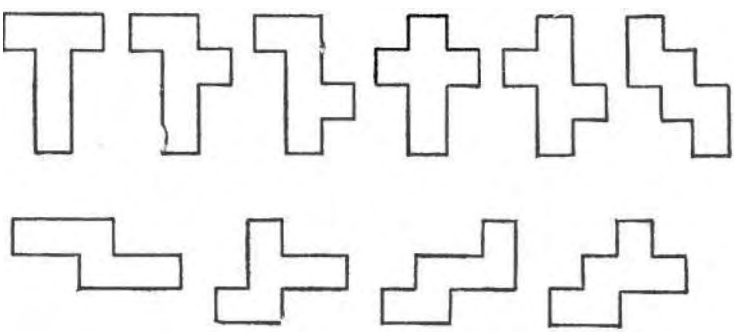


Рис. 196.

Вот все различные развертки куба (рис. 196). Их 10.

Фигуры 1ю и 5ю можно повернуть; это прибавляет еще две развертки, и тогда общее число их будет не 10, а 12,

Составить квадрат

Решение первой задачи видно из рис. 197, *а*. А вот как составляется квадрат из пяти треугольников (рис. 197, б). Один предварительно разрезают, как показано на чертеже внизу.

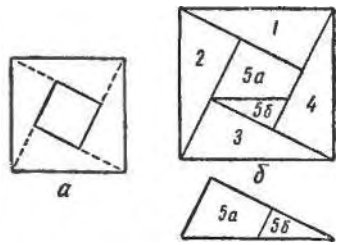


Рис. 197.

ЗАДАЧИ С КВАДРАТАМИ

Пруд

Имеется квадратный пруд (рис. 198). По углам его близ воды растут четыре старых дуба. Пруд понадобилось расши

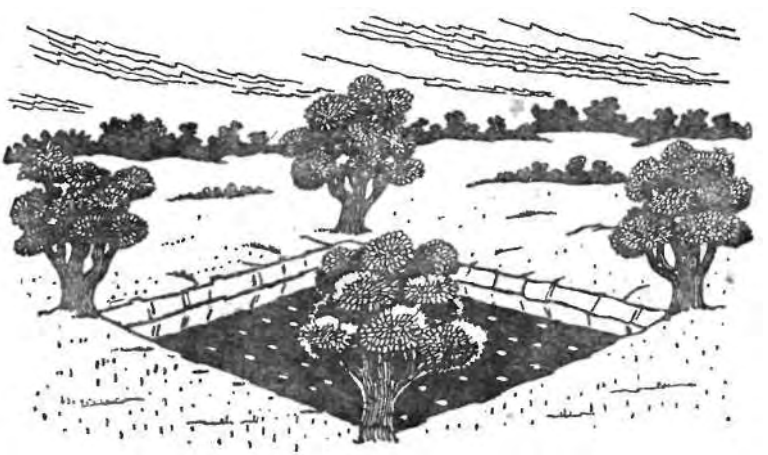


Рис. 198.

рить, сделав вдвое больше по площади, сохраняя, однако, квадратную форму. Но старых дубов трогать не желают. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все четыре дуба, оставаясь на своих местах, не были затоплены водой, а стояли у берегов нового пруда?

Паркетчик

Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

Другой паркетчик

Другой паркетчик проверял свою работу иначе: он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже так думаете?

Рис. 199.

Третий паркетчик

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все четыре части, на которые диагонали разделяют друг друга (рис. 199), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат.

А по вашему?

Белошвейка

Белошвейке нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав несколько кусков, она проверяет свою работу

тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму. Так ли?

Еще белошвейка

Другая белошвейка не довольствовалась проверкой, применяемой ее подругой. Она перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И, только если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно.

Что скажете вы о такой проверке?

Затруднение столяра

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рис. 199, *а*. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру нужно, ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя, превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, распилить ее раньше на части. Наш молодой столяр так и намерен сделать, но он желает разделить доску не более чем по двум прямым линиям.

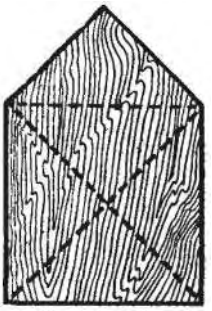


Рис. 199, а.

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых составлялся бы квадрат? И если возможно, то как это сделать?

О Т В Е Т Ы

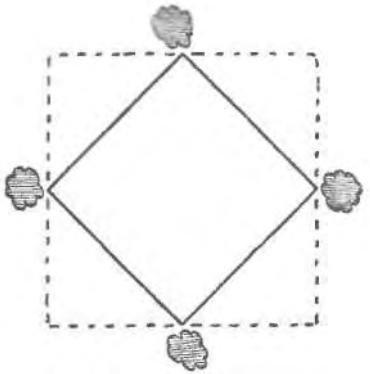


Рис. 200.

Пруд

Расширить площадь пруда вдвое, сохраняя его квадратную форму и не трогая дубов, вполне возможно. Здесь на чертеже показано, как это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата (рис. 200). Легко убедиться, что новая площадь вдвое больше прежней: достаточно лишь провести диагонали в прежнем пруде и сосчитать образующиеся при этом треугольники.

Паркетчик

Такая проверка недостаточна. Четырехугольник мог выдержать это испытание, не будучи вовсе квадратом. Вы видите на рис. 201 примеры таких четырехугольников, у которых все стороны равны, но углы вовсе не прямые (ромбы).

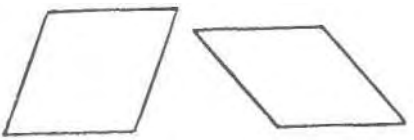


Рис. 201.

Другой паркетчик

Эта проверка столь же ненадежна, как и первая. В квадрате, конечно, диагонали равны, но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат. Это ясно видно из фигур, представленных на рис. 202.

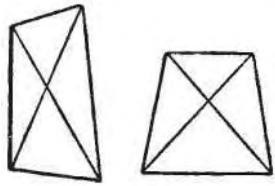


Рис. 202.

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу, тогда можно быть уверенным, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали равны, есть непременно квадрат,

Третий паркетчик

Проверка могла показать только то, что проверяемый четырехугольник имеет прямые углы, то есть что он прямоугольник. Но равны ли все его стороны, этого проверка не удостоверяла, как видно из рис. 203.

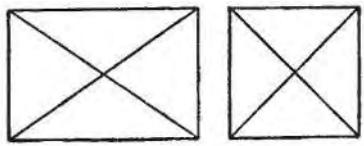


Рис. 203.

Белошвейка

Проверка далеко не достаточна. На рис. 204 начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все таки это не квадраты. Вы види

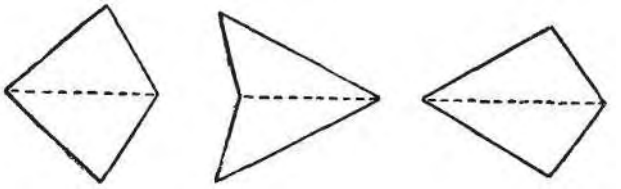


Рис. 204.

те, как сильно может отступать четырехугольник от фигуры квадрата и все же удовлетворять этой проверке.

Такой проверкой можно убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

Еще белошвейка

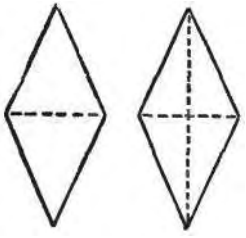


Рис. 205.

Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту проверку, хотя они вовсе не квадраты. У фигур (рис. 205) все стороны равны (это ромбы), но углы не прямые — это не квадраты.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, что сделала белошвейка, проверить также, равны ли диагонали (или же углы).

Затруднение столяра

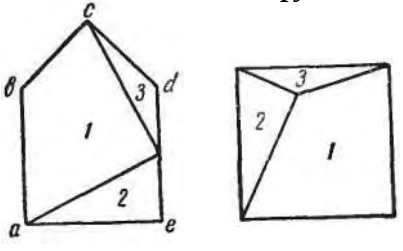


Рис. 206.

Одна линия должна идти от вершины *c* к середине стороны *de*, другая — от этой середины к вершине *a*. Из полученных трех кусков *1*, *2* и *3* составляется квадрат, как показано на чертеже (рис. 206),

ЗАДАЧИ О РАБОТЕ

Землекопы

Пять землекопов в 5 часов выкапывают 5 м канавы. Сколько землекопов в 100 часов выкопают 100 м канавы?

Пильщики дров

Пильщики распиливают бревно на метровые отрубки. Длина бревна 5 м. Распиловка бревна поперек отнимает каждый раз $1^1/_2$ минуты времени. Во сколько минут распилили они все бревно?

Столяр и плотники

Бригада из шести плотников и столяра взялась выполнить одну работу. Каждый плотник заработал по 20 рублей, столяр же на 3 рубля больше, чем заработал в среднем каждый из семерых членов бригады.

Сколько же заработал столяр?

Рис. 207.

Пять обрывков цепи

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой — они изображены здесь на рис. 207, — и поручили соединить их в одну цепь.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что придется раскрыть и снова заковать четыре кольца.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

Сколько машин?

В мастерской отремонтировано в течение месяца 40 машин — автомобилей и мотоциклов. Всех колес выпущено было из ремонта ровно 100.

Спрашивается, сколько было в ремонте автомобилей и мотоциклов?

Чистка картофеля

Двое очистили 400 штук картофеля; один очищал три штуки в минуту, другой — две. Второй работал на 25 минут больше первого.

Сколько времени работал каждый?

Двое рабочих

Двое могут выполнить работу в семь дней при условии, что второй приступит к ней двумя днями позже первого. Если

бы ту же работу каждый выполнял в отдельности, то первому понадобилось бы на четыре дня больше, чем второму.

Во сколько дней каждый мог бы порознь выполнить эту работу?

Задача допускает чисто арифметическое решение, причем можно обойтись даже без действий над дробями.

Переписка доклада

Переписка доклада поручена двум машинисткам. Более опытная из них могла бы выполнить всю работу в 2 часа, менее опытная — в 3 часа.

Во сколько времени перепишут они этот доклад, если разделят между собой работу так, чтобы выполнить ее в кратчайший срок?

Задачи такого рода обычно решают по образцу знаменитой задачи о бассейнах. А именно: в нашей задаче находят, какую долю всей работы выполняет в час каждая переписчица; складывают обе дроби и делят единицу на эту сумму.

Не можете ли вы придумать новый способ решения подобных задач, отличный от шаблонного?

Взвешивание муки

Заведующему магазином надо было взвесить пять мешков с мукой. В магазине были весы, но не хватало некоторых гирь, и нельзя было отвесить груза между 50 и 100 кг. Мешки же весили около 50—60 кг каждый.

Заведующий не растерялся и стал взвешивать мешки парами. Из пяти мешков можно составить 10 различных пар; пришлось поэтому сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг,
116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг.

Сколько весит каждый мешок в отдельности?

О Т В Е Т Ы

Землекопы

На удочку этой задачи легко попасться: можно думать, что если пять землекопов в 5 часов вырыли 5 м канавы, то для выкопки в 100 часов 100 м понадобится 100 человек. Однако это совершенно неправильное рассуждение: понадобятся те же пять землекопов, не больше.

В самом деле, пять землекопов в 5 часов выкапывают 5 м; значит, пять землекопов в 1 час вырыли бы 1 м, а в 100 часов — 100 м.

Пильщики дров

Часто отвечают в $1^1/_2 \times 5$, то есть в $7^1/_2$ минут. При этом забывают, что последний разрез даст два метровых отрубка. Значит, распиливать 5 метровое бревно поперек придется не пять, а четыре раза; на это уйдет всего $1^1/_2 \times 4 = 6$ минут.

Столяр и плотники

Легко узнать, каков был средний заработок члена бригады; для этого нужно избыточные 3 рубля разделить поровну между шестью плотниками. К 20 рублям каждого надо, следовательно, прибавить 50 копеек, — это и есть средний заработок каждого из семерых.

Отсюда узнаем, что столяр заработал 20 рублей 50 копеек + 3 рубля, то есть 23 рубля 50 копеек.

Пять обрывков цепи

Достаточно разогнуть только три кольца одного из обрывков и полученными кольцами соединить концы остальных четырех обрывков.

Сколько машин?

Если бы все 40 машин были мотоциклы, то общее число колес равнялось бы 80, то есть на 20 меньше, чем в действительности. Замена одного мотоцикла автомобилем влечет за собой увеличение общего числа колес на два: разница уменьшается на два. Очевидно, надо сделать 10 таких замен, чтобы свести разницу к нулю. Итак, автомобилей было 10, а мотоциклов — 30.

Действительно: $10 \times 4 + 30 \times 2 = 100$.

Чистка картофеля

За 25 избыточных минут работы второй очистил $2 \times 25 = 50$ штук. Отняв эти 50 от 400, узнаем, что, работая одинаковое время, оба очистили бы 350 штук. Так как ежеминутно оба вместе очищают $2 + 3 = 5$ штук, то, разделив 350 на 5, узнаём, что каждый при этом работал 70 минут.

Это действительная продолжительность работы первого; второй работал $70 + 25 = 95$ минут.

В самом деле: $3 \times 70 + 2 \times 95 = 400$.

Двое рабочих

Если бы каждый выполнял в отдельности полработы, то первому понадобилось бы для этого на два дня больше, чем второму (потому что при выполнении целой работы разница в продолжительности равна четырем дням). Так как получается именно два дня разницы, когда оба выполняют всю работу вместе, то очевидно, что в семь дней первый выполняет ровно половину работы; второй же выполняет свою половину в пять дней. Итак, первый мог бы всю работу выполнить сам в 14 дней, второй — в 10 дней.

Переписка доклада

Нешаблонный путь решения задачи таков. Прежде всего поставим вопрос: как должны машинистки поделить между собой работу, чтобы закончить ее одновременно? (Очевидно, что только при таком условии, то есть при отсутствии простоя, работа будет выполнена в кратчайший срок.) Так как более опытная машинистка пишет в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее менее опыт

ной, то ясно, что доля первой должна быть в $1^1/_2$ раза больше доли второй, тогда обе кончат писать одновременно. Отсюда следует, что первая должна взять переписывать $^3/_5$ доклада, вторая — $^2/_5$.

Собственно, задача уже почти решена. Остается только найти, во сколько времени первая машинистка выполнит свои $^3/_5$ работы. Всю работу она может сделать, мы знаем, в 2 часа; значит, $^3/_5$ работы будет выполнено в $2 \times {}^3/_5 = 1^1/_5$ часа. В такое же время должна сделать свою долю работы и вторая машинистка.

Итак, кратчайший срок, в какой может быть переписан доклад обеими машинистками,— 1 час 12 минут.

Взвешивание муки

Заведующий начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 кг, не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь вес каждого мешка входит в сумму четыре раза. Разделив на четыре, узнаём, что все пять мешков весят 289 кг.

Теперь для удобства обозначим мешки, в порядке их веса, номерами. Самый легкий мешок — № 1, второй по тяжести — № 2 и т. д.; самый тяжелый мешок — № 5. Нетрудно сообразить, что в ряде чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг — первое число составилось из веса двух самых легких мешков: № 1 и № 2; второе число — из веса № 1 и № 3. Последнее число (121) составилось из веса двух самых тяжелых мешков — № 4 и 5, а предпоследнее — из № 3 и № 5. Итак:

№ 1 и № 2	вместе	весят	110 кг
№ 1 и № 3	»	»	112 »
№ 3 и № 5	»	»	120 »
№ 4 и № 5	»	»	121 »

Легко узнать, следовательно, сумму весов № 1, № 2, № 4 и № 5: она равна 110 кг + 121 кг = 231 кг. Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка № 3, именно — 58 кг.

Дальше, из суммы веса мешков № 1 и № 3, то есть из 112 кг, вычитаем известный уже нам вес мешка № 3; получается вес мешка № 1; он равен 112 кг — 58 кг = 54 кг.

Точно так же узнаем вес мешка № 2, вычтя 54 кг из 110 кг, то есть из суммы весов мешков № 1 и № 2. Получаем: вес мешка № 2 равен 110 кг — 54 кг = 56 кг.

Из суммы весов мешков № 3 и № 5, то есть из 120, вычитаем вес мешка № 3, который равен 58 кг; узнаём, что мешок № 5 весит 120—58 = 62 кг.

Остается определить вес мешка № 4, зная сумму весов № 4 и № 5 (121 кг). Вычтя 62 из 121, узнаём, что мешок № 4 весит 59 кг.

Итак, вот вес мешков:

54 кг, 56 кг, 58 кг, 59 кг, 62 кг.

Мы решили задачу, обойдясь без уравнений.

ЗАДАЧИ О ПОКУПКАХ И ЦЕНАХ

Почем лимоны?

Три дюжины лимонов стоят столько рублей, сколько дают лимонов на 16 рублей.

Сколько стоит дюжина лимонов?

Плащ, шляпа и калоши

Некто купил плащ, шляпу и калоши и заплатил за все 140 рублей. Плащ стоит на 90 рублей больше, чем шляпа, а шляпа и плащ вместе на 120 рублей больше, чем калоши.

Сколько стоит каждая вещь в отдельности?

Задачу требуется решить устным счетом, без уравнений.

Покупки

Отправляясь за покупками, я имел в кошельке около 15 рублей отдельными рублями и двугривенными. Возвратившись, я принес столько отдельных рублей, сколько было у ме

ня первоначально 20 копеечных монет, и столько 20 копеечных монет, сколько имел я раньше отдельных рублей. Всего же уцелела у меня в кошельке треть той суммы, с какой я отправился за покупками.

Сколько стоили покупки?

Покупка фруктов

За пять рублей куплено 100 штук фруктов разного рода. Цены фруктов следующие: арбузы — 50 копеек штука, яблоки — 10 копеек штука, сливы — 10 копеек десяток.

Сколько фруктов каждого рода было куплено?

Вздорожание и подешевление

Товар на 10% вздорожал, потом на 10% подешевел.

Когда цена его была ниже: до вздорожания или после подешевления?

Бочки

В магазин доставили шесть бочонков квасу. На рис. 208 обозначено, сколько литров было в каждом бочонке. В первый же день нашлось два покупателя: один купил два бочонка, другой три, причем первый купил вдвое меньше квасу, чем второй. Не пришлось даже раскупоривать бочонков. Из шести бочонков на складе остался всего лишь один.

Какой?

Рис. 208.

Продажа яиц

Эта старинная народная задача кажется с первого взгляда совершенно несообразной, так как в ней говорится о продаже половины яйца. Тем не менее она вполне разрешима.

Крестьянка пришла на базар продавать яйца. Первая покупательница купила у нее половину всех яиц и еще $^1/_2$ яйца. Вторая покупательница приобрела половину оставшихся яиц и еще $^1/_2$ яйца. Третья купила всего одно яйцо. После этого у крестьянки не осталось ничего.

Сколько яиц принесла она на базар?

Задача Бенедиктова

Многие любители русской литературы не подозревают, что поэт В. Г. Бенедиктов является автором первого на русском языке сборника математических головоломок. Сборник этот не был издан; он остался в виде рукописи и был разыскан лишь в 1924 году. Я имел возможность ознакомиться с этой рукописью и даже установил на основании одной из головоломок год, когда она была составлена: 1869 й (на рукописи год не обозначен). Предлагаемая далее задача, обработанная поэтом в беллетристической форме, заимствована мной из этого сборника. Она озаглавлена «Хитрое разрешение мудреной задачи».

«Одна баба, торговавшая яйцами, имея у себя в продаже девять десятков яиц, отправила на рынок трех дочерей своих и, вверив старшей и самой смышленой из них десяток, поручила другой три десятка, а третьей полсотни. При этом она сказала им:

— Условьтесь наперед между собой насчет цены, по которой вы продавать будете, и от этого условия не отступайте; все вы крепко держитесь одной и той же цены; но я надеюсь, что старшая дочь моя, по своей смышлености, даже и при общем между вами условии, по какой цене продавать, сумеет выручить столько за свой десяток, сколько вторая выручит за три десятка, да научи г и вторую сестру выручить за ее три десятка столько же, сколько младшая за полсотни. Пусть выручки всех троих да цены будут одинаковы. Притом я желала бы, чтобы вы продали все яйца так, чтобы пришлось круглым счетом не меньше 10 копеек за десяток, а за все девять десятков — не меньше 90 копеек, или 30 алтын».

На этом я прерываю пока рассказ Бенедиктова, чтобы предоставить читателям самостоятельно догадаться, как выполнили девушки данное им поручение.

О Т В Е Т Ы

Почем лимоны?

Мы знаем, что 36 лимонов стоят столько рублей, сколько на 16 рублей дают лимонов. Но 36 штук стоят:

$$36\times(\text{цену штуки}).$$

А на 16 рублей дают штук:

16/цену штуки

Значит,

$$36\times(\text{цену штуки})=16/\text{цену штуки}$$

Если бы правую часть не делили на цену штуки, то в левой части получили бы больше в (цену штуки) раз, то есть 16:

$$36\times(\text{цену штуки})\times(\text{цену штуки})=16.$$

Если бы левую часть не множили на 36, то в правой части получили бы меньше в 36 раз:

$$(\text{цена штуки})\ X\ (\text{цену штуки})\ =\ 16/36$$

Ясно, что цена штуки равна $4/6=2/3$ рубля, а стоимость дюжины лимонов равна $2/3\times12\ =\ 8$ рублям.

Плащ, шляпа и калоши

Если бы вместо плаща, шляпы и калош куплено было только две пары калош, то пришлось бы заплатить не 140 рублей, а на столько меньше, на сколько калоши дешевле плаща с шляпой, то есть на 120 рублей. Мы узнаём, следовательно, что две пары калош стоят $140 — 120$ 20 рублей, отсюда стоимость одной пары — 10 рублей.

Теперь стало известно, что плащ и шляпа вместе стоят $140—10 = 130$ рублей. Причем плащ дороже шляпы на

90 рублей. Рассуждаем, как прежде: вместо плаща со шляпой купим две шляпы. Мы заплатим не 130 рублей, а меньше на 90 рублей. Значит, две шляпы стоят 130 — 90 = 40 рублей, откуда стоимость одной шляпы — 20 рублей.

Итак, вот стоимость вещей: калоши — 10 рублей, шляпа — 20 рублей, плащ — 110 рублей.

Покупки

Обозначим первоначальное число отдельных рублей через x, а число 20 копеечных монет через y. Тогда, отправляясь за покупками, я имел в кошельке денег

$$(100x + 20y)$$ копеек.

Возвратившись, я имел

$$(100y + 20x)$$ копеек.

Последняя сумма, мы знаем, втрое меньше первой; следовательно,

$$3(100y + 20x) = 100x + 20y.$$

Упрощая это выражение, получаем:

$$x = 7y.$$

Если $y = 1$, то $x = 7$. При таком допущении у меня первоначально было денег 7 рублей 20 копеек; это не вяжется с условием задачи («около 15 рублей»).

Испытаем $y = 2$; тогда $x = 14$. Первоначальная сумма равнялась 14 рублям 40 копейкам, что хорошо согласуется с условием задачи.

Допущение $y = 3$ дает слишком большую сумму денег: 21 рубль 60 копеек.

Следовательно, единственный подходящий ответ — 14 рублей 40 копеек. После покупок осталось 2 отдельных рубля и 14 двугривенных, то есть 200 + 280 = 480 копеек; это действительно составляет треть первоначальной суммы (1440:3 = 480).

Израсходовано же было 1440 — 480 = 960. Значит, стоимость покупок 9 рублей 60 копеек.

Покупка фруктов

Несмотря на кажущуюся неопределенность, задача имеет только одно решение. Вот оно:

	Число	Стоимость
Арбузов	1	50 коп.
Яблок	39	3 руб. 90 коп.
Слив	60	60 коп.
Итого	100	5 руб. 00 коп.

Вздорожание и подешевление

Ошибочно считать, что цена в обоих случаях одинакова. Сделаем соответствующие выкладки. После вздорожания товар стоил 110%, или 1,1 первоначальной цены. После же подешевления цена его составляла

$$1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99,$$

то есть 99% первоначальной. Значит, после подешевления товар стал на 1 % дешевле, чем до вздорожания.

Бочки

Первый покупатель купил 15 литровый и 18 литровый бочонки. Второй — 16 литровый, 19 литровый и 31 литровый.

В самом деле:

$$15 + 18 = 33$$
$$16 + 19 + 31 = 66,$$

то есть второй покупатель приобрел больше квасу, чем первый.

Остался непроданным 20 литровый бочонок.

Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

Продажа яиц

Задачу решают с конца. После того, как вторая покупательница приобрела половину оставшихся яиц и еще $^1/_2$ яйца, у крестьянки осталось только одно яйцо. Значит, $^1/_2$ яйца составляют вторую половину того, что осталось после первой продажи. Ясно, что полный остаток составляет три яйца. Прибавив $^1/_2$ яйца, получим половину того, что имелось у крестьянки первоначально. Итак, число яиц, принесенных ею на базар, семь.

Проверим:

$7 : 2 = 3\,^1/_2$; $3\,^1/_2 + {}^1/_2 = 4$; $7 \quad 4 = 3$
$3 : 2 = 1\,^1/_2$; $1\,^1/_2 + {}^1/_2 = 2$; $3 \quad 2 = 1$,

что вполне согласуется с условием задачи.

Задача Бенедиктова

Приводим окончание прерванного рассказа Бенедиктова.

«Задача была мудреная. Дочери, идучи на рынок, стали между собой совещаться, причем вторая и третья обращались к уму и совету старшей. Та, обдумав дело, сказала:

— Будем, сестры, продавать наши яйца не десятками, как это делалось у нас до сих пор, а семерками: семь яиц — семерик; на каждый семерик и цену положим одну, которой все и будем крепко держаться, как мать сказала. Чур, не спускать с положенной цены ни копейки! За первый семерик алтын, согласны?

— Дешевенько, — сказала вторая.

— Ну, — возразила старшая, — зато мы поднимем цену на те яйца, которые за продажей круглых семериков в корзинах у нас останутся. Я заранее проверила, что яичных торговок, кроме нас, на рынке никого не будет. Сбивать цены некому. На оставшееся же добро, когда есть спрос, а товар на исходе, известное дело, цена возвышается. Вот мы на остальных то яйцах и наверстаем.

— А почем будем продавать остальные? — спросила младшая.

— По 3 алтына за каждое яичко. Давай, да и только. Те, кому очень нужно, дадут.

— Дорогонько, — заметила опять средняя.

— Что же, — подхватила старшая, — зато первые то яйца по семеркам пойдут дешево. Одно на другое и наведет.

Согласились.

Пришли на рынок. Каждая из сестер села на своем месте отдельно и продает. Обрадовавшись дешевизне, покупщики и покупщицы бросились к младшей, у которой было полсотни яиц, и все их расхватали. Семерым она продавала по семерику и выручила 7 алтын, а одно яйцо осталось у нее в корзине. Вторая, имевшая три десятка, продала четырем покупательницам по семерику, и в корзине у ней осталось два яйца: выручила она 4 алтына. У старшей купили семерик, за который она получила 1 алтын; три яйца осталось.

Вдруг явилась кухарка, посланная барыней на рынок с тем, чтобы купить непременно десяток яиц во что бы то ни стало. На короткое время к барыне в гости приехали сыновья ее, которые страшно любят яичницу. Кухарка туда сюда по рынку мечется; яйца распроданы; всего у трех торговок, пришедших на рынок, осталось только шесть яиц: у одной — одно яйцо, у другой — два, у третьей — три. Давай и те сюда!

Разумеется, кухарка прежде всего кинулась к той, у которой осталось три, а это была старшая дочь, продавшая за алтын свой единственный семерик. Кухарка спрашивает:

— Что хочешь за свои три яйца?

А та в ответ:

— По 3 алтына за яичко.

— Что ты? С ума сошла! — говорит кухарка.

А та:

— Как угодно,— говорит,— дешевле не отдам. Это последние.

Кухарка бросилась к той торговке, у которой два яйца в корзине.

— Почем?

— По 3 алтына. Такая цена установлена. Все вышли.

— А твое яичишко сколько стоит? — спрашивает кухарка у младшей.

Та отвечает:

— 3 алтына.

Нечего делать. Пришлось купить по неслыханной цене.

— Давайте сюда все остальные яйца.

И кухарка дала старшей за ее три яйца 9 алтын, что составляло с имевшимся у нее алтыном 10; второй заплатила за ее пару яиц 6 алтын; с вырученными за 4 семерика 4 алтынами это составило также 10 алтын. Младшая получила от кухарки за свое остальное яичко 3 алтына и, приложив их к 7 алтынам, вырученным за проданные прежде 7 семериков, увидела у себя в выручке тоже 10 алтын.

После этого дочери возвратились домой и, отдав своей матери каждая по 10 алтын, рассказали, как они продавали и как, соблюдая относительно цены одно общее условие, достигли того, что выручки как за один десяток, так и за полсотни, оказались одинаковыми.

Мать была очень довольна точным выполнением данного ею дочерям своим поручения и находчивостью своей старшей дочери, по совету которой оно выполнялось; а еще больше осталась довольна тем, что и общая выручка дочерей — 30 алтын, или 90 копеек, — соответствовала ее желанию».

**
*

Читателя заинтересует, быть может, что представляет собой та неопубликованная рукопись В. Г. Бенедиктова, из которой заимствована сейчас приведенная задача. Труд Бенедиктова не имеет заглавия, но о характере его и о назначении подробно говорится во вступлении к сборнику.

«Арифметический расчет может быть прилагаем к разным увеселительным занятиям, играм, шуткам и т. п. Многие так называемые *фокусы* (подчеркнуто в рукописи. — *Я. П.*) основываются на числовых соображениях, между прочим и производимые при посредстве обыкновенных игральных карт, где принимается в расчет или число самих карт или число очков, представляемых теми или другими картами, или и то и другое

вместе. Некоторые задачи, в решение которых должны входить самые громадные числа, представляют факты любопытные и дают понятие об этих превосходящих всякое воображение числах. Мы вводим их в эту дополнительную часть арифметики. Некоторые вопросы для разрешения их требуют особой изворотливости ума и могут быть решаемы, хотя с первого взгляда кажутся совершенно нелепыми и противоречащими здравому смыслу, как, например, приведенная здесь, между прочим, задача под заглавием: «Хитрая продажа яиц». Прикладная практическая часть арифметики требует иногда не только знания теоретических правил, излагаемых в чистой арифметике, но и находчивости, приобретаемой через умственное развитие при знакомстве с различными сторонами не только дел, но и безделиц, которым поэтому дать здесь место мы сочли не излишним».

Сборник Бенедиктова разбит на 20 коротких ненумерованных глав, имеющих каждая особый заголовок. Первые главы носят следующие заголовки: «Так называемые магические квадраты», «Угадывание задуманного числа от 1 до 30», «Угадывание втайне распределенных сумм», «Задуманная втайне цифра, сама по себе обнаруживающаяся», «Узнавание вычеркнутой цифры», и т. п. Затем следует ряд карточных фокусов арифметического характера. После них — любопытная глава «Чародействующий полководец и арифметическая армия»: умножение с помощью пальцев, представленное в форме анекдота; далее — перепечатанная мной выше задача с продажей яиц. Предпоследняя глава — «Недостаток в пшеничных зернах для 64 клеток шахматной доски» — рассказывает известную старинную легенду об изобретателе шахматной игры.

Наконец, 20 я глава, «Громадное число живших на земном шаре обитателей», заключает любопытную попытку подсчитать общую численность земного населения за все время существования человечества (подробный разбор подсчета Бенедиктова сделан мной в книге «Занимательная алгебра»).

ВЕС И ВЗВЕШИВАНИЕ

Миллион изделий

Изделие весит 89,4 г. Сообразите в уме, сколько тонн весит миллион таких изделий.

Мед и керосин

Банка с медом весит 500 г. Та же банка с керосином весит 350 г. Керосин легче меда в два раза.

Сколько весит пустая банка?

Вес бревна

Круглое бревно весит 30 кг.

Сколько весило бы оно, если бы было втрое толще, но вдвое короче?

Под водой

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке — булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой — железная гиря в 2 кг, Я осторожно опустил эти весы под воду.

Остались ли чашки в равновесии?

Десятичные весы

100 кг железных гвоздей уравновешены на десятичных весах железными гирями. Весы затопило водой.

Сохранили ли они равновесие и под водой?

Брусок мыла

На одну чашку весов положен брусок мыла, на другую $^3/_4$ такого же бруска и еще $^3/_4$ кг. Весы в равновесии.

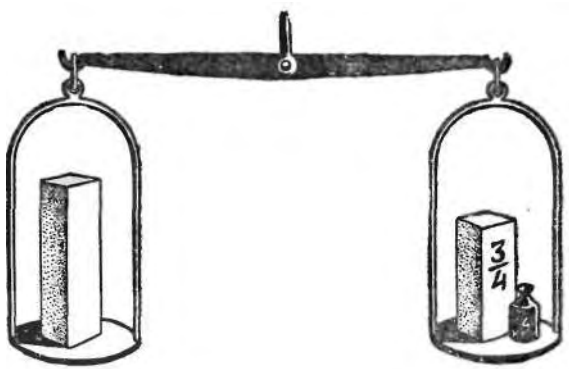


Рис. 209.

Сколько весит целый брусок мыла?.

Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

Кошки и котята

Из прилагаемого рис. 210 вы видите, что четыре кошки и три котенка весят 15 кг, а три кошки и четыре котенка весят 13 кг.

Сколько же весит каждая кошка и каждый котенок в от

дельности? Предполагается, что все взрослые кошки весят одинаково; котята также весят поровну.

Постарайтесь и эту задачу решить устно.

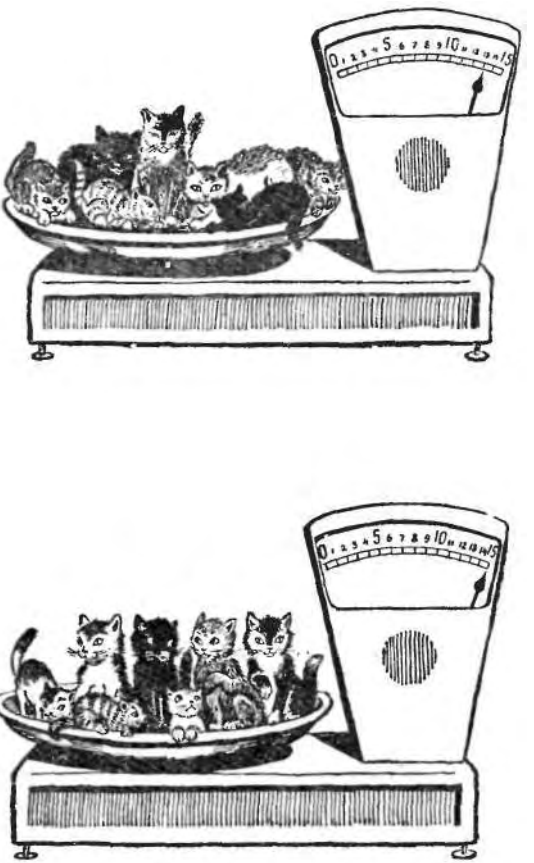


Рис. 210.

Раковина и бусины

Рис. 211 показывает вам, что три детских кубика и одна раковина уравновешиваются 12 бусинами и что, далее, одна

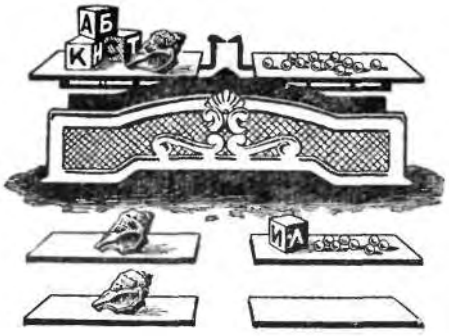


Рис. 211.

раковина уравновешивается одним кубиком и восемью бусинами.

Сколько бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

Вес фруктов

Вот еще задача в том же роде. Рис. 212 показывает, что три яблока и одна груша весят столько, сколько 10 персиков,

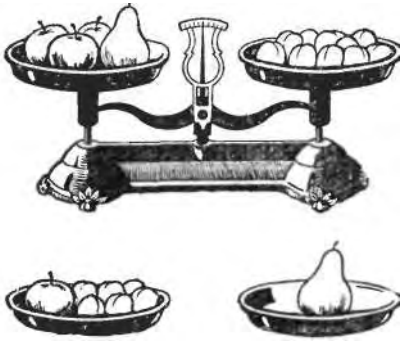


Рис. 212.

а шесть персиков и одно яблоко весят столько, сколько одна груша.

Сколько же персиков надо взять, чтобы уравновесить одну грушу?

Сколько стаканов?

На рис. 213 вы видите, что бутылка и стакан уравновешиваются кувшином; бутылка сама по себе уравновешивается

Рис. 213.

стаканом и блюдцем; два кувшина уравновешиваются тремя блюдцами.

Спрашивается, сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

Гирей и молотком

Надо развесить 2 кг сахарного песку на 200 граммовые пакеты. Имеется только одна 500 граммовая гиря да еще молоток, весящий 900 г.

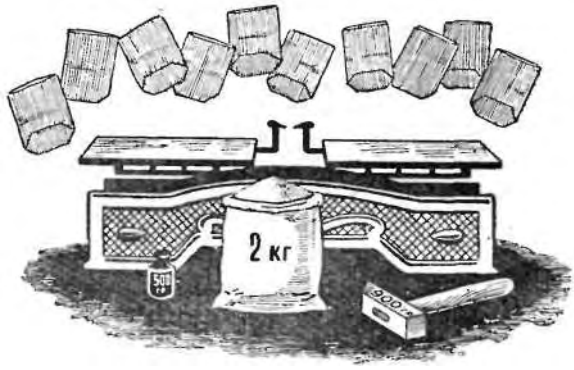


Рис. 214.

Как получить все 10 пакетов, пользуясь этой гирей и молотком?

Задача Архимеда

Самая древняя из головоломок, относящихся к взвешиванию, — без сомнения, та, которую древний правитель сиракузский Гиерон задал знаменитому математику Архимеду.

Предание повествует, что Гиерон поручил мастеру изготовить венец для одной статуи и приказал выдать ему необходимое количество золота и серебра. Когда венец был доставлен, взвешивание показало, что он весит столько же, сколько весили вместе выданные золото и серебро. Однако правителю донесли, что мастер утаил часть золота, заменив его серебром. Гиерон призвал Архимеда и предложил ему определить, сколько золота и сколько серебра заключает изготовленная

мастером корона. Архимед решил эту задачу, исходя из того, что чистое золото теряет в воде 20 ю долю своего веса, а серебро — 10 ю долю.

Если вы желаете попытать свои силы на подобной задаче, примите, что мастеру было отпущено 8 кг золота и 2 кг серебра и что, когда Архимед взвесил корону под водой, она весила не 10 кг, а всего $9^{1}/_{4}$ кг. Попробуйте определить по этим данным, сколько золота утаил мастер. Венец, предполагается, изготовлен из сплошного металла, без пустот.

О Т В Е Т Ы

Миллион изделий

Расчеты подобного рода выполняются в уме так. Надо умножить 89,4 г на миллион, то есть на тысячу тысяч.

Умножаем в два приема: 89,4×1000 =89,4 кг, потому что килограмм в 1000 раз больше грамма. Далее: 89,4 кг×1000 = = 89,4 т, потому что тонна в 1000 раз больше килограмма.

Итак, искомый вес — 89,4 т.

Мед и керосин

Так как мед тяжелее керосина в два раза, то разница в ве¬се 500 — 350, то есть 150 г, есть вес керосина в объеме банки (банка с медом весит столько же, сколько весила бы банка с двойным количеством керосина). Отсюда определяется чистый вес банки: 350—150 = 200 г. Действительно: 500 — 200 = 300 г, то есть мед вдвое тяжелее такого же объема керосина.

Вес бревна

Обыкновенно отвечают, что бревно, увеличенное в толщине вдвое, но вдвое же укороченное, не должно изменить своего веса. Однако это неверно. От увеличения поперечника вдвое объем круглого бревна увеличивается в четверо; от укорочения же вдвое объем уменьшается всего в два раза. Поэто¬му толстое короткое бревно должно быть вдвое тяжелее длин¬ного тонкого, то есть весить 60 кг.

Под водой

Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» в своем весе столько, сколько весит вытесняемая им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без тру-да можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом 2 кг занимает больший объем, чем 2 килограммовая железная гиря, потому что материал камня (гранит) легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и, по закону Архимеда, потеряет в воде больше веса, чем гиря. Итак, весы под водой наклонятся в сторону гири.

Десятичные весы

При погружении в воду железная вещь (сплошная) теряет 8 ю долю своего веса [1]. Поэтому гири под водой будут иметь $^{7}/_{8}$ прежнего веса, гвозди — также $^{7}/_{8}$ своего прежнего веса. И так как гири были в 10 раз легче гвоздей, то и под водой они легче их в 10 раз. Следовательно, десятичные весы останутся и под водой в равновесии.

Брусок мыла

$^{3}/_{4}$ бруска мыла + $^{3}/_{4}$ кг весят столько, сколько целый брусок. Но в целом бруске содержится $^{3}/_{4}$ бруска + $^{1}/_{4}$ бруска. Значит, $^{1}/_{4}$ бруска весит $^{3}/_{4}$ кг, и, следовательно, целый брусок весит в четыре раза больше, чем $^{3}/_{4}$ кг, то есть 3 кг.

Кошки и котята

Сравнивая оба взвешивания, легко видеть, что от замены одной кошки одним котенком вес груза уменьшился на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у нас будет тогда всех 4 + 3 = 7 котят, весить они будут вместе не 15 кг, а на 2 × 4, то есть на 8 кг меньше. Значит, семь котят весят 15 — 8 = 7 кг.

Отсюда ясно, что котенок весит 1 кг, взрослая же кошка 1 + 2 = 3 кг.

Раковины и бусины

Сравните первое и второе взвешивания. Вы видите, что раковину при первом взвешивании мы можем заменить одним кубиком и восемью бусинами, — ведь то и другое имеет оди

[1] Эта цифра не сообщена в условии задачи потому, что самая величина потери — 8 я, или 10 я, или 20 я часть — для решения задачи не имеет значения.

наковый вес. У нас оказалось бы тогда на левой чашке четыре кубика и восемь бусин, и это уравновешивалось бы 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по восемь бусин, мы не нарушим равновесия. Останется же у нас на левой чашке четыре кубика, на правой — четыре бусины. Значит, кубик и одна бусина весят одинаково.

Теперь ясно, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) один кубик на правой чашке бусиной, узнаём, что вес раковины равен весу девяти бусин.

Результат легко проверить.

Замените при первом взвешивании кубики и раковины на левой чашке соответственным числом бусин; получите 3 + 9 = 12, как и должно быть.

Вес фруктов

Заменим при первом взвешивании одну грушу шестью персиками и яблоком; мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько шесть персиков и яблоко. У нас окажется на левой чашке четыре яблока и шесть персиков, на правой — 10 персиков. Сняв с обеих чашек по шести персиков, узнаём, что четыре яблока весят столько, сколько четыре персика. Отсюда — один персик весит столько же, сколько одно яблоко.

Теперь легко уже сообразить, что вес груши равен весу семи персиков.

Сколько стаканов?

Задачу эту можно решать на разные лады. Вот один из способов.

Заменим при третьем взвешивании каждый кувшин одной бутылкой и одним стаканом (из первого взвешивания мы знаем, что весы при этом должны оставаться в равновесии). Мы узнаём тогда, что две бутылки и два стакана уравновешиваются тремя блюдцами. Каждую бутылку мы на основании второго взвешивания можем заменить одним стаканом и одним блюдцем. Окажется тогда, что четыре стакана и два блюдца уравновешиваются тремя блюдцами.

Сняв с каждой чашки весов по два блюдца, узнаём, что четыре стакана уравновешиваются одним блюдцем.

И, следовательно, бутылка уравновешивается (сравни второе взвешивание) пятью стаканами.

Гирей и молотком

Порядок отвешивания таков. Сначала кладут на одну чашку молоток, на другую — гирю и столько сахарного песку, чтобы чашки уравновесились; ясно, что насыпанный на эту чашку песок весит 900—500 = 400 г. Ту же операцию выполняют еще три раза; остаток песку весит 2000 — (4×400) = = 400 г.

Теперь остается только каждый из пяти полученных 400 граммовых пакетов разделить пополам, на два равных по весу пакета. Делается это без гирь очень просто: рассыпают содержимое 400 граммового пакета в два картуза, поставленных на разных чашках, пока весы не уравновесятся.

Задача Архимеда

Если бы заказанный венец был сделан целиком из чистого золота, он весил бы вне воды 10 кг, а под водой потерял бы 20 ю долю этого веса, то есть $^1/_2$ кг. В действительности же венец, мы знаем, теряет в воде не $^1/_2$ кг, а $10 - 9^1/_4 = {}^3/_4$ кг. Это потому, что он содержит в себе серебро — металл, теряющий в воде не 20 ю, а 10 ю долю своего веса. Серебра должно быть в венце столько, чтобы венец терял в воде не $^1/_2$ кг, а $^3/_4$ кг — на $^1/_4$ кг более. Если в нашем чисто золотом венце заменим мысленно 1 кг золота серебром, то венец будет терять в воде больше, нежели прежде, на $^1/_{10} - {}^1/_{20} = {}^1/_{20}$ кг. Следовательно, чтобы получилось требуемое увеличение потери веса на $^1/_4$ кг, необходимо заменить серебром столько килограммов золота, сколько раз $^1/_{20}$ кг содержится в $^1/_4$ кг; но $^1/_4 : {}^1/_{20} = 5$. Итак, в венце было 5 кг серебра и 5 кг золота вместо выданных 2 кг серебра и 8 кг золота. 3 кг золота было утаено и заменено серебром.

ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

Цифра шесть

Спросите кого нибудь из ваших знакомых постарше, как давно обладает он карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже 15 лет. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

— А по скольку раз в день взглядываете вы на свои часы?

— Раз 20, вероятно, или около того, — последует ответ.

— Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6000 раз, а за 15 лет видели их циферблат 6000×15, то есть чуть не 100 тысяч раз. Вещь, которую вы видели 100 тысяч раз, вы, конечно, должны знать и помнить отлично.

— Ну, разумеется!

— Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем цифра шесть.

И вы предлагаете собеседнику бумажку и карандаш.

Он исполняет вашу просьбу, но... изображает цифру шесть в большинстве случаев совсем не такой, какой обозначена она на его часах.

Почему?

Ответьте на этот вопрос, не глядя на карманные часы. Покажите, как ваш собеседник изобразил цифру шесть и как ее следует изобразить.

Трое часов

В доме трое часов. 1 января все они показывали верное время. Но шли верно только первые часы; вторые отставали на 1 минуту в сутки, третьи на I минуту в сутки уходили. Если часы будут продолжать так идти, через сколько времени все трое часов будут снова показывать верное время?

Двое часов

Вчера я проверял мои стенные часы и будильник и поставил их стрелки правильно. Стенные отстают на 2 минуты в час; будильник уходит в час на минуту.

Сегодня часы остановились: завод кончился. Стрелки на циферблате стенных часов показывают 7 часов, на циферблате будильника — 8 часов.

В котором часу я вчера проверил часы?

Который час?

— Куда спешите?

— К 6 часовому поезду. Сколько минут осталось до отхода?

— 50 минут назад было вчетверо больше минут после трех.

Что означает этот странный ответ? Который был час?

Когда стрелки встречаются?

В 12 часов одна стрелка покрывает другую. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда стрелки часов встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

Рис. 215.

Рис. 216.

Когда стрелки направлены врозь?

В 6 часов, наоборот, обе стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает или же есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

По обе стороны шести

Я взглянул на часы и заметил, что обе стрелки отстоят от цифры 6, по обе ее стороны, одинаково. В котором часу это было?

Рис 217.

В котором часу?

В котором часу минутная стрелка опережает часовую ровно на столько же, на сколько часовая находится впереди числа 12 на циферблате? А может быть, таких моментов бывает в день несколько или же вовсе не бывает?

Наоборот

Если вы внимательно наблюдаете за часами, то, быть может, вам случалось наблюдать и как раз обратное расположе-

ние стрелок, чем сейчас описано: часовая стрелка опережает минутную на столько же, на сколько минутная продвинулась вперед от числа 12.

Когда же это бывает?

Три и семь

Часы бьют три. И, пока они бьют, проходит 3 секунды. Сколько же времени должны употребить часы, чтобы пробить семь?

На всякий случай предупреждаю, что это не задача шутка и никакой ловушки не скрывает.

Тикание часов

В заключение проделайте маленький опыт. Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или на четыре и прислушайтесь к их тиканию. Если в комнате достаточно тихо, вы услышите, что часы ваши идут словно с перерывами: то тикают некоторое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти, и т. д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

О Т В Е Т Ы

Цифра шесть

Большинство непредупрежденных людей в ответ на вопрос этой задачи рисуют одно из начертаний: 6, или 9, или VI, или IV.

Это показывает, что можно видеть вещь 100 тысяч раз и все таки не знать ее. Дело в том, что обычно на циферблате (мужских часов) цифры шесть вовсе нет, потому что на ее месте помещается секундник.

Трое часов

Через 740 суток. За это время вторые часы отстанут на 720 минут, то есть ровно на 12 часов; третьи часы на столько же уйдут вперед. Тогда все трое часов будут показывать то же, что и 1 января, то есть верное время.

Двое часов

Будильник уходит в течение часа на 3 минуты по сравнению со стенными часами. На 1 час, то есть на 60 минут, он уходит в течение 20 часов. Но за эти 20 часов будильник ушел вперед по сравнению с верным временем на 20 минут. Значит, стрелки были поставлены верно 19 часов 20 минут назад, то есть в 11 часов 40 минут.

Который час?

Между 3 и 6 часами 180 минут. Нетрудно сообразить, что число минут, остающихся до 6 часов, найдется, если 180—50, то есть 130, разделим на такие две части, из которых одна в четыре раза больше другой. Значит, надо найти пятую часть от 130. Итак, было без 26 минут шесть.

Действительно, 50 минут назад оставалось до 6 часов 26 + 50 = 76 минут, и, значит, после 3 часов прошло 180—76 = = 104 минуты; это вчетверо больше числа минут, остающихся теперь до шести.

Когда стрелки встречаются?

Начнем наблюдать за движением стрелок в 12 часов. В этот момент обе стрелки друг друга покрывают. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее, чем минутная (она описывает полный круг в 12 часов, а минутная в 1 час), то в течение ближайшего часа стрелки, конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры 1, сделав $^1/_{12}$ долю полного оборота; минутная же сделала полный оборот и стоит снова у 12 — на $^1/_{12}$ долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догнать. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая $^1/_{12}$ круга то есть минутная сделала бы на $^{11}/_{12}$ круга больше. Но, чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту $^1/_{12}$ долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше во столько раз, во сколько раз $^1/_{12}$ меньше $^{11}/_{12}$, то есть в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через $^1/_{11}$ часа, то есть через $^{60}/_{11} = 5^5/_{11}$ минуты.

Итак, встреча стрелок случится спустя $5^5/_{11}$ минуты после того, как пройдет 1 час, то есть в $5^5/_{11}$ минуты второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Нетрудно сообразить, что это случится спустя 1 час $5^5/_{11}$ минуты, то есть в 2 часа $10^{10}/_{11}$ минуты. Следующая — спустя еще 1 час $5^5/_{11}$ минуты, то есть в 3 часа $16^4/_{11}$ минуты, и т. д. Всех встреч, как легко видеть, будет 11; 11-я наступит через $1\ ^1/_{11} \times 11 = 12$ часов после первой, то есть в 12 часов; другими словами, она совпадает с первой встречей, и дальнейшие встречи повторятся снова в прежние моменты.

Вот все моменты встреч:

1-я	встреча	— в	1 час	$5^5/_{11}$ минуты
2-я	«	— «	2 часа	$10^{10}/_{11}$ «
3-я	«	— «	3 «	$16^4/_{11}$ «
4-я	«	— «	4 «	$21^9/_{11}$ «
5-я	«	— «	5 часов	$27^3/_{11}$ «
6-я	«	— «	6 «	$32^8/_{11}$ «

7 я встреча — в 7 часов $38^{2}/_{11}$ минуты
8 я « —« 8 « $43^{7}/_{11}$ «
9 я « —« 9 « $49^{1}/_{11}$ «
10 я « —« 10 « $54^{6}/_{11}$ «
11 я « —« 12 «

Когда стрелки направлены врозь?

Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 часов, когда обе стрелки совпадают. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга, — тогда обе стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на $^{11}/_{12}$ полного круга; чтобы обогнать ее всего на $^{1}/_{2}$ круга, понадобится меньше времени, чем целый час, — меньше во столько раз, во сколько $^{1}/_{2}$ меньше $^{1}/_{12}$. то есть потребуется всего $^{6}/_{11}$ часа. Значит, после 12 часов стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя $^{6}/_{11}$ часа, или $32^{8}/_{11}$ минуты. Взгляните на часы в $32^{8}/_{11}$ минуты первого, и вы убедитесь, что стрелки направлены в противоположные стороны.

Единственный ли это момент, когда стрелки так расположены? Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя $32^{8}/_{11}$ минуты после каждой встречи. А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение 12 часов; значит, и располагаются стрелки врозь тоже 11 раз в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

12 час. + $32^{8}/_{11}$ мин. = 12 час. $32^{8}/_{11}$ мин.
1 час $5^{5}/_{11}$ мин. + $32^{8}/_{11}$ мин. = 1 час $38^{2}/_{11}$ мин.
2 часа $10^{10}/_{11}$ мин. + $32^{8}/_{11}$ мин. = 2 часа $43^{7}/_{11}$ мин.
3 часа $16^{4}/_{11}$ мин. + $32^{8}/_{11}$ мин. = 3 часа $49^{1}/_{11}$ мин. и т. д.

Вычислить остальные моменты предоставляю вам самим,

По обе стороны шести

Задача эта решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки стояли у 12, и затем часовая отошла от 12 на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквой *x*. Минутная стрелка за то же время успела повернуться на 12• *x*. Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требования нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка отстояла от конца целого

круга на столько же, на сколько часовая стрелка успела отойти от начала; другими словами:

$$1 - 12 \cdot x = x.$$

Отсюда $1 = 13 \cdot x$ (потому что $13 \cdot x - 12 \cdot x = x$). Следовательно, $x = {}^{1}/_{13}$ доле целого оборота. Такую долю оборота часовая стрелка проходит в ${}^{12}/_{13}$ часа, то есть показывает $55{}^{5}/_{13}$ минуты первого. Минутная стрелка в то же время прошла в 12 раз больше, то есть ${}^{12}/_{13}$ полного оборота; обе стрелки, как видите, отстоят от 12 одинаково, а следовательно, одинаково отодвинуты и от 6 по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок — именно то, которое наступает в течение первого часа. В течение второго часа подобное положение наступит еще раз; мы найдем его, рассуждая по предыдущему, из равенства

$$1 - (12x - 1) - x, \text{ или } 2 - 12x = x,$$

откуда $2 = 13x$ (потому что $13x - 12x = x$), и, следовательно, $x = {}^{2}/_{13}$ полного оборота. В таком положении стрелки будут в $1{}^{1}/_{13}$ часа, то есть в $50{}^{10}/_{13}$ минуты второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от 12 на ${}^{3}/_{13}$ полного круга, то есть $2{}^{10}/_{13}$ часа, и т. д. Всех положений 11, причем после 6 часов стрелки меняются местами: часовая стрелка занимает те места, в которых была раньше минутная, а минутная становится на места часовой.

В котором часу?

Если начать следить за стрелками ровно в 12 часов, то в течение первого часа мы искомого расположения не заметим. Почему? Потому что часовая стрелка проходит ${}^{1}/_{12}$ того, что проходит минутная, и, следовательно, отстает от нее гораздо больше, чем требуется для искомого расположения. На какой бы угол ни отошла от 12 минутная стрелка, часовая повернется на ${}^{1}/_{12}$ этого угла, а не на ${}^{1}/_{2}$, как нам требуется. Но вот прошел час; теперь минутная стрелка стоит у 12, часовая — у 1, на ${}^{1}/_{12}$ полного оборота впереди минутной. Посмотрим, не может ли такое расположение стрелок наступить в течение второго часа. Допустим, что момент этот наступил тогда, когда часовая стрелка отошла от цифры 12 на долю оборота, которую мы обозначаем через x. Минутная стрелка успела за то же время пройти в 12 раз больше, то есть $12x$. Если вычесть отсюда один полный оборот, то остаток $12x - 1$ должен быть вдвое больше, чем x, то есть равняться $2x$. Мы видим, следовательно, что $12x - 1 = 2x$, откуда следует, что

один целый оборот равен $10x$ (действительно, $12x - 10x = 2x$). Но если $10x$ равны целому обороту, то $1x = {}^{1}/_{10}$ части оборота. Вот и решение задачи: часовая стрелка отошла от цифры 12 на ${}^{1}/_{10}$ полного оборота, на что требуется ${}^{12}/_{10}$ часа или 1 час 12 минут. Минутная стрелка при этом будет вдвое дальше от 12, то есть на расстоянии ${}^{1}/_{5}$ оборота; это отвечает ${}^{60}/_{5} = 12$ минутам, как и должно быть.

Мы нашли одно решение задачи. Но есть и другие: стрелки в течение 12 часов располагаются таким же образом не один раз, а несколько. Попытаемся найти остальные решения.

Для этого дождемся 2 часов; минутная стрелка стоит у 12, а часовая — у 2. Рассуждая по предыдущему, получаем равенство:

$$12x - 2 = 2x,$$

откуда два целых оборота равны $10x$, и, значит, $x = {}^{1}/_{5}$ целого оборота. Это соответствует моменту ${}^{12}/_{5} = 2$ часам 24 минутам.

Дальнейшие моменты вы легко вычислите сами. Тогда вы найдете, что стрелки располагаются согласно требованию задачи в следующих 10 моментах:

в 1 час 12 мин.	в 7 час. 12 мин.
« 2 « 24 «	« 8 « 24 «
« 3 « 36 «	« 9 « 36 «
« 4 « 48 «	« 10 « 48 «
« 6 «	« 12 «

Ответы: «в 6 часов» и «в 12 часов» могут показаться неверными, но только с первого взгляда. Действительно: в 6 часов часовая стрелка стоит у 6, минутная же — у 12, то есть ровно вдвое дальше. В 12 же часов часовая стрелка удалена от 12 на нуль, а минутная, если хотите, на «два нуля» (потому что двойной нуль то же, что и нуль); значит, и этот случай, в сущности, удовлетворяет условию задачи.

Наоборот

После предыдущих разъяснений решить эту задачу уже нетрудно. Легко сообразить, рассуждая, как прежде, что в первый раз требуемое расположение стрелок будет в тот момент, который определяется равенством:

$$12x - 1 = x/2,$$

откуда $1 = 11^{1}/_{2}x$, или $x = {}^{2}/_{23}$ целого оборота, то есть через $1^{1}/_{23}$ часа после 12. Значит, в 1 час $21^{4}/_{23}$ минуты стрелки будут расположены требуемым образом. Действительно, минутная стрелка должна стоять посередине между 12 и $1^{1}/_{23}$ часами, то есть на ${}^{12}/_{23}$ часа, что как раз и составляет ${}^{1}/_{23}$ полного оборота (часовая стрелка пройдет ${}^{2}/_{23}$ целого оборота).

Второй раз стрелки расположатся требуемым образом с момент, который определится из равенства:

$$12x\ \ 2 = x/2,$$

откуда $2 = 11^{1}/_{2}\,x$ и $x = {}^{4}/_{23}$; искомый момент — 2 часа $5^{5}/_{23}$ минуты.

Третий искомый момент — 3 часа $7^{19}/_{23}$ минуты, и т. д.

Три и семь

Обычно отвечают: «7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен.

Когда часы бьют три, мы наблюдаем два промежутка:

1) между первым и вторым ударом;

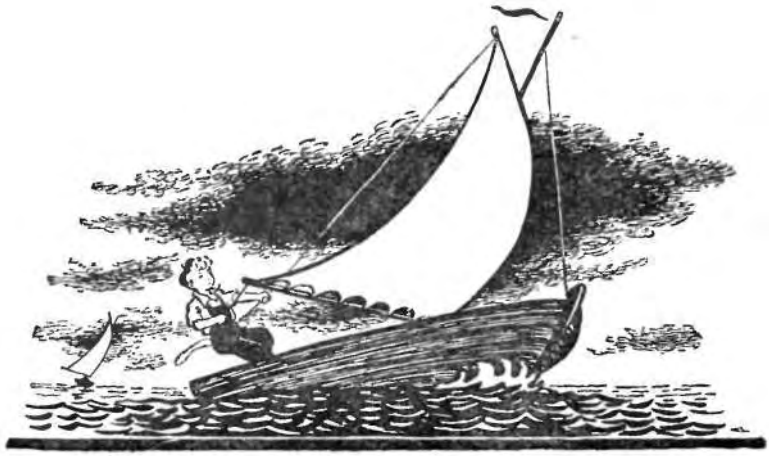
2) между вторым и третьим ударом.

Оба промежутка длятся 3 секунды; значит, каждый продолжается вдвое меньше — именно $1^{1}/_{2}$ секунды.

Когда же часы бьют семь, то таких же промежутков бывает шесть. Шесть раз по $1^{1}/_{2}$ секунды составляет 9 секунд. Следовательно, часы «бьют семь» (то есть делают семь ударов) в 9 секунд.

Тикание часов

Загадочные перерывы в тикании часов происходят просто от утомления слуха. Наш слух, утомляясь, притупляется на несколько секунд — и в эти промежутки мы не слышим тикания. Спустя короткое время утомление проходит, и прежняя чуткость восстанавливается — тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление, и т. д.



ЗАДАЧИ О ТРАНСПОРТЕ

Перелет

Самолет покрывает расстояние от города *A* до города *B* в 1 час 20 минут. Однако обратный перелет он совершает в 80 минут.

Как вы это объясните?

Два паровоза

Вам случалось, наверное, видеть, как поезд везут два паровоза: один — впереди состава, другой — сзади. Но думали ли вы о том, что при этом происходит со сцепкой вагонов и с буферами? Передний паровоз увлекает за собой вагоны лишь тогда, когда их сцепка натянута; но при этом буфера не соприкасаются, и задний паровоз не может толкать вагоны. Наоборот, когда задний паровоз толкает состав, буфера напирают друг на друга, сцепка же не натянута, а потому работа переднего паровоза бесполезна.

Выходит, что оба паровоза не могут одновременно двигать поезд: с пользой работает либо один, либо другой паровоз.

Для чего же прицепляют два паровоза?

Скорость поезда

Вы сидите в вагоне железной дороги и желаете узнать, с какой скоростью он мчится.

Можете ли вы определить это по стуку колес?

Два поезда

Два поезда вышли одновременно с двух станций навстречу друг другу. Первый достиг станции назначения спустя час после их встречи, второй — спустя 2 часа 15 минут после встречи.

Во сколько раз скорость одного поезда больше скорости другого?

Задача допускает устное решение.

Как поезд трогается с места?

Вы заметили, вероятно, что перед тем, как двинуть поезд вперед, машинист нередко подает весь состав назад.

Для чего это делается?

Состязание

Две парусные лодки участвуют в состязании; требуется пройти 24 км туда и обратно в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 км в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 км в час, а обратно — со скоростью 24 км в час.

Победила на состязании первая лодка, хотя, казалось бы, вторая должна была в одном направлении отстать от первой ровно на столько же, на сколько она опережала ее на обратном пути, и, следовательно, прийти одновременно с первой.

Почему же она опоздала?

От Энска до Иксограда

Плывя по течению, пароход делает 20 км в час; плывя против течения — всего 15 км в час. Чтобы пройти от пристани города Энска до пристани Иксограда, он употребляет на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как велико расстояние между этими городами?

О Т В Е Т Ы

Перелет

В этой задаче нечего объяснять: самолет совершает перелет в обоих направлениях в одинаковое время, потому что 80 минут = 1 часу 20 минутам.

Задача рассчитана на невнимательного читателя, который может подумать, что между 1 часом 20 минутами и 80 минутами есть разница. Как ни странно, но людей, попадающихся на этот крючок, оказывается немало, притом среди привыкших делать расчеты их больше, чем среди малоопытных вычислителей. Причина кроется в привычке к десятичной системе мер и денежных единиц. Видя обозначение: «1 час 20 минут» и рядом с ним «80 минут», мы невольно оцениваем различие между ними, как разницу между 1 рублем 20 копейками и 80 копейками. На эту психологическую ошибку и рассчитана задача.

Два паровоза

Головоломный вопрос разрешается очень просто. Передний паровоз тянет не весь состав, а только часть его, примерно половину вагонов. Остальные вагоны подталкиваются задним паровозом. У первой части состава сцепка вагонов натянута, у остальной она свободна, и вагоны упираются буфер в буфер.

Скорость поезда

Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне ощущаются все время мерные толчки; никакие рессоры не могут сделать их неощутимыми. Толчки эти происходят оттого, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов (рис. 218) и толчок передается всему вагону.

Эти то неприятные толчки, довольно разрушительно действующие на вагоны и на рельсы, можно использовать для определения скорости поезда. Стоит лишь сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, чтобы узнать, сколько

рельсов пробежал поезд. Остается умножить это число на длину каждого рельса, — и вы получите расстояние, проходимое поездом в минуту.

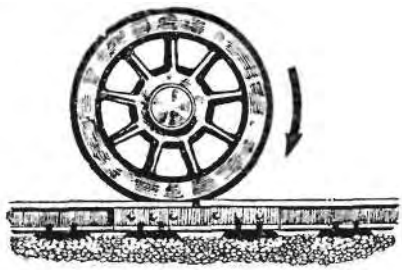


Рис. 218.

Обычная длина рельса — около 15 м [1]. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на 15, затем на 60 и делите на 1000 — получится число километров, пробегаемое поездом в час:

(число толчков)×15×60/1000 = числу километров в час.

Два поезда

Более быстрый поезд прошел до точки встречи путь во столько раз длиннее пути медленного поезда, во сколько раз скорость быстрого поезда превышает скорость медленного. После встречи быстрому поезду оставалось пройти до станции путь, пройденный до встречи медленным поездом, и наоборот. Другими словами, быстрый поезд после встречи прошел путь во столько раз короче, во сколько раз больше его скорость. Если обозначить отношение скоростей через x, то на прохождение части пути от места встречи до станции быстрый поезд употребил в x^2 меньше времени, чем медленный. Отсюда $x^2 = 2^1/_4$, и $x = 1^1/_2$, то есть скорость одного поезда в полтора раза больше скорости другого.

[1] Выйдя на станции из вагона, вы можете, измеряя рельсы шагами, узнать их длину; каждые семь шагов можно принять за 5 м.

Как поезд трогается с места?

Когда поезд, прибыв на станцию, останавливается, сцепка вагонов натянута. Если паровоз станет тянуть состав в таком виде, ему придется сдвигать с места весь состав сразу; при тяжелом составе это ему не под силу. Другое дело, когда паровоз предварительно подал состав назад; сцепка тогда не натянута, и приводится в движение вагон за вагоном последовательно, — это гораздо легче.

Короче говоря, машинист делает то же самое, что и возница тяжело нагруженного воза: он вскакивает на него только на ходу, когда движение уже началось; иначе лошади пришлось бы брать сразу с места чересчур значительный груз.

Состязание

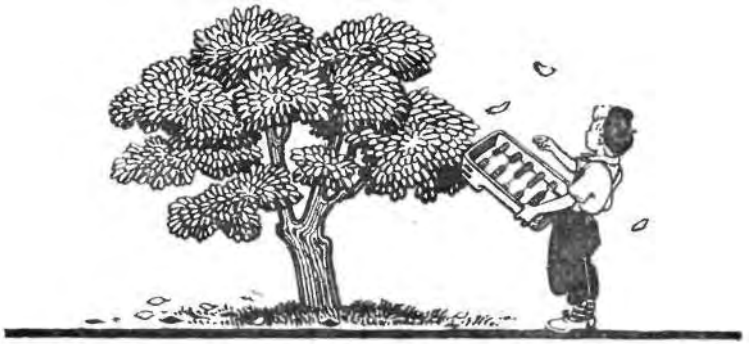
Вторая лодка опоздала потому, что двигалась с 24 километровой скоростью меньшее время, чем с 16 километровой. Действительно, с 24 километровой скоростью она двигалась $^{24}/_{24}$, то есть 1 час, а с 16 километровой — $^{24}/_{16}$, то есть $1^{1}/_{2}$ часа. Поэтому она на пути туда потеряла времени больше, чем выгадала на обратном пути.

От Энска до Иксограда

Плывя по течению, пароход делает 1 км в 3 минуты; плывя против течения — 1 км в 4 минуты. На каждом километре пароход в первом случае выгадывает 1 минуту, а так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 часов, или 300 минут, то, следовательно, от Энска до Иксограда 300 км.

Действительно:

$$300/15 \quad 300/20 = 20 \quad 15 = 5.$$



НЕОЖИДАННЫЕ ПОДСЧЕТЫ

Стакан гороха

Вы не раз видели горошины и часто держали в руках стаканы. Размеры тех и других должны быть вам, конечно, хорошо известны. Представьте себе стакан, доверху полный сухим горохом. Нанижем все горошины на нитку, как бусы.

Если эту нить с горошинами вытянуть, то какой примерно она будет длины?

Вода и вино

В одной бутылке литр вина, в другой — литр воды. Из первой во вторую перелили ложку вина, а затем из второй в первую отлили ложку получившейся смеси.

Чего теперь больше — воды в первой бутылке или вина во второй?

Игральная кость

Вот игральная кость (рис. 219): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6.

Рис. 219.

Петр бьется о заклад, что если бросить кубик четыре раза подряд, то за все четыре раза кубик непременно упадет один раз единичным очком кверху.

Владимир же утверждает, что единичное очко либо совсем не выпадет при четырех метаниях, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше вероятия выиграть?

Французский замок

Хотя французский замок известен давно (он изобретен еще в 1865 году), устройство его знают лишь немногие. Поэтому часто приходится слышать сомнения в том, чтобы могло существовать большое число различных французских замков и ключей к ним. Достаточно, однако, познакомиться с остроумным

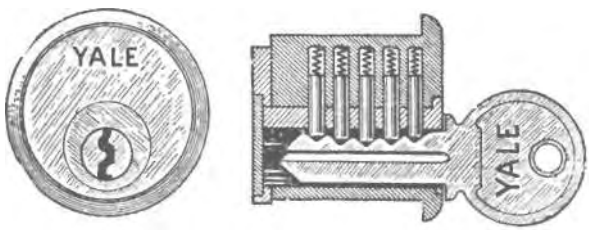


Рис. 220.

механизмом этих замков, чтобы убедиться в возможности разнообразить их в достаточной степени.

Рис. 220 в своей левой части изображает французский замок — так он виден «с лица». Кстати, название «французский» совершенно неправильно, так как родина этих замков Америка, а изобретатель их американец Иэль, — почему на таких замках и ключах имеется надпись «Yale». Вы видите вокруг замочной скважины небольшой кружок: это основание валика, проходящего через весь замок. Задача открывания замка заключается в том, чтобы повернуть этот валик, но здесь то и вся трудность. Дело в том, что валик удерживается в определенном положении пятью короткими стальными стерженьками (рис. 220, справа). Каждый стерженек распилен надвое, и, только если разместить стерженьки так, чтобы все их разрезы приходились на границе валика, можно будет его повернуть.

Это необходимое расположение придается стерженькам при помощи ключа с соответственными выступами на краю.

Достаточно его вставить, чтобы стерженьки заняли то единственное расположение, которое необходимо для открытия замка.

Теперь легко понять, что число различных замков этого типа может быть действительно весьма велико. Оно зависит от того, сколькими способами можно разрезать каждый стержень на две части; число это практически, разумеется, не бесконечно, но все же очень велико.

Предположите, что каждый стерженек можно разрезать на две части только 10 способами, и попробуйте сосчитать, сколько различных французских замков можно при таком условии изготовить.

Сколько портретов?

Нарисуйте портрет на папке и разрежьте его на полосы, как показано на нашем рис. 221, — положим, на девять полос. Если вы немного умеете рисовать, вам нетрудно будет изготовить еще такие же полосы с изображением различных частей лица, однако так, чтобы две соседние полосы, даже принадлежащие к разным портретам, можно было прикладывать одну к

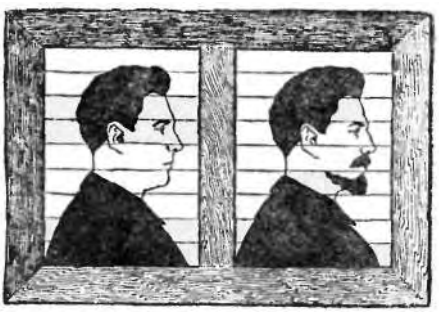


Рис. 221

другой без нарушения непрерывности линий. Если вы для каждой части лица приготовите, например, четыре полосы[1], у вас будет 36 полос, из которых, складывая по девяти, вы сможете составлять разнообразные портреты.

В магазинах, где одно время продавали готовые наборы

[1] Их удобнее всего наклеивать на четыре стороны квадратного бруска.

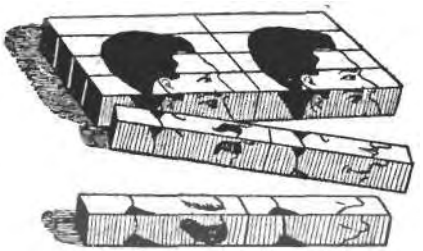


Рис. 222.

таких полос (или брусков) для составления портретов (рис.222), продавцы уверяли покупателей, что из 36 полос можно получить тысячу различных физиономий.

Верно ли это?

На счетах

Вы, без сомнения, умеете считать на конторских счетах и понимаете, что отложить на них 25 рублей — задача очень легкая.

Но задача станет замысловатее, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не семь косточек, как обыкновенно, а 25 косточек.

Попробуйте, в самом деле, показать на конторских счетах сумму в 25 рублей, отложив ровно 25 косточек.

Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

Листья дерева

Если бы сорвать с какого нибудь старого дерева — например, с липы — все листья и положить их рядом, без промежутков, то какой приблизительно длины был бы этот ряд? Можно ли было бы, например, окружить им большой дом?

Миллион шагов

Вы, конечно, очень хорошо знаете, что такое миллион, и столь же хорошо представляете себе длину своего шага. А раз

вы знаете то и другое, то вам нетрудно будет ответить на вопрос: как далеко отошли бы вы, сделав миллион шагов? Больше, чем на 10 километров, или меньше?

Кубический метр

В одной школе учитель задал вопрос: какой высоты получился бы столб, если бы поставить один на другой все миллиметровые кубики, заключающиеся в кубическом метре?

— Это было бы выше Эйфелевой башни (300 метров)! — воскликнул один школьник.

— Даже выше Монблана (5 километров)! — ответил другой.

Кто из них ошибался больше?

Кто больше?

Два человека считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них на тротуаре. Один из считавших стоял у ворот дома, другой прохаживался туда и обратно по тротуару.

Кто насчитал больше прохожих?

О Т В Е Т Ы

Стакан гороха

Решая эту задачу по глазомеру, наверное ошибемся, и очень грубо. Надо сделать хотя бы приблизительный расчет. Поперечник сухой горошины — около $^1/_2$ см. В сантиметровом кубике умещается не менее $2 \times 2 \times 2 = 8$ горошин (при плотном сложении несколько более). В стакане емкостью 250 куб. см число горошин не менее $8 \times 250 = 2000$. Нанизанные на нить, они вытянулись бы на $^1/_2 \times 2000 = 1000$ см, то есть на 10 м.

Вода и вино

При решении этой задачи легко запутаться, если не принять во внимание того, что объем жидкости в бутылках после переливания равен первоначальному — 1 л. Рассуждаем далее так. Пусть после переливания во второй бутылке n куб. см вина и, значит, $(1000 - n)$ куб. см воды. Куда девались недостающие n куб. см воды? Они должны, очевидно, оказаться в первой бутылке. Значит, после переливания в вине столько же воды, сколько в воде вина.

Игральная кость

При четырех бросаниях число всех возможных положений игральной кости равно $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Допустим, что первое метание уже состоялось, причем выпало единичное очко. Тогда при трех следующих бросаниях число всех возможных положений, благоприятных для Петра, то есть выпадений любых очков, кроме единичного, $5 \times 5 \times 5 = 125$. Точно так же возможно по 125 благоприятных для Петра расположений, если единичное очко выпадает только при втором, только при третьем или только при четвертом бросании. Итак, существует $125 + 125 + 125 + 125 = 500$ различных возможностей для того, чтобы единичное очко при четырех бросаниях появилось один, и только один раз. Неблагоприятных же воз

можностей существует 1296 — 500 = 790, так как неблагоприятны все остальные случаи.

Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше, чем у Петра: 796 против 500.

Французский замок

Нетрудно сосчитать, что число различных замков равно 10 × 10 × 10 × 10 × 10 = 100 000.

Каждому из этих 100 000 замков соответствует свой ключ — единственный, которым замок возможно открыть. Существование 100 тысяч различных замков и ключей, конечно, вполне обеспечивает владельца замка, так как у желающего пробраться в помещение с помощью подобранного ключа есть только один шанс из 100 тысяч напасть на подходящий ключ.

Наш подсчет примерный: он сделан в предположении, что каждый стерженек замка может быть разделен надвое только 10 способами. В действительности возможно сделать это, вероятно, большим числом способов, и тогда число различных замков значительно увеличивается. Отсюда ясно преимущество французского замка (если он хорошо изготовлен) перед обыкновенными, среди которых на каждую дюжину приходится один — два одинаковых.

Сколько портретов?

Число портретов значительно больше тысячи. Сосчитать их можно следующим образом. Обозначим девять частей портретов римскими цифрами: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII и IX; для каждой части имеются четыре полоски, которые мы перенумеруем арабскими цифрами 1, 2, 3, 4.

Возьмем полоску I, 1. Можем присоединить к ней полоски II, 1; 11,2; II, 3; II, 4.

Всего, следовательно, здесь возможны четыре сочетания. Но так как часть головы I может быть представлена четырьмя полосками (I,1; I,2; I,3; I,4) и каждая из них может быть соединена с частью II четырьмя различными способами, то две верхние части головы I и II могут быть соединены 4×4 = = 16 различными способами.

К каждому из этих 16 расположений можно присоединить часть III четырьмя способами (III, 1; III, 2; III, 3; III, 4); следовательно, первые три части физиономии могут быть составлены 16 × 4 = 64 различными способами.

Таким же образом узнаем, что части 1, II, III, IV могут быть расположены 64 × 4 = 256 различными способами; ча

сти I, II, III, IV, V— 1024 способами; части I, II, III, IV, V, VI — 4096 способами и т. д. И наконец все девять частей портрета можно соединить $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$, то есть 262 144 способами.

Итак, из девяти наших брусков возможно составить не 1000, а больше четверти миллиона различных портретов!

Задача весьма поучительна: она объясняет нам, почему так редко встречаются две одинаковые человеческие физиономии. Еще в «Поучении» Мономаха выражается изумление по поводу того, что при огромном числе людей на свете каждый имеет свое особое лицо. Но мы сейчас убедились, что если бы человеческое лицо характеризовалось только девятью чертами, допускающими каждая всего четыре видоизменения, то могло бы существовать более 260 000 различных лиц. В действительности же характерных черт человеческого лица больше девяти, и видоизменяться они могут больше чем четырьмя способами. Так, при 20 чертах, варьирующих каждая на 10 ладов, мы имеем различных лиц: $10 \times 10 \times 10 \times 10...$ (20 множителей), то есть 10^{20}, или 100 000 000 000 000 000 000.

Это во много раз больше, чем людей во всем мире.

На счетах

25 рублей можно отложить на счетах 25 косточками следующим образом:

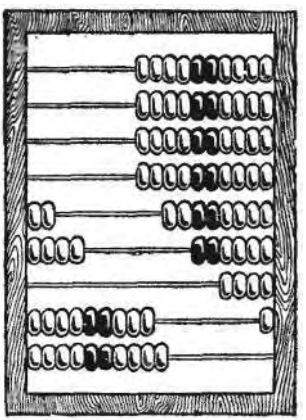


Рис. 223.

В самом деле: здесь отложено 20 рублей + 4 рубля + 90 копеек + 10 копеек = 25 рублей.

Число же косточек: 2 + 4 + 9 + 10 = 25.

Листья дерева

Не только дом, но и иной небольшой город можно было бы окружить расположенными в ряд листьями одного дерева, потому что такой ряд тянулся бы километров на двенадцать! В самом деле: на старом дереве не менее 200—300 тысяч листьев. Если остановиться даже на числе 250 тысяч и считать каждый лист шириной 5 см, то ряд получается длиной 1 250000 см, то есть 12 500 м, или $12^1/_2$ км.

Миллион шагов

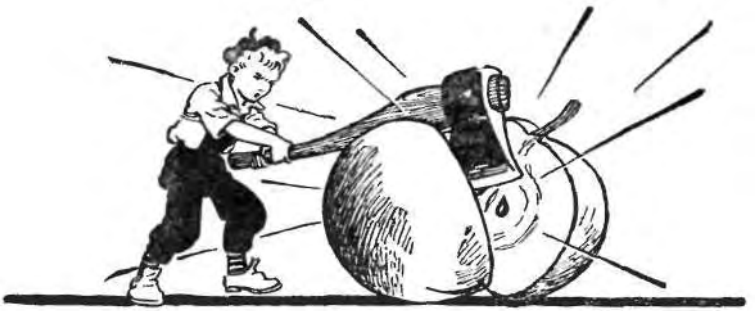
Миллион шагов гораздо больше 10 км, больше даже 100 км. Если длина шага примерно $^3/_4$ м, то 100 000 шагов = 750 км. Так как от Москвы до Ленинграда всего 640 км, то, сделав от Москвы миллион шагов, вы отошли бы дальше, чем на расстояние до Ленинграда.

Кубический метр

Оба ответа далеки от истины, потому что столб получился бы в 100 раз выше самой высокой горы на Земле. Действительно, в кубическом метре 1000 × 1000 × 1000, то есть миллиард кубических миллиметров. Поставленные один на другой, они образовали бы столб высотой 1 000 000 000 мм, или 1 000 000 м, или 1000 км.

Кто больше?

Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, хотя тот, кто стоял у ворот, считал проходивших в обе стороны, но тот, кто ходил, видел зато вдвое больше встречных людей.



ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Учитель и ученик

То, что описано далее, произошло, говорят, в древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор, взялся обучить молодого Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, то есть после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже весь курс обучения. Протагор ожидает платы, но ученик не торопится выступить на суде. Как быть? Учитель, чтобы взыскать с ученика долг, подал на него в суд. Он рассуждал так: если дело будет истцом выиграно, деньги должны быть взысканы на основании судебного решения; если же тяжба будет истцом проиграна и, следовательно, выиграна ответчиком, то деньги опять таки должны быть уплачены Квантлом по уговору — платить после первой же выигранной учеником тяжбы.

Однако ученик считал тяжбу Протагора, напротив, совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно кое что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору — ведь он проиграл свою первую тяжбу; если же дело будет решено в пользу от

ветчика, то и тогда он не обязан платить — на основании судебного решения.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако после долгого размышления он нашел выход и вынес решение, которое, не нарушая условий уговора между учителем и учеником, давало учителю возможность получить свое вознаграждение.

Каков же был приговор судьи?

Наследство

Вот также старинная задача, которую любили задавать друг другу законники древнего Рима.

Вдова обязана оставшееся после мужа наследство в 3500 рублей разделить с ребенком, который должен родиться. Если это будет сын, то мать, по римским законам, получает половину сыновней доли. Если родится дочь, то мать получает двойную долю дочери. Но случилось так, что родились близнецы — сын и дочь.

Как следует разделить наследство, чтобы были выполнены все требования закона?

Переливание

Перед вами кувшин, содержащий 4 л молока. Вам необходимо разделить эти 4 л поровну между двумя товарищами, но у вас имеются из посуды только еще два пустых кувшина: один, вмещающий $2^1/_2$ л, и другой, вмещающий $1^1/_2$ л.

Как же поделить 4 л молока пополам с помощью только этих трех сосудов?

Придется, конечно, несколько раз переливать молоко из сосуда в сосуд.

Но как?

Как разместить?

В весьма затруднительном положении оказался однажды дежурный гостиницы. Прибыло сразу 11 постояльцев, желавших иметь каждый для себя отдельную комнату; свободных же комнат имелось в гостинице только 10. Приезжие были очень настойчивы. И надо было во что бы то ни стало разместить 11 человек в 10 комнатах так, чтобы в каждой было по одному человеку. Это, по видимому, никак невозможно. Дежур

ный ухитрился, однако, найти решение столь головоломной задачи.

Вот что он придумал. В первую комнату он поместил первого гостя и попросил у него разрешения временно — минут на пять — поместить туда же и 11 го гостя. Когда эти двое гостей были так устроены, он поместил:

3 го	гостя		во 2 ю	комнату
4 го	«		в 3 ю	«
5 го	«		« 4 ю	«
6 го	«		« 5 ю	«
7 го	«		« 6 ю	«
8 го	«		« 7 ю	«
9 го	«		« 8 ю	«
10 го	«		« 9 ю	«

Оставалась, как видите, свободной 10 я комната. Туда то и был помещен 11 й гость, временно пребывавший в первой комнате, — к большому удовлетворению всей компании и, вероятно, к немалому удивлению многих читателей этой книги.

В чем же кроется секрет проделки?

Две свечи

Внезапно погас электрический свет в квартире: перегорел предохранитель. Я зажег две свечи, предусмотрительно заготовленные на письменном столе, и занимался при их свете, пока повреждение сети не было исправлено.

На другой день понадобилось установить, сколько времени квартира оставалась без тока. Я не заметил, в котором часу прекратилось освещение и в котором оно возобновилось. Не знал я также первоначальной длины свеч. Я помнил только, что свечи были одинаковой длины, но разной толщины: толстая из тех, которые сгорают целиком в 5 часов, тонкая — в 4 часа. Обе свечи были зажжены мной впервые. Остатков свеч я не нашел: домашние их выбросили.

— Огарки были малы, не стоило хранить, — объяснили мне.

— Не вспомните ли хотя бы, какой они были длины?

— Неодинаковой. Один в четыре раза длиннее другого.

Больше мне ничего не удалось дознаться. Приходилось ограничиться перечисленными сведениями и по ним устанавливать продолжительность горения свеч.

Как бы вы вышли из этого затруднения?

Три разведчика

В не менее затруднительном положении оказались однажды трое пеших разведчиков, которым необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата; даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Между тем все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам.

Как они это сделали?

Стадо коров

Вот один из вариантов старинной, очень любопытной задачи.

Некто роздал своим сыновьям стадо коров. Старшему он дал одну корову и 1/7 всех остальных; второму — две коровы и 1/7 всех остальных; третьему — три коровы и 1/7 всех остальных; четвертому — четыре коровы и 1/7 всех остальных, и т. д. Так разделено было стадо между сыновьями без остатка.

Сколько было сыновей и какова была численность стада?

Квадратный метр

Когда Алеша услышал в первый раз, что квадратный метр содержит миллион квадратных миллиметров, он не хотел этому верить.

— Откуда их так много берется? — удивлялся он. — Вот у меня лист миллиметровой бумаги длиной и шириной ровно в метр. Так неужели же в этом квадрате целый миллион миллиметровых клеточек? Ни за что не поверю!

— А ты сочти, — посоветовали ему.

Алеша так и решил сделать: пересчитать все клеточки. Встал рано утром и принялся за счет, аккуратно отмечая точкой каждый сосчитанный квадратик. На пометку одного квадратика уходила у него секунда, и дело шло быстро.

Работал Алеша, не разгибая спины. А все таки, как вы думаете, убедился он в этот день, что в квадратном метре миллион квадратных миллиметров?

Семь яблок

20 человек желают разделить между собой поровну семь яблок, но так, чтобы ни одного яблока не пришлось разрезать более чем на четыре части.

Исполнимо ли это?

Сотня орехов

Сотню орехов надо разделить между 25 людьми так, чтобы никому не досталось четное число орехов.

Можете ли вы это сделать?

Как поделить?

Два приятеля варили кашу: один всыпал в котелок 200 г крупы, другой — 300 г. Когда каша была готова и приятели собирались ее есть, к ним присоединился прохожий и вместе с ними участвовал в еде. Уходя, он оставил им за это 50 копеек.

Как должны приятели поделить между собой полученные деньги?

Дележ яблок

Нужно разделить девять яблок поровну между 12 пионерами. При этом желают произвести дележ так, чтобы ни одно яблоко не разрезать более чем на четыре части.

Задача кажется на первый взгляд неразрешимой, но кто знаком с дробями, тот разрешит ее, конечно, без большого труда.

Найдя решение, нетрудно будет уже справиться и с другой задачей в том же роде: разделить семь яблок между 12 ребятами так. чтобы ни одно из них не разрезать более чем на четыре части.

Как поделить яблоки?

К Мише пришло пятеро товарищей. И Мишин отец захотел угостить всех шестерых мальчиков яблоками. Но яблок оказалось всего лишь пять штук. Как быть? Обидеть никого не хочется, нужно наделить всех. Придется, конечно, яблоки разрезать. Но разрезать их на очень мелкие кусочки не годится; отец не хотел ни одно яблоко резать больше чем на три части. И получилась задача: поделить пять яблок поровну между шестью ребятами так, чтобы ни одно яблоко не резать больше чем на три части.

Как Мишин отец справился с этой задачей?

Одна лодка на троих

Три любителя водного спорта имеют одну лодку. Они хотят устроиться так, чтобы каждый владелец мог в любое время пользоваться лодкой, но чтобы никто из посторонних не мог ее похитить. Для этого они держат ее на цепи, которая замыкается тремя замками. Каждый имеет только один ключ. И все таки он может отомкнуть замок своим единственным ключом, не дожидаясь прихода товарищей с их ключами.

Как же они устроились, что у них так удачно получается?

Мужья и жены

Некто пригласил к обеду три супружеские четы и пожелал рассадить их, а также и себя с женой за круглым столом так, чтобы мужчины чередовались с женщинами, но ни один муж не сидел рядом со своей женой.

Сколькими способами можно это сделать, если обращать внимание только на порядок размещения, то есть считать одинаковыми все те размещения, когда обедающие сидят хотя и в разных местах стола, но в тождественном порядке?

В ожидании трамвая

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к трамвайной остановке, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

— Чем стоять здесь и ждать, — ответил средний брат, —

лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами — скорее домой приедем.

— Если уж идти, — возразил младший брат, — то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон; мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший — назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

О Т В Е Т Ы

Учитель и ученик

Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право возбудить дело вторично на новом основании, именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта вторая тяжба должна быть решена уже бесспорно в пользу учителя.

Наследство

Вдова должна получить 1000 рублей, сын — 2000 рублей, дочь — 500 рублей. Тогда воля завещателя будет исполнена, потому что вдова получит вдвое меньше сына и вдвое больше дочери.

Переливание

Придется сделать семь переливаний, которые показаны наглядно в следующей табличке:

	4 л	1 1/2 л	2 1/2 л
1-е переливание	1 1/2	—	2 1/2
2-е »	1 1/2	1 1/2	1
3-е »	3	—	1
4-е »	3	1	—
5-е »	1/2	1	2 1/2
6-е »	1/2	1 1/2	2
7-е »	2	—	2

Как разместить?

Секрет в том, что не отведено было комнаты для второго постояльца: после 1 го и 11 го гостя сразу перешли к 3 му, забыв о 2 м. Оттого то и «удалось» столь невозможное размещение.

Две свечи

Для решения этой задачи придется составить простенькое уравнение. Обозначим число часов горения свеч через *x*. Каждый час сгорала 1/5 (по длине) толстой свечи и 1/4 тонкой. Значит, длина огарка толстой свечи выразится (в долях длины целой свечи) через $1 - x/5$, а тонкой через $1 - x/4$. Нам известно, что свечи были одинаковой длины и что учетверенная длина толстого огарка $4(1 - x/5)$ равнялась длине $1 - x/4$ тонкого огарка:

$$4(1 - x/5) = 1 - 1/4$$

Решив это уравнение, узнаем, что $x = 3^3/_4$ часа.
Свечи горели 3 часа 45 минут.

Три разведчика

Пришлось сделать шесть следующих поездок:
1 я поездка. Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчикам (другой остается на том берегу).
2 я поездка. Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в лодку садится первый солдат, который и переправляется на противоположный берег. Лодка возвращается с другим мальчиком.
3 я поездка. Оба мальчика переправляются через реку, и один из них возвращается с лодкой.
4 я поездка. Второй солдат переправляется на противоположный берег. Лодка возвращается с мальчиком.
5 я поездка — повторение третьей.
6 я поездка. Третий солдат переправляется на противоположный берег. Лодка возвращается с мальчиком. И дети продолжают свое прерванное катание по реке.
Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

Стадо коров

Решать задачу арифметически (то есть не прибегая к уравнениям) надо с конца.
Самый младший сын получил столько коров, сколько было всех сыновей; 1/7 остального стада он получить сверх того не мог, так как остатка после него никакого не было.

Далее: предыдущий сын получил коров одной меньше, чем было всех сыновей, и остального стада. Значит, то, что до сталось самому младшему сыну, составляет 6/7 доли этого остального.

Отсюда вытекает, что число коров, полученное самым младшим сыном, должно делиться на шесть без остатка.

Попробуем допустить, что этот младший сын получил шесть коров, и посмотрим, годится ли это предположение. Если самый младший получил шесть коров, то значит, он был шестой сын, и всех сыновей было шесть. Пятый сын получил пять коров, да еще 1/7 от семи, то есть всего шесть коров. Соображаем, что оба последних сына получили 6 + 6 = 12 коров, которые составляют 6/7 оставшегося после наделения четвертого сына. Полный остаток равен 12:6/7 = 14 коровам; следовательно, четвертый сын получил 4 + 14/7 = 6.

Вычислим остаток стада после наделения третьего сына: 6 + 6 + 6, то есть 18, есть 6/7 этого остатка; поэтому полный остаток 18 : 6/7 = 21. Третьему сыну досталось 3 + 21/7 = 6.

Точно таким же образом узнаем, что второй и первый сыновья получили тоже по шести коров.

Допущение наше оказалось правдоподобным: всех сыновей было шесть, а коров в стаде 36.

Нет ли еще других решений? Допустим, что сыновей было не шесть, а 12; окажется, что такое допущение не годится. Непригодно и число 18. Дальше не для чего и испытывать: 24 и больше сыновей быть не могло.

Квадратный метр

В тот же день Алеша убедиться в этом никак не мог. Даже если бы он считал круглые сутки непрерывно, то и тогда насчитал бы в одни сутки только 86 400 клеточек. Ведь в 24 часах всего 86400 секунд. Ему надо было бы считать без перерывов почти 12 дней, а по 8 часов в сутки — целый месяц, чтобы досчитать до миллиона.

Семь яблок

Сделать это вполне возможно. Каждый должен, конечно, получить 7/21 яблока. Но

$$\frac{7}{12}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}.$$

Значит, требование будет удовлетворено, если каждому дать по 1/4 яблока и еще по 1/3. Для этого надо из семи яблок четыре разделить на три части каждое, а остальные три яблока разделить каждое на четыре части. Получим 12 третьих долей и 12 четвертей. Каждому придется по одной трети и по одной четверти, то есть по 7/12 яблока,

Сотня орехов

Многие принимаются сразу за поиски и испытание всевозможных комбинаций, но старания их ни к чему не приводят. Между тем достаточно немного подумать, чтобы понять бесполезность всяких поисков: задача неразрешима.

Если бы число 100 можно было разбить на 25 нечетных слагаемых, то вышло бы, что нечетное число нечетных чисел дает в сумме 100 — число четное; это, конечно, невозможно.

В самом деле: у нас 12 пар нечетных чисел и еще одно нечетное число; каждая пара нечетных чисел дает в сумме число четное — от сложения 12 четных чисел должно составиться число четное; прибавив же к нему одно нечетное число, мы получим результат нечетный; число 100 никак не может составиться из таких слагаемых,

Как поделить

Большинство решающих эту задачу отвечает, что всыпавший 200 г должен получить 20 копеек, а всыпавший 300 г — 30 копеек. Такой дележ совершенно необоснован.

Надо рассуждать так: 50 копеек были уплачены за долю одного едока. Так как едоков было три, то стоимость всей каши (500 г) равна 1 рублю 50 копейкам. Тот, кто всыпал

200 г, внес в денежной оценке 60 копеек (потому что сотня граммов стоит 150:5 = 30 копеек). На 50 копеек он съел, значит, ему нужно додать 60—50 = 10 копеек.

Внесший 300 г (то есть деньгами 90 копеек) должен дополучить 90—50 = 40 копеек.

Итак, из 50 копеек одному следует 10 копеек, а другому 40 копеек.

Дележ яблок

Разделить девять яблок поровну между 12 пионерами, не разрезая ни одного яблока более чем на четыре части, вполне возможно.

Надо поступать так. Шесть яблок разделить пополам каждое — получим 12 половинок. Остальные три яблока разделить каждое на четыре равные части — получим 12 четвертей. Теперь дать каждому из 12 пионеров по одной половине яблока и по одной четверти: 1/2 + 1/4 = 3/4.

Каждый пионер получит по 3/4 яблока, что и требовалось, потому что 9:12 = 3/4.

Сходным образом можно разделить между 12 пионерами семь яблок так, чтобы все получили поровну и чтобы ни одно яблоко не было разрезано более чем на четыре части. В этом случае каждый должен получить 7/12 яблока. Но мы знаем, что 7/12 = 3/12 + 4/12 = 1/4+ 1/3.

Поэтому мы делим три яблока на четыре части каждое, а остальные четыре яблока на три части каждое. Получаем 12 четвертей и 12 третей. Следовательно, каждому можно дать по одной четверти и одной трети, иначе говоря 7/12.

Как поделить яблоки?

Яблоки были разделены таким образом. Три яблока разрезаны были каждое пополам; получилось шесть половинок, которые и роздали ребятам. Остальных два яблока разрезали каждое на три равные доли; получилось шесть третьих долей, которые тоже роздали ребятам. Каждому мальчику было дано, значит, по одной половине и по одной третьей доли яблока, то есть все ребята получили поровну.

Как видите, ни одно яблоко не было разрезано больше чем на три равные части.

Одна лодка на троих

Замки должны быть продеты один сквозь другой, как показано на рис. 224. Легко видеть, что эту цепь из трех замков каждый владелец может разнять и вновь замкнуть своим ключом.

Рис. 224.

Мужья и жены

Посадим за стол мужчин и рядом с каждым — его жену; таких расположений мы можем иметь, очевидно, шесть (а не 24, так как мы обращаем внимание только на порядок расположения). Теперь, оставив в каждом расположении мужчин на своих местах, пересадим первую жену на место второй, вторую — на место третьей и т. д. до четвертой, которую посадим на место первой. Это будет расположение, которое отвечает требованию задачи (мужья не сидят рядом со своими женами). Таких расположений окажется шесть. В каждом из них можно пересадить всех женщин далее на одно место — получим еще шесть пригодных расположений. Но больше пересаживать женщин уже нельзя, так как жены окажутся тогда снова рядом со своими мужьями, только с другой стороны.

Итак, всех возможных расположений 6 + 6, то есть 12. Мы можем показать их наглядно, обозначив мужчин римскими цифрами (от I до IV), а женщин — арабскими (также от 1 до 4).

Вот первые шесть расположений:

I 4	II 1	III 2	IV 3
I 3	II 4	III 1	IV 2
I 2	III 1	IV 3	II 4
I 4	III 2	IV 1	II 3
I 3	IV 1	II 4	III 2
I 2	IV 3	II 1	III 4

Остальные шесть те же, но мужчины и женщины сидят в о б р а т н о м порядке.

В ожидании трамвая

Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон догнал шедшего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне, и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако благоразумнее всего поступил старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

ЗАДАЧИ ИЗ ПУТЕШЕСТВИЙ ГУЛЛИВЕРА

Самые удивительные страницы в «Путешествиях Гулливера в некоторые отдаленные страны» без сомнения те, где описаны его необычные приключения в стране крошечных лилипутов и в стране великанов «бробдиньягов». В стране лилипутов размеры — высота, ширина, толщина — всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов, наоборот, в 12 раз больше. Почему автор «Путешествий» избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму в английской системе мер (автор «Путешествий» — англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше — как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако отличие природы и обстановки жизни в этих фантастических странах от тех, к каким мы привыкли, оказалось поразительным. Зачастую различие это настолько изумляет своей неожиданностью, что дает материал для замысловатой задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

Животные страны лилипутов

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу», — рассказывает Гулливер о стране лилипутов.

Не кажется ли вам, что 500 лошадей чересчур много для этой цели, даже принимая во внимание относительные размеры Гулливера и лилипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лилипутов Гулливер рассказывает не менее удивительную вещь, что, уезжая, он попросту «посадил их в свой карман»!

Возможно ли это?

Жесткая постель

О том, как лилипуты приготовили ложе своему гостю великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лилипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где портные принялись за работу. Из полутораста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой, но даже и на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу».

Почему же Гулливеру было на этой постели так жестко?

И правилен ли весь приведенный здесь расчет?

Лодка Гулливера

Гулливер покинул страну лилипутов на лодке, которую случайно прибило к берегам. Лодка эта казалась лилипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим размеры самых крупных судов их флота.

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лилипутских тонн водоизмещения[1] имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 300 кг!

Бочка и ведро лилипутов

«Наевшись, — рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лилипутов, — я показал знаками, что мне хочется пить. Лилипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина самого большого размера,

[1] Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, какое он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна равна 1000 кг.

Рис. 225.

подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку, я осушил ее залпом, как и первую, и просил еще, но больше у них не было».

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лилипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Такие крошечные бочки и ведра могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз?

Паек и обед Гулливера

Лилипуты, читаем мы в «Путешествиях», установили для Гулливера следующую норму отпуска пищевых продуктов:

«Ему будет ежедневно выдаваться паек съестных припасов

Рис. 226.

и напитков, достаточный для прокормления 1728 подданных страны лилипутов».

«Триста поваров, — рассказывает Гулливер в другом месте, — готовили для меня кушанья. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки двадцать человек прислуги и ставил их на стол, а человек сто прислуживало с пола: одни подавали кушанья, остальные приносили бочонки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревки и блоков».

Из какого расчета назначили лилипуты такой огромный паек? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для прокормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом, нежели лилипуты. Соразмерны ли подобный паек и аппетит с относительной величиной Гулливера и лилипутов?

Триста портных

«Ко мне было прикомандировано 300 портных лилипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам».

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм для человека, ростом всего в дюжину раз больше лилипутского?

Рис. 227.

Исполинские яблоки и орехи

«Один раз, — читаем мы в «Путешествиях Гулливера к бробдиньягам (великанам)», — с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив момент, когда я, прохаживаясь, очутился под одним из деревьев, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, величиной с хороший бочонок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сшибло с ног»...

В другой раз «какой то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал, — а брошен был орех с такой силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был немногим меньше нашей небольшой тыквы».

Сколько примерно могли, по вашему мнению, весить яблоко и орех великанов?

Кольцо великанов

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, говорит он, «золотое кольцо, которое королева сама мне подарила, милостиво сняв его с своего мизинца и накинув мне через голову на шею, как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца, хотя бы и великанши, годилось Гулливеру как ожерелье? И сколько примерно должно было такое кольцо весить?

Книги великанов

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает такие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения, но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов в вышину, а длина каждой ступеньки достигала 50 футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в десяти от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начинал читать с верхней строки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк. По мере того как чтение подвигалось вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т. д. Дочитав до конца страницы, я снова

поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было нетрудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты имеют не более 18—20 футов в длину».

Соразмерно ли все это?

Воротнички великанов

В заключение остановимся на задаче этого рода, не заимствованной непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

Вам, быть может, не было известно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 38 см, то вам подойдет воротник только номер 38; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше — просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 см.

Если бы Гулливер пожелал в Лондоне заказать партию воротничков для обитателей страны великанов, то какой номер он должен был заказать?

О Т В Е Т Ы

Животные страны лилипутов

В ответе «Паек и обед Гулливера» (стр. 275) подсчитано, что Гулливер по объему тела был больше лилипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лилипутам было так же трудно, как перевезти 1728 взрослых лилипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь такое множество лилипутских лошадей

Животные страны лилипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче, чем наши.

Наша корова имеет в высоту метра полтора и весит, скажем, 400 кг. Корова лилипутов была ростом 12 см и весила 400/1728 кг, то есть меньше 1/4 кг.

Рис. 228

Понятно, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки, — вполне правдоподобно рассказывает Гулливер,— были не выше 4—5 дюймов, овцы — около $1^1/_2$ дюйма, гуси — величиной с нашего воробья, и т. д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти невидимы для моих глаз. Я видел, как повар ощипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

Жесткая постель

Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лилипутов в 12 раз короче и, конечно, в 12 раз уже тюфяка обычных размеров, то поверхность его была в 12 × 12 раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом 150) лилипутских тюфяка. Но такой тюфяк был очень тонок — в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, что даже четыре слоя подобных тюфяков не представляли достаточно мягкого ложа: получился тюфяк, втрое тоньше нашего обыкновенного.

Лодка Гулливера

Известно из сочинения, что лодка Гулливера могла поднять 300 кг, то есть ее водоизмещение около 1/3 т. Тонна — вес 1 куб. м воды; значит, лодка вытесняла 1/3 куб. м. Но все линейные меры лилипутов в 12 раз меньше наших, кубические же — в 1728 раз меньше. Легко сообразить, что 1/3 нашего кубического метра заключала около 575 куб. м страны лилипутов и что лодка Гулливера имела водоизмещение в 575 т или около того, так как исходное число 300 кг взято нами произвольно.

В наши дни, когда суда в десятки тысяч тонн бороздят океаны, корабль таких размеров никого не удивит: но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века), суда в 500—600 т были еще редкостью.

Бочка и ведро лилипутов

Бочки и ведра лилипутов, если имели такую же форму, как паши, должны быть меньше наших в 12 раз не только по высоте, но и по ширине и длине, а следовательно, по объему меньше в 12 × 12 × 12 = 1728 раз. Значит, считая в нашем ведре 60 стаканов, мы легко можем рассчитать, что ведро лилипутов вмещало всего только 60/1728, или, круглым числом, 1/30 стакана. Это немногим больше чайной ложки и действительно не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лилипутов равна чайной ложке, то вместимость винной бочки, если она была 10 ведерная, не превышала полстакана. Что же удивительного, что Гулливер не мог утолить жажды даже двумя такими бочками?

Паек и обед Гулливера

Расчет сделан совершенно верно. Не надо забывать, что лилипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное подобие обыкновенных людей, с нормальной пропорцией частей тела. Следовательно, они были не только в 12 раз ниже ростом, но и в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в 12×12×12, то есть в 1728 раз. И, конечно, для поддержания жизни такого тела надо соответственно больше пищи. Вот почему лилипуты и рассчитали, что Гулливеру нужен паек, достаточный для прокормления 1728 лилипутов.

Теперь понятно, для чего понадобилось и так много поваров. Чтобы приготовить 1728 обедов, нужно не менее 300 поваров, считая, что один повар лилипут может сварить полдюжины лилипутских обедов. Соответственно большее число людей необходимо было и для того, чтобы поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был, как легко рассчитать, высотой с трехэтажный дом лилипута.

Триста портных

Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лилипутов, а в 12×12, то есть в 144 раза. Это станет понятно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лилипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в квадратном футе 144 квадратных дюйма. Раз так, то на костюм Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюм лилипута, и, значит, соответственно больше рабочего времени. Если один портной может сшить костюм в два дня, то, чтобы сшить в один день 144 костюма (или один костюм Гулливера), могло понадобиться именно около 300 портных

Исполинские яблоки и орехи

Легко подсчитать, что яблоко, которое весит у нас около 100 г, должно было в стране великанов весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, то есть 173 кг[1]. Такое ябло

[1] Антоновка весом в полкило (яблоки такого веса существуют) должна была бы в стране великанов весить 864 кг!

Рис. 229.

ко, упав с дерева и ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых. Гулливер отделался чересчур легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным подобным грузом.

Орех страны великанов должен был весить 3—4 кг, если принять, что наш орех весит около 2 г; в поперечнике такой исполинский орех мог иметь сантиметров десять. 3 килограммовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, конечно, неминуемо должен был размозжить голову человеку нормальных размеров. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, что обыкновенный град в стране великанов мгновенно повалил его на землю и что градины его «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет», то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше килограмма.

Кольцо великанов

Поперечник мизинца человека нормальных размеров около $1^1/_2$ см. Умножив на 12, имеем для поперечника кольца великанши $1^1/_2 \times 12 = 18$ см; кольцо с таким просветом имеет окружность $18 \times 3^1/_7 =$ около 56 см.

Это достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность головы в самом широком месте).

Что касается веса такого кольца, то если обыкновенное колечко весит, скажем, 5 г, такого же фасона кольцо страны великанов должно было весить $8^1/_2$ кг!

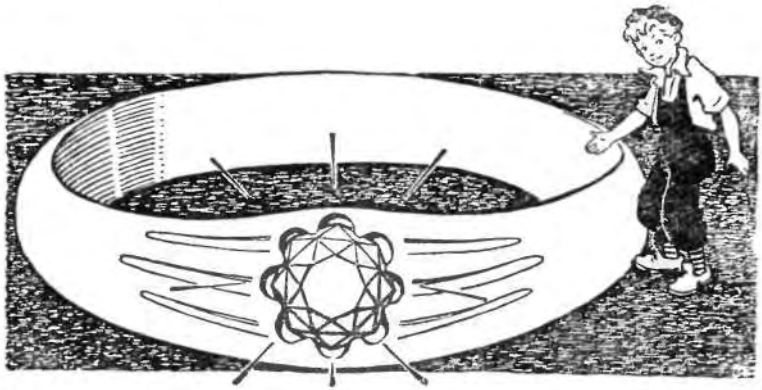


Рис. 230.

Книги великанов

Если исходить из размеров современной книги обычного формата (сантиметров 25 длиной и 12 шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувеличенным. Чтобы читать книгу менее 3 м вышины и $1^1/_2$ м ширины, можно обойтись без лестницы, и нет надобности ходить вправо и влево на 8—10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, обычный формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. Фолиант, например, «Арифметики» Магницкого, вышедший при Петре I, имел размеры около 30 см в высоту и 20 см в ширину. Увеличивая в 12 раз, получаем для книг великанов более внушительные размеры: 360 см (почти 4 м) в высоту и 240 см в ширину (2,4 м). Читать 4 метровую книгу без лестницы нельзя. А ведь это еще не настоящий фолиант, имеющий размер большого газетного

Рис. 231.

Однако и подобный скромный фолиант должен был бы у великанов весить в 1728 раз больше, нежели наш, то есть около 3 т. Считая, что в нем 500 листов, получаем для каждого листа книги великанов вес около 6 кг — груз для пальцев руки, пожалуй, обременительный.

Воротнички великанов

Окружность шеи великанов была больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз был больше ее поперечник, то есть в 12 раз. И если нормальному человеку нужен воротник номер 40, то для великана понадобился бы номер $40 \times 12 = 480$.

Мы видим, что у Свифта все, казалось бы, столь причудливые образы его фантазии тщательно рассчитаны. Пушкин в ответ на некоторые упреки критиков «Евгения Онегина» заметил, что в его романе «время расчислено по календарю». С таким же правом мог бы Свифт сказать о «Гулливере», что все его образцы добросовестно рассчитаны по правилам геометрии[1].

[1] Но не по правилам механики — в этом отношении можно сделать Свифту существенные упреки (см. мою «Занимательную механику»).

РАССКАЗЫ О ЧИСЛАХ ВЕЛИКАНАХ

Награда

Вот что, по преданию, произошло много веков назад в древнем Риме[1].

I

Полководец Теренций, по приказу императора, совершил победоносный поход и с трофеями вернулся в Рим. Прибыв в столицу, он просил допустить его к императору.

Император ласково принял полководца, сердечно благодарил его за военные услуги империи и обещал в награду дать высокое положение в сенате.

Но Теренцию нужно было не это. Он возразил:

— Много побед одержал я, чтобы возвысить твое могущество, государь, и окружить имя твое славой. Я не страшился смерти, и будь у меня не одна, а много жизней, я все их принес бы тебе в жертву. Но я устал воевать;прошла молодость, кровь медленнее бежит в моих жилах. Наступила пора отдохнуть в доме моих предков и насладиться радостями домашней жизни.

— Чего желал бы ты от меня, Теренций? — спросил император.

[1] Рассказ в вольной передаче заимствован из старинной латинской рукописи, принадлежащей одному из частных книгохранилищ Англии.

— Выслушай со снисхождением, государь! За долгие годы военной жизни, изо дня в день обагряя меч свой кровью, я не успел устроить себе денежного благополучия. Я беден, государь...

— Продолжай, храбрый Теренций.

— Если хочешь даровать награду скромному слуге твоему,— продолжал ободренный полководец, — то пусть щедрость твоя поможет мне дожить мирно в достатке годы подле домашнего очага. Я не ищу почестей и высокого положения во всемогущем сенате. Я желал бы удалиться от власти и от жизни общественной, чтобы отдохнуть на покое. Государь, дай мне денег для обеспечения остатка моей жизни.

Император — гласит предание — не отличался широкой щедростью. Он любил копить деньги для себя и скупо тратил их на других. Просьба полководца заставила его задуматься.

— Какую же сумму, Теренций, считал бы ты для себя достаточной?— спросил он.

— Миллион динариев, государь.

Снова задумался император. Полководец ждал, опустив голову.

Наконец император заговорил:

— Доблестный Теренций, ты великий воин, и славные подвиги твои заслужили щедрой награды! Я дам тебе богатство. Завтра в полдень ты услышишь здесь мое решение.

Теренций поклонился и вышел.

II

На следующий день в назначенный час полководец явился во дворец императора.

— Привет тебе, храбрый Теренций!— сказал император.

Теренций смиренно наклонил голову.

— Я пришел, государь, чтобы выслушать твое решение. Ты милостиво обещал вознаградить меня.

Император ответил:

— Не хочу, чтобы такой благородный воитель, как ты, получил за свои подвиги жалкую награду. Выслушай же меня. В моем казначействе лежит 5 миллионов медных брассов[1]. Теперь внимай моим словам. Ты войдешь в казначейство, возьмешь одну монету в руки, вернешься сюда и положишь ее к моим ногам. На другой день вновь пойдешь в казначейство,

[1] Брасс — мелкая монета, пятая часть динария.

возьмешь монету, равную 2 брассам, и положишь здесь рядом с первой. В третий день принесешь монету, стоящую 4 брасса; в четвертый — стоящую 8 брассов, в пятый — 16, и так далее, все удваивая стоимость монеты. Я прикажу ежедневно изготовлять для тебя монеты надлежащей ценности. И, пока хватит у тебя сил поднимать монеты, будешь ты выносить их из моего казначейства. Никто не вправе помогать тебе; ты должен пользоваться только собственными силами. И, когда заметишь, что не можешь уже больше поднять монету, остановись: уговор наш кончится, но все монеты, которые удалось тебе вынести, останутся твоими и послужат тебе наградой.

Жадно впивал Теренций каждое слово императора. Ему чудилось огромное множество монет, одна больше другой, которые вынесет он из государственного казначейства.

— Я доволен твоей милостью, государь! — ответил он с радостной улыбкой. — Поистине щедра награда твоя!

III

Начались ежедневные посещения Теренцием государственного казначейства. Оно помещалось невдалеке от приемной залы императора. И первые переходы с монетами не стоили Терентию никаких усилий.

В первый день вынес он из казначейства всего 1 брасс. Это небольшая монета. 21 мм в поперечнике и 5 г весом [1].

Легки были также второй, третий, четвертый, пятый и шестой переходы, когда полководец выносил монеты двойного, тройного, 8 кратного, 16 кратного и 32 кратного веса.

Седьмая монета весила на наши современные меры 320 г и имела в поперечнике $8^1/_2$ см (точнее — 84 мм) [2].

На восьмой день Теренцию пришлось вынести из казначейства монету, соответствовавшую 128 единичным монетам. Она весила 640 г и была шириной около $10^1/_2$ см.

На девятый день Теренций принес в императорскую залу монету в 256 единичных монет. Она имела 13 см в ширину и весила более $1^1/_4$ кг.

На 12 й день монета достигла почти 27 см в поперечнике и весила $10^1/_4$ кг.

Император, до сих пор смотревший на полководца приветливо, теперь не скрывал своего торжества. Он видел, что сде

[1] Вес пятикопеечной монеты современной чеканки.

[2] Если монета по объему в 64 раза больше обычной, то она шире и толще всего в четыре раза, потому что 4 × 4 × 4 = 64. Это надо иметь в виду и в дальнейшем при расчете размеров монет, о которых говорится в рассказе.

лано уже 12 переходов, а вынесено из казначейства всего только 2000 с небольшим медных монеток.

13 й день доставил храброму Теренцию монету, равную 4096 единичным монетам. Она имела около 34 см в ширину, а вес ее равнялся $20^{1}/_{2}$ кг.

На 14 й день Теренций вынес из казначейства тяжелую монету — в 41 кг весом и около 42 см шириной.

— Не устал ли ты, мой храбрый Теренций? — спросил его император, сдерживая улыбку.

— Нет, государь мой, — хмуро ответил полководец, стирая пот со лба.

Наступил 15 й день. Тяжела была на этот раз ноша Теренция. Медленно брел он к императору, неся огромную монету, составленную из 16 384 единичных монет. Она достигала 53 см в ширину и весила 80 кг — вес рослого воина.

На 16 й день полководец шатался под ношей, лежавшей на его спине. Это была монета, равная 32 768 единичным монетам и весившая 164 кг; поперечник ее достигал 67 см.

Полководец был обессилен и тяжело дышал. Император улыбался...

Когда Теренций явился в приемную залу императора на следующий день, он был встречен громким смехом. Он не мог уже нести свою ношу в руках, а катил ее впереди себя. Монета имела в поперечнике 84 см и весила 328 кг. Она соответствовала весу 65536 единичных монет.

18 й день был последним днем обогащения Теренция. В этот день кончились его посещения казначейства и странствования с ношей в залу императора. Ему пришлось доставить на этот раз монету, соответствовавшую 131072 единичным монетам. Она имела более метра в поперечнике и весила 655 кг.

Пользуясь своим копьем как рычагом, Теренций с величайшим напряжением сил едва вкатил ее в залу. С грохотом упала исполинская монета к ногам императора.

Теренций был совершенно измучен.

— Не могу больше... Довольно, — прошептал он.

Император с трудом подавил смех удовольствия, видя полный успех своей хитрости. Он приказал казначею исчислить, сколько всего брассов вынес Теренций в приемную залу.

Казначей исполнил поручение и сказал:

— Государь, благодаря твоей щедрости, победоносный воитель Теренций получил в награду 262 143 брасса.

Итак, скупой император дал полководцу около 20 й части той суммы в миллион динариев, которую просил у него Теренций.

**

*

Проверим расчет казначея, а заодно и вес монет. Теренций вынес:

в 1 й	день	1	брасс	весом	5 г
на 2 й	«	2	брасса	«	10 «
« 3 й	«	4	«	«	20 «
« 4 й	«	8	брассов	«	40 «
« 5 й	«	16	«	«	80 «
« 6 й	«	32	брасса	«	160 «
« 7 й	«	64	«	«	320 «
« 8 й	«	128	брассов	«	640 «
« 9 й	«	256	«	«	1 кг 280 «
с 10 й	«	512	«	«	2 « 560 «
« 11 й	«	1 024	брасса	«	5 « 120 «
« 12 й	«	2 048	брассов	«	10 « 240 «
« 13 й	«	4 096	«	«	20 « 480 «
« 14 й	«	8 192	брасса	«	40 « 960 «
« 15 й	«	16 384	«	«	81 « 920 «
« 16 й	«	32 768	брассов	«	163 « 840 «
« 17 й	«	65 536	«	«	327 « 680 «
« 18 й	«	131 072	брасса	«	655 « 360 «

Объясню вам, как можно просто подсчитать сумму чисел таких рядов: для второго столбца она равна 262 143, — согласно существующему правилу[1]. Теренций просил у императора миллион динариев, то есть 5 миллионов брассов. Значит, он получил меньше просимой суммы в

5 000 000:262 143= 19 раз.

Легенда о шахматной доске

Шахматы — одна из самых древних игр. Она существует уже многие века, и неудивительно, что с нею связаны предания, правдивость которых за давностью времени невозможно проверить. Одну из подобных легенд я и хочу рассказать. Чтобы понять ее, не нужно вовсе уметь играть в шахматы — достаточно знать, что игра происходит на доске, разграфленной на 64 клетки (попеременно черные и белые).

[1] Каждое число этого ряда равно всем предыдущим, вместе взятым, плюс одна единица. Поэтому, когда нужно сложить все числа такого ряда, например от 1 до 32 768, то мы прибавляем лишь к последнему числу (32 768) сумму всех предыдущих, иначе сказать — прибавляем то же число без единицы (32 768 — 1). Получаем 65 535.

I

Шахматная игра была придумана в Индии, и, когда индийский царь Шерам познакомился с нею, он был восхищен ее остроумием и разнообразием возможных в ней положений. Узнав, что игра изобретена одним из его подданных, царь приказал его позвать, чтобы лично наградить за удачную выдумку.

Изобретатель — его звали Сета — явился к трону повелителя. Это был скромно одетый ученый, получавший средства к жизни от своих учеников.

— Я желаю достойно вознаградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал, — сказал царь.

Мудрец поклонился.

— Я достаточно богат, чтобы исполнить самое смелое твое пожелание, — продолжал царь. — Назови награду, которая тебя удовлетворит, и ты получишь ее.

Сета молчал.

— Не робей, — ободрил его царь. — Выскажи свое желание. Я не пожалею ничего, чтобы исполнить его!

— Велика доброта твоя, повелитель. Но дай срок обдумать ответ. Завтра, по зрелом размышлении, я сообщу тебе мою просьбу.

Когда на другой день Сета снова явился к ступеням трона, он удивил царя беспримерной скромностью своей просьбы.

— Повелитель, — сказал Сета, — прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно.

— Простое пшеничное зерно? — изумился царь.

— Да, повелитель. За вторую клетку прикажи выдать два зерна, за третью — четыре, за четвертую — 8, за пятую — 16, за шестую — 32...

— Довольно! — с раздражением прервал его царь. — Ты получишь свои зерна за все 64 клетки доски, согласно твоему желанию: за каждую вдвое больше против предыдущей. Но знай, что просьба твоя недостойна моей щедрости. Прося такую ничтожную награду, ты непочтительно пренебрегаешь моей милостью. Поистине, как учитель, ты мог бы показать лучший пример уважения к доброте своего государя. Ступай! Слуги мои вынесут тебе мешок с пшеницей.

Сета улыбнулся, покинул залу и стал дожидаться у ворот дворца.

II

За обедом царь вспомнил об изобретателе шахмат и послал узнать, унес ли уже безрассудный Сета свою жалкую награду.

— Повелитель, — был ответ, — приказание твое исполняется. Придворные математики исчисляют число следуемых зерен.

Царь нахмурился — он не привык, чтобы повеления его исполнялись так медлительно.

Вечером, отходя ко сну, царь Шерам еще раз осведомился, давно ли Сета со своим мешком пшеницы покинул ограду дворца.

— Повелитель, — ответили ему, — математики твои трудятся без устали и надеются еще до рассвета закончить подсчет.

— Почему медлят с этим делом?! — гневно воскликнул царь. — Завтра, прежде чем я проснусь, всё до последнего зерна должно быть выдано Сете. Я дважды не приказываю!

Утром царю доложили, что старшина придворных математиков просит выслушать важное донесение.

Царь приказал ввести его.

— Прежде чем скажешь о твоем деле, — объявил Шерам, — я желаю услышать, выдана ли наконец Сете та ничтожная награда, которую он себе назначил.

— Ради этого я и осмелился явиться перед тобой в столь ранний час, — ответил старик. — Мы добросовестно исчислили все количество зерен, которое желает получить Сета. Число это так велико...

— Как бы велико оно ни было, — надменно перебил царь, — житницы мои не оскудеют! Награда обещана и должна быть выдана...

— Не в твоей власти, повелитель, исполнять подобные желания. Во всех амбарах твоих нет такого числа зерен, какое потребовал Сета. Нет его и в житницах целого царства. Не найдется такого числа зерен и на всем пространстве Земли. И если желаешь непременно выдать обещанную награду, то прикажи превратить земные царства в пахотные поля, прикажи осушить моря и океаны, прикажи растопить льды и снега, покрывающие далекие северные пустыни. Пусть все пространство их сплошь будет засеяно пшеницей. И все то, что родится на этих полях, прикажи отдать Сете. Тогда он получит свою награду.

С изумлением внимал царь словам старца.

— Назови же мне это чудовищное число, — сказал он в раздумье.

— Восемнадцать квинтильонов четыреста сорок шесть квадрильонов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три биллиона семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать, о повелитель!

III

Такова легенда. Действительно ли было то, что здесь рассказано, неизвестно, но что награда, о которой говорит предание, должна была выразиться именно таким числом, в этом вы сами можете убедиться терпеливым подсчетом. Начав с единицы, нужно сложить числа: 1, 2, 4, 8 и т. д. Результат 63 го удвоения покажет, сколько причиталось изобретателю за 64 ю клетку доски.

Поступая, как объяснено на стр. 283, мы без труда найдем всю сумму следуемых зерен, если удвоим последнее число и отнимем единицу. Значит, подсчет сводится лишь к перемножению 64 двоек: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ и т. д. 64 раза.

Для облегчения выкладок разделим эти 64 множителя на шесть групп по 10 двоек в каждой и одну последнюю группу из четырех двоек. Произведение 10 двоек, как легко убедиться, равно 1024, а четырех двоек — 16. Значит, искомый результат равен $1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 16$.

Перемножив 1024 X 1024, получим 1 048 576.

Теперь остается найти $1\,048\,576 \times 1\,048\,576 \times 1\,048\,576 \times 16$, отнять от результата единицу — и нам станет известно искомое число зерен: 18 446 744 073 709 551 615.

Если желаете представить себе всю огромность этого числового великана, прикиньте, какой величины амбар потребовался бы для вмещения подобного количества зерен. Известно, что кубический метр пшеницы вмещает около 15 миллионов зерен. Значит, награда шахматного изобретателя должна была бы занять объем примерно в 12 000 000 000 000 куб. м, или 12000 куб. км. При высоте амбара 4 м и ширине 10 м длина его должна была бы простираться на 300 000 000 км, то есть вдвое дальше, чем от Земли до Солнца!

Индийский царь не в состоянии был выдать подобной награды. Но он легко мог бы, будь он силен в математике, освободиться от столь обременительного долга. Для этого нужно было лишь предложить Сете самому отсчитать себе зерно за зерном всю причитавшуюся ему пшеницу.

В самом деле, если бы Сета, принявшись за счет, вел его непрерывно день и ночь, отсчитывая по зерну в секунду, он в первые сутки отсчитал бы всего 86400 зерен. Чтобы отсчитать миллион зерен, понадобилось бы не менее 10 суток неустанного счета. 1 куб. м пшеницы он отсчитал бы примерно в полгода: это дало бы ему всего 5 четвертей[1]. Считая непрерывно в

[1] Четверть — старинная русская мера для измерения сыпучих тел. Четверть пшеницы соответствует 163,8 кг.

течение 10 лет, он отсчитал бы себе не более 100 четвертей. Вы видите, что, посвятив счету даже весь остаток своей жизни. Сета получил бы лишь ничтожную часть потребованной им награды.

Быстрое размножение

Спелая маковая головка полна крошечных зернышек; из каждого может вырасти целое растение. Сколько же получится маков, если зернышки все до единого прорастут? Чтобы узнать это, надо сосчитать зернышки в целой головке. Скучное занятие, но результат так интересен, что стоит запастись терпением и довести счет до конца. Оказывается, одна головка мака содержит (круглым числом) 3000 зернышек.

Что отсюда следует? То, что будь вокруг нашего макового растения достаточная площадь подходящей земли, каждое упавшее зернышко дало бы росток, и будущим летом на этом месте выросло бы уже 3000 маков. Целое маковое поле от одной головки!

Посмотрим же, что будет дальше. Каждое из 3000 растений принесет не менее одной головки (чаще же несколько), содержащей 3000 зерен. Проросши, семена каждой головки дадут 3000 новых растений, и, следовательно, на второй год у нас будет уже не менее

$$3000 \times 3000 = 9\,000\,000 \text{ растений.}$$

Легко рассчитать, что на третий год число потомков нашего единственного мака будет уже достигать

$$9\,000\,000 \times 3000 = 27\,000\,000\,000.$$

А на четвертый год

$$27\,000\,000\,000 \times 3000 = 81\,000\,000\,000\,000.$$

На пятом году макам станет тесно на земном шаре, потому что число растений сделается равным

$$81\,000\,000\,000\,000 \times 3000 = 243\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Поверхность же всей суши, то есть всех материков и островов земного шара, составляет только 135 миллионов кв. км — 135000 000 000 000 кв. м — примерно в 2000 раз менее, чем выросло бы экземпляров мака.

Вы видите, что, если бы все зернышки мака прорастали, потомство одного растения могло бы уже в пять лет покрыть сплошь всю сушу земного шара густой зарослью по 2000 растений на каждом квадратном метре. Вот какой числовой великан скрывается в крошечном маковом зернышке!

Сделав подобный же расчет не для мака, а для какого нибудь другого растения, приносящего меньше семян, мы пришли бы к такому же результату, но только потомство его покрыло бы всю Землю не в пять лет, а в немного больший срок. Возьмем хотя бы одуванчик, приносящий ежегодно около 100 семянок[1]. Если бы все они прорастали, мы имели бы:

в 1 й год	1 растение
во 2 й «	100 растений
в 3 й «	10 000 «
« 4 й «	1 000 000 «
« 5 й «	100 000 000 «
« 6 й «	10 000 000 000 «
« 7 й «	1 000 000 000 000 «
« 8 й «	100 000 000 000 000 «
« 9 й «	10 000 000 000 000 000 «

Это в 70 раз больше, чем имеется квадратных метров на всей суше.

Следовательно, на девятом году материки земного шара были бы покрыты одуванчиками, по 70 на каждом квадратном метре.

Почему же в действительности не наблюдаем мы такого чудовищно быстрого размножения? Потому, что огромное большинство семян погибает, не давая ростков: они или не попадают на подходящую почву и вовсе не прорастают, или, начав прорастать, заглушаются другими растениями, или же, наконец, просто истребляются животными. Если бы этого массового уничтожения семян и ростков не было, каждое растение в короткое время покрыло бы сплошь всю нашу планету.

Это верно не только для растений, но и для животных. Не будь смерти, потомство одной пары любого животного рано или поздно заполнило бы всю Землю. Полчища саранчи, сплошь покрывающие огромные пространства, могут дать некоторое представление о том, что было бы, если бы смерть не препятствовала размножению живых существ. В каких нибудь два — три десятка лет материки покрылись бы непроходимыми лесами и степями, где кишели бы миллионы животных, борющихся между собой за место. Океан наполнился бы рыбой до того густо, что судоходство стало бы невозможно. А воздух сделался бы едва прозрачным от множества птиц и насекомых...

[1] В одной головке одуванчика было насчитано даже около 200 семянок.

В заключение приведем несколько подлинных случаев необыкновенно быстрого размножения животных, поставленных в благоприятные условия...

В Америке первоначально не было воробьев. Эта столь обычная у нас птица была ввезена в Соединенные Штаты намеренно с той целью, чтобы она уничтожала там вредных насекомых. Воробей, как известно, в изобилии поедает прожорливых гусениц и других насекомых, вредящих садам и огородам. Новая обстановка полюбилась воробьям; в Америке не оказалось хищников, истребляющих этих птиц, и воробей стал быстро размножаться. Количество вредных насекомых начало заметно уменьшаться, но вскоре воробьи так размножились, что за недостатком животной пищи принялись за растительную и стали опустошать посевы [1]. Пришлось приступить к борьбе с воробьями; борьба эта обошлась американцам так дорого, что на будущее время издан был закон, запрещающий ввоз в Америку каких бы то ни было животных.

Второй пример. В Австралии не существовало кроликов, когда этот материк открыт был европейцами. Кролик ввезен туда в конце XVIII века, и так как там отсутствуют хищники, питающиеся кроликами, то размножение этих грызунов пошло необычайно быстрым темпом. Вскоре полчища кроликов наводнили всю Австралию, нанося страшный вред сельскому хозяйству и превратившись в подлинное бедствие. На борьбу с этим бичом сельского хозяйства брошены были огромные средства, и только благодаря энергичным мерам удалось справиться с бедой. Приблизительно то же самое повторилось позднее с кроликами в Калифорнии.

Третья поучительная история произошла на острове Ямайка. Здесь водились в изобилии ядовитые змеи. Чтобы от них избавиться, решено было ввезти на остров птицу секретаря, яростного истребителя ядовитых змей. Число змей, действительно, вскоре уменьшилось, зато необычайно расплодились полевые крысы, раньше поедавшиеся змеями. Крысы приносили такой ущерб плантациям сахарного тростника, что пришлось серьезно подумать об их истреблении. Известно, что врагом крыс является индийская мангуста. Решено было привезти на остров четыре пары этих животных и предоставить им свободно размножаться. Мангусты хорошо приспособились к новой родине и быстро заселили весь остров. Не прошло и 10 лет, как они почти уничтожили на нем крыс. Но, увы, истребив крыс, мангусты стали питаться чем попало, сделавшись

[1] А на Гавайских островах они полностью вытеснили всех остальных мелких птиц.

всеядными животными: нападали на щенят, козлят, поросят, домашних птиц и их яйца. А размножившись еще более, принялись за плодовые сады, хлебные поля, плантации. Жители приступили к уничтожению своих недавних союзников, но им удалось лишь до некоторой степени ограничить приносимый мангустами вред.

Бесплатный обед

10 молодых людей решили отпраздновать окончание средней школы товарищеским обедом в ресторане. Когда все собрались и первое блюдо было подано, заспорили о том, как усесться вокруг стола. Одни предлагали разместиться в алфавитном порядке, другие — по возрасту, третьи — по успеваемости, четвертые — по росту и т. д.

Спор затянулся, суп успел простыть, а за стол никто не садился.

Примирил всех официант, обратившийся к ним с такой речью:

— Молодые друзья мои, оставьте ваши пререкания. Сядьте за стол как кому придется и выслушайте меня.

Все сели как попало. Официант продолжал:

— Пусть один из вас запишет, в каком порядке вы сейчас сидите. Завтра вы снова явитесь сюда пообедать и разместитесь уже в ином порядке. Послезавтра сядете опять по новому и т. д., пока не перепробуете всех возможных размещений. Когда же придет черед вновь сесть так, как сидите вы здесь сегодня, тогда, обещаю торжественно, я начну ежедневно угощать вас бесплатно самыми изысканными обедами.

Предложение понравилось. Решено было ежедневно собираться в этом ресторане и перепробовать все способы размещения за столом, чтобы скорее начать пользоваться бесплатными обедами.

Однако им не пришлось дождаться этого дня. И вовсе не потому, что официант не исполнил обещания, а потому, что число всех возможных размещений за столом чересчур велико. Оно равняется, ни мало ни много, 3 628 800. Такое число дней составляет, как нетрудно сосчитать, почти 10 тысяч лет!

Вам, быть может, покажется невероятным, чтобы 10 человек могли размещаться таким большим числом различных способов. Проверьте расчет сами.

Раньше всего надо научиться определять число перестановок. Для простоты начнем вычисление с небольшого числа предметов — с трех. Назовем их *А, Б* и *В*.

Мы желаем узнать, сколькими способами возможно переставлять их один на место другого. Рассуждаем так. Если отложить пока в сторону вещь *В*, то остальные две можно разместить только двумя способами.

Теперь будем присоединять вещь *В* к каждой из этих пар. Мы можем сделать это трояко: можем

1) поместить *В* позади пары;
2) « *В* впереди пары;
3) « *В* между вещами пары.

Других положений для вещи *В*, кроме этих трех, очевидно, быть не может. А так как у нас две пары, *АБ* и *БА*, то всех способов разместить вещи наберется $2 \times 3 = 6$,

Пойдем дальше: сделаем расчет для четырех вещей. Пусть у нас четыре вещи *А*, *Б*, *В* и *Г*. Опять отложим пока в сторону одну вещь, например *Г*, а с остальными тремя сделаем все возможные перестановки. Мы знаем уже, что число этих перестановок — шесть. Сколькими же способами можно присоединить четвертую вещь *Г* к каждой из шести троек? Очевидно, четырьмя: можно

1) поместить *Г* позади тройки;
2) « Г впереди тройки;
3) « *Г* между первой и второй вещью;
4) « *Г* между второй и третьей вещью.

Всего получим, следовательно, $6 \times 4 = 24$ перестановки; а так как $6 = 2 \times 3$, а $2 = 1 \times 2$, то число всех перестановок можно представить в виде произведения: $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

Рассуждая таким же образом и в случае пяти предметов, узнаём, что для них число перестановок равно $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

Для шести предметов: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$ и т. д.

Обратимся теперь к случаю с 10 обедающими. Число возможных здесь перестановок определится, если дать себе труд вычислить произведение $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$,

Тогда и получится указанное выше число — 3 628 800.

Расчет был бы сложнее, если бы среди 10 обедающих было пять девушек и они желали бы сидеть за столом непременно так, чтобы чередоваться с юношами. Хотя число возможных перемещений здесь гораздо меньше, вычислить его несколько труднее.

Пусть сядет за стол — безразлично как — один из юношей. Остальные четверо могут разместиться, оставляя между собой пустые стулья для девушек, $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ различными способами. Так как всех стульев 10, то первый юноша может

сесть 10 способами; значит, число всех возможных размещений для молодых людей $10 \times 24 = 240$.

Сколькими же способами могут сесть на пустые стулья между юношами пять девушек? Очевидно, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ способами. Сочетая каждое из 240 положений юношей с каждым из 120 положений девушек, получаем число всех возможных размещений: $240 \times 120 = 28\,800$.

Число это во много раз меньше предыдущего и потребовало бы всего 79 лет (без малого). Доживи молодые посетители ресторана до 100 летнего возраста, они могли бы дождаться бесплатного обеда, если не от самого официанта, то от его наследников.

Умея подсчитывать перестановки, мы можем определить теперь, сколько различных расположений шашек возможно в коробке игры «в 15»[1]. Другими словами, мы можем подсчитать число всех задач, какие способна предложить нам эта игра.

Легко понять, что подсчет сводится к определению числа перестановок из 15 предметов. Мы знаем уже, что для этого нужно перемножить

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \text{ и т. д. } \ldots \times 14 \times 15.$$

Вычисление дает итог: 1 307 674 365 000, то есть больше триллиона.

Из этого огромного числа задач половина неразрешима. Существует, значит, свыше 600 миллиардов неразрешимых положений в этой игре. Отсюда понятна отчасти та эпидемия увлечения игрой «в 15», которая охватила людей, не подозревавших о существовании такого огромного числа неразрешимых случаев.

Заметим еще, что если бы мыслимо было ежесекундно давать шашкам новое положение, то, чтобы перепробовать все возможные расположения, потребовалось бы при непрерывной работе круглые сутки свыше 40 тысяч лет.

Заканчивая нашу беседу о числе перестановок, решим такую задачу из школьной жизни.

В классе 25 учеников. Сколькими способами можно рассадить их по партам?

Путь решения этой задачи (для тех, кто усвоил себе все сказанное раньше) весьма несложен — нужно перемножить 25 таких чисел: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \ldots \times 23 \times 24 \times 25$.

Математика указывает способы сокращать многие вычисления, но облегчать выкладки, подобные сейчас приведенной,

[1] При этом свободная клетка должна всегда оставаться в правом нижнем углу.

она не умеет. Не существует никакого иного способа выполнить точно это вычисление, как добросовестно перемножить все эти числа. Только удачная группировка множителей позволит несколько сократить время вычисления. Результат получается огромный, из 26 цифр, — число, величину которого наше воображение не в силах себе представить.

Вот оно: 15 511 210 043 330 985 984 000 000.

Из всех чисел, какие встречались нам до сих пор, — это, конечно, самое крупное, и ему больше всех прочих принадлежит право называться «число великан». Число мельчайших капель во всех океанах и морях земного шара скромно по сравнению с этим исполинским числом.

ЧИСЛОВЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ

Из семи цифр

Напишите подряд семь цифр от 1 до 7: 1 2 3 4 5 6 7.

Легко соединить их знаками плюс и минус так, чтобы получилось 40:

$$12 + 34 - 5 + 6 - 7 = 40.$$

Попробуйте найти другое сочетание тех же цифр, при котором получилось бы не 40, а 55.

Девять цифр

Напишите по порядку девять цифр: 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Вы можете, не меняя их порядка, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в результате получилось ровно 100.

Нетрудно, например, вставив плюс и минус шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

Если хотите вставить плюс или минус только четыре раза, вы тоже можете получить 100:

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками плюс и минус всего только три раза.

Это гораздо труднее. И все же вполне возможно — надо только терпеливо поискать.

Десятью цифрами

Выразите 100, употребив все 10 цифр.

Сколькими способами можете вы это сделать? Существует не меньше четырех способов.

Единица

Выразите единицу, употребив все 10 цифр.

Пятью двойками

В вашем распоряжении пять двоек и любые знаки математических действий. Вы должны с помощью только этого цифрового материала, используя его полностью и применяя знаки математических действий, выразить следующие числа: 15, 11, 12 321.

Еще раз пятью двойками

Можно ли пятью двойками выразить число 28?

Четырьмя двойками

Эта задача замысловатее предыдущих. Надо четырьмя двойками выразить число 111. Возможно ли это?

Пятью тройками

Вы, конечно, знаете, что пятью тройками и знаками действий можно написать число 100 вот так:

$$33 \times 3 + 3/3 = 100$$

Но можно ли написать пятью тройками 10? Как вы думаете?

Число 37

Напишите подобным же образом число 37, пользуясь только пятью тройками и знаками действий.

Четырьмя способами

Четырьмя различными способами выразите 100 пятью одинаковыми цифрами.

Четырьмя тройками

Очень легко выразить четырьмя тройками число 12:

$$12 = 3 + 3 + 3 + 3.$$

Немного хитрее составить подобным же образом из четырех троек числа 15 и 18:

$$15 = (3 + 3) + (3 \times 3);$$
$$18 = (3 \times 3) + (3 \times 3).$$

Но если бы потребовалось выразить тем же манером четырьмя тройками число 5, вы, вероятно, не сразу догадались бы, что $5 = (3 + 3)/3 + 3$.

Попробуйте же теперь сами отыскать способы, как составить из четырех троек числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. 7, 8, 9, 10, короче говоря, все числа от 1 до 10 (как написать число 5, было уже показано).

Четырьмя четверками

Если вы справились с предыдущей задачей и имеете охоту к подобным головоломкам, попробуйте составить все числа от 1 до 10 четырьмя четверками. Это нисколько не сложнее, чем составление тех же чисел из троек.

Четырьмя пятерками

Нужно выразить число 16 с помощью четырех пятерок, соединяя их знаками действий.

Как это сделать?

Пятью девятками

Выразите число 10 пятью девятками. Укажите по крайней мере два способа.

Двадцать четыре

Очень легко число 24 выразить тремя восьмерками: 8+8+8. Но можете ли вы сделать то же, пользуясь не восьмерками, а другими тремя одинаковыми цифрами? Задача имеет не одно решение.

Тридцать

Число 30 легко выразить тремя пятерками: 5×5 + 5. Труднее сделать это тремя другими одинаковыми цифрами. Попробуйте. Может быть, вам удастся отыскать несколько решений?

Тысяча

Можете ли вы число 1000 выразить восемью одинаковыми цифрами? Кроме цифр, разрешается пользоваться также знаками действий.

Как получить двадцать?

Вы видите здесь три числа, подписанные одно под другим:

111
777
999

Надо зачеркнуть шесть цифр так, чтобы оставшиеся числа составляли вместе 20.

Можете ли вы это сделать?

Зачеркнуть девять цифр

Следующая колонка из пяти строк заключает 15 нечетных цифр:

1 1 1
3 3 3
5 5 5
7 7 7
9 9 9

Задача состоит в том, чтобы зачеркнуть девять цифр, выбрав их с особым расчетом: складывая столбцы оставшихся шести цифр, вы должны получить в сумме 1111.

В зеркале

Который год прошлого столетия увеличивается в $4^1/_2$ раза, если на него смотреть в зеркало?

Который год?

Будет ли в нынешнем столетии такой год, который нисколько не изменится, если его перевернуть «головой вниз»?

Какие числа?

Какие два целых числа, если их перемножить, составят 7?

Не забудьте, что оба числа должны быть целые; поэтому такие ответы, как $3^1/_2 \times 2$ или $2^1/_3 \times 3$, не подходят.

Сложить и перемножить

Какие два целых числа, если их сложить, дают больше, чем если их перемножить?

Столько же

Какие два целых числа, если их перемножить, дают столько же, сколько получается от их сложения?

Четное простое число

Вам известно, конечно, какие числа называются простыми: те, которые делятся без остатка только на себя. Прочие числа называются составными.

Как вы думаете: все ли четные числа составные или же существуют четные простые числа?

Три числа

Какие три целых числа, если их перемножить, дают столько же, сколько получается от их сложения?

Сложение и умножение

Без сомнения, вы уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$$2 + 2 = 4,$$
$$2 \times 2 = 4.$$

Это единственный пример, когда и сумма и произведение двух целых чисел (притом равных) получаются одинаковые.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют и неравные числа, обладающие тем же свойством иметь одинаковые сумму и произведение.

Попытайтесь подыскать примеры таких чисел. Чтобы вы не подумали, что поиски напрасны, скажу вам: таких чисел весьма много, но не все из них целые числа.

Умножение и деление

Какие два целых числа, если разделить большее из них на меньшее, дают столько же, сколько получается при их перемножении?

Двузначное число

Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то в результате получится снова сумма цифр делимого. Найдите это число.

Вдесятеро больше

Числа 12 и 60 имеют любопытное свойство: если их перемножить, получится ровно в 10 раз больше, чем если их сложить:

$$12 \times 60 = 720,\ 12 + 60 = 72.$$

Попытайтесь найти еще такую пару. А может быть, вам посчастливится разыскать даже несколько чисел с тем же свойством.

Двумя цифрами

Какое наименьшее целое положительное число можете вы написать двумя цифрами?

Наибольшее число

Какое самое большое число можете вы написать четырьмя единицами?

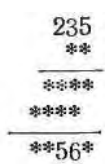
Необычные дроби

Обратите внимание на дробь 6729/13458. В ней употреблены по одному разу все девять значащих цифр. Дробь эта, как легко убедиться, равна 1/2

Можете ли вы по тому же образцу составить из девяти цифр следующие дроби: 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9?

На что он множил?

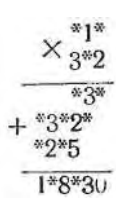
Школьник произвел умножение, затем стер с классной доски большую часть цифр, так что уцелели только первая строка цифр и две цифры последней строки; от остальных цифр сохранились лишь следы. Запись имела такой вид:



Можете ли вы восстановить, на какое число школьник множил?

Недостающие цифры

В этом примере умножения больше половины цифр заменено звездочками:



Можете ли вы восстановить недостающие цифры?

Какие числа?

Вот еще задача такого же рода. Требуется установить, какие числа перемножаются в примере:

```
   **5
 × 1**
------
  2**5
+ 13*0
  ***
------
  4*77*
```

Странные случаи умножения

Рассмотрите такой случай умножения двух чисел:

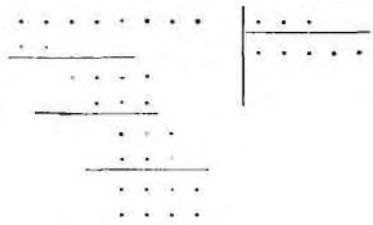
$$48 \times 159 = 7632.$$

Он замечателен тем, что в нем участвуют по одному разу все девять значащих цифр.

Можете ли вы подобрать еще несколько таких примеров? Сколько их, если они вообще существуют?

Загадочное деление

То, что здесь изображено, есть не что иное, как пример деления многозначных чисел, в котором все цифры заменены точками:



Вам не сообщена ни одна цифра делимого и делителя. Известно только, что предпоследняя цифра частного 7. Требуется определить результат этого деления.

Все числа, отметим на всякий случай, написаны здесь по десятичной системе счисления.

Ответ на вопрос задачи может быть только один.

Что делили?

Восстановите недостающие цифры в таком примере деления:

```
*2*5* | 325
***   |-----
------| 1**
*0**
*9**
-----
 *5*
 *5*
-----
```

Деление на 11

Напишите какое нибудь девятизначное число, в котором нет повторяющихся цифр (все цифры разные) и которое делится без остатка на 11.

Напишите наибольшее из таких чисел.

Напишите наименьшее из таких чисел.

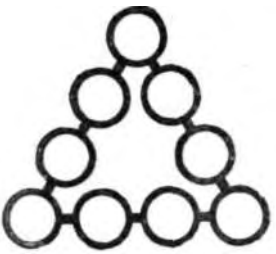


Рис. 232.

Числовой треугольник

В кружках этого треугольника (рис. 232) расставьте все девять значащих цифр так, чтобы сумма их на каждой стороне составляла 20.

Числовой треугольник

Все значащие цифры разместить в кружках того же треугольника (рис. 233) так, чтобы сумма их на каждой стороне равнялась 17.

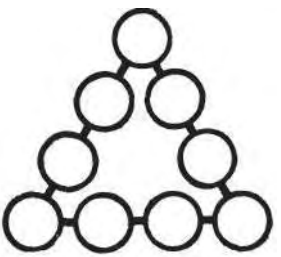


Рис. 233.

Восьмиконечная звезда

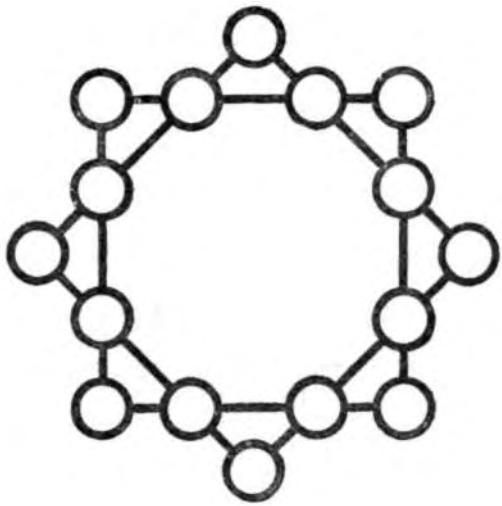


Рис. 234.

Числа от 1 до 16 надо расставить в точках пересечения линий фигуры, изображенной на рис. 234, так, чтобы сумма чисел на стороне каждого квадрата была 34 и сумма их на вершинах каждого квадрата также составляла 34.

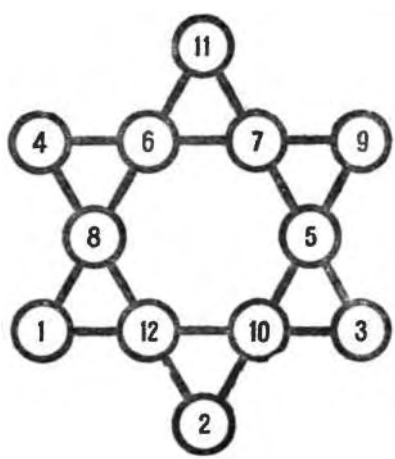


Рис. 235.

Магическая звезда

Шестиконечная числовая звезда, изображенная на рис.235, обладает «магическим» свойством: все шесть рядов чисел имеют одну и ту же сумму:

4 + 6 + 7 + 9 = 26, 1 1 + 6 + 8 + 1 = 26,
4 + 8 + 1 2 + 2 = 26, 1 1 + 7 + 5 + 3 = 26,
9 + 5 + 10 + 2 = 26, 1 + 1 2 + 1 0 + 3 = 26.

Но сумма чисел, расположенных на вершинах звезды, другая:

4 + 1 1 + 9 + 3 + 2 + 1= 30.

Не удастся ли вам усовершенствовать эту звезду, расставив числа в кружках так, чтобы не только прямые ряды давали одинаковые суммы (26), но чтобы ту же сумму (26) составляли числа на вершинах звезды?

Числовое колесо

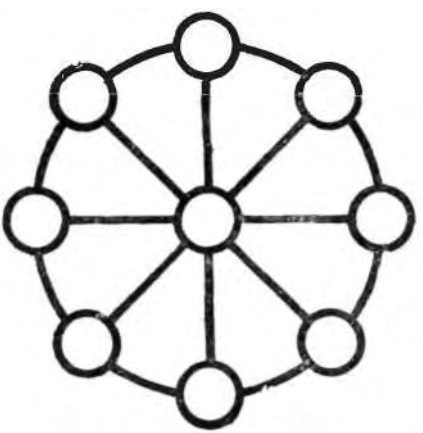


Рис. 236

Цифры от 1 до 9 надо разместить в фигуре на рис. 236 так, чтобы одна цифра была в центре круга, прочие — у концов каждого диаметра и чтобы сумма трех цифр каждого ряда составляла 15,

Трезубец

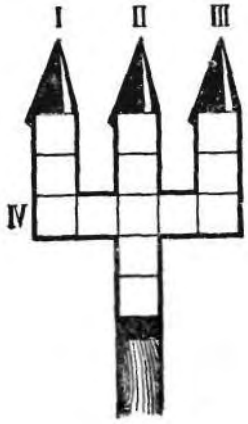


Рис. 237.

В клетках изображенного здесь трезубца (рис. 237) нужно расставить числа от 1 до 13 так, чтобы сумма цифр в каждом из трех вертикальных рядов (*I, II, III)* и в одном горизонтальном *(IV)* была одинакова.

Попробуйте это сделать.

О Т В Е Т Ы

Из семи цифр

Задача имеет не одно, а три разных решения. Вот они:

$$123 + 4 - 5 - 67 = 55;$$
$$1 - 2 - 3 - 4 + 56 + 7 = 55;$$
$$12 - 3 + 45 - 6 + 7 = 55.$$

Девять цифр

Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков плюс и минус:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

Это — единственное решение; никакое другое сочетание девяти цифр и знаков плюс и минус, употребленных три раза, не дает в результате 100.

Достигнуть того же результата, употребив знаки сложения и вычитания менее трех раз, невозможно.

Десятью цифрами

Вот четыре решения:

$$70 + 24\frac{9}{18} + 5\frac{3}{6} = 100;$$
$$80\frac{27}{54} + 19\frac{3}{6} = 100;$$
$$87 + 9\frac{4}{5} + 3\frac{12}{60} = 100;$$
$$50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100.$$

Единица

Надо представить единицу как сумму двух дробей:

$$148/296+35/70=1.$$

Знающие алгебру могут дать еще и другие ответы: $123\,456\,789^{0}$; $234\,567^{9^{8^{1}}}$ и т. п., так как число в нулевой степени равно единице.

Пятью двойками

Число 15 можно написать:

$$(2+2)^2-\frac{2}{2}=15;\quad \frac{22}{2}+2\times 2=15;$$

$$(2\times 2)^2-\frac{2}{2}=15;\quad \frac{22}{2}+2^2=15;$$

$$2^{(2+2)}-\frac{2}{2}=15;\quad \frac{22}{2}+2+2=15.$$

Число 11:

$$\frac{22}{2}+2-2=11.$$

Число 12 321. С первого взгляда представляется невозможным написать такое пятизначное число пятью одинаковыми числами. Однако задача выполнима. Вот решение:

$$(222/2)^2=111^2=111\times 111=12321.$$

Еще раз пятью двойками

$$22+2+2+2=28.$$

Четырьмя двойками

$$222/2=111$$

Пятью тройками

Вот решение задачи:

$$33/3\ 3/3=10.$$

Замечательно, что задача эта решалась бы совершенно так же, если бы надо было выразить число 10 не пятью тройками, а пятью единицами, пятью четверками, семерками, девятками,—вообще пятью какими угодно одинаковыми цифрами. Действительно:

$$\frac{11}{1}-\frac{1}{1}=\frac{22}{2}-\frac{2}{2}=\frac{44}{4}-\frac{4}{4}=\frac{99}{9}-\frac{9}{9}\text{, и т. п.}$$

Есть и другие виды решения той же задачи:

$$\frac{3\times 3\times 3+3}{3}=10,$$

$$\frac{3^3}{3}+\frac{3}{3}=10.$$

Число 37

Решений имеется два:

$$33+3+\frac{3}{3}=37;$$

$$\frac{333}{3\times 3}=37.$$

Четырьмя способами

Число 100 можно выразить пятью одинаковыми цифрами, употребив в дело единицы, тройки и — всего проще — пятерки:

$$111-11=100;$$

$$33\times 3+\frac{3}{3}=100;$$

$$5\times 5\times 5-5\times 5=100;$$

$$(5+5+5+5)\times 5=100.$$

Четырьмя тройками

$1=33/33$ (есть и другие способы);

$$2=\frac{3}{3}+\frac{3}{3};$$

$$3=\frac{3+3+3}{3};$$

$$4 = \frac{3 \times 3 + 3}{3};$$

$$6 = (3 + 3) \times \frac{3}{3}.$$

Мы привели здесь решения только до шести. Остальные придумайте сами. Да и указанные решения можно составить и другими комбинациями троек.

Четырьмя четверками

$$1 = \frac{44}{44}, \text{ или } \frac{4+4}{4+4}, \text{ или } \frac{4 \times 4}{4 \times 4} \text{ и т. д.}$$

$$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}, \text{ или } \frac{4 \times 4}{4 + 4};$$

$$3 = \frac{4+4+4}{4}, \text{ или } \frac{4 \times 4 - 4}{4};$$

$$4 = 4 + 4 \times (4 - 4);$$

$$5 = \frac{4 \times 4 + 4}{4};$$

$$6 = \frac{4+4}{4} + 4;$$

$$7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}, \text{ или } \frac{44}{4} - 4;$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4, \text{ или } 4 \times 4 - 4 - 4;$$

$$9 = 4 + 4 + \frac{4}{4};$$

$$10 = \frac{44 - 4}{4}.$$

Четырьмя пятерками

Существует только один способ;

$$\frac{55}{5} + 5 = 16.$$

Пятью девятками

Два способа таковы:

$$9+\frac{99}{99}=10,$$

$$\frac{99}{9}-\frac{9}{9}=10.$$

Кто знает алгебру, тот может прибавить еще несколько решений, например:

$$\left(9\frac{9}{9}\right)^{\frac{9}{9}}=10,$$

$$9+99^{9-9}=10.$$

Двадцать четыре

Вот два решения:

$22+2=24$; $3^3-3=24$.

Тридцать

Приводим три решения:

$6\times6-6=30$; $3^3+3=30$; $33-3=30$.

Тысяча

$888+88+8+8+8=1000$.

Как получить двадцать?

Вот как это надо сделать (зачеркнутые цифры заменены нулями):

011
000
009

Действительно, $11+9=20$.

Зачеркнуть девять цифр

Задача допускает несколько решений. Приводим четыре образчика, заменив зачеркнутые цифры нулями:

100	111	011	101
000	030	330	303
005	000	000	000
007	070	770	707
999	900	000	000
1111	1111	1111	1111

В зеркале

Единственные цифры, которые не искажаются в зеркале, — это 1, 0 и 8. Значит, искомый год может содержать в себе только такие цифры. Кроме того, мы знаем, что это один из годов XIX века, то есть что первые его две цифры 18.

Легко сообразить теперь, какой это год: 1818 й. В зеркале 1818 год превратится в 8181 й: это ровно в $4^1/_2$ раза больше, чем 1818:

$$1818 \times 4^1/_2 = 8181.$$

Других решений задача не имеет.

Который год?

Будет только один такой год в XX веке: 1961 й.

Какие числа?

Ответ прост: 1 и 7. Других таких чисел нет.

Сложить и перемножить

Таких чисел сколько угодно:

$$3 \times 1 = 3; \qquad 3 + 1 = 4;$$
$$10 \times 1 = 10; \qquad 10 + 1 = 11;$$

и вообще всякая пара целых чисел, из которых одно — единица.

Это потому, что от прибавления единицы число увеличивается, а от умножения на единицу остается без перемены.

Столько же

Числа эти 2 и 2. Других целых чисел с такими свойствами нет.

Четное простое число

Одно четное простое число существует — число 2. Оно делится только на себя.

Три числа

1, 2 и 3 дают при перемножении и при сложении одно и то же:

$$1 + 2 + 3 = 6; \qquad 1 \times 2 \times 3 = 6.$$

Сложение и умножение

Существует бесчисленное множество пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$$3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}, \qquad 3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2},$$
$$5 + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}, \qquad 5 \times 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4},$$
$$9 + 1\frac{1}{8} = 10\frac{1}{8}, \qquad 9 \times 1\frac{1}{8} = 10\frac{1}{8},$$
$$11 + 1{,}1 = 12{,}1, \qquad 11 \times 1{,}1 = 12{,}1,$$
$$21 + 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20}, \qquad 21 \times 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20},$$
$$101 + 1{,}01 = 102{,}01, \qquad 101 \times 1{,}01 = 102{,}01, \text{ и т. п.}$$

Умножение и деление

Таких чисел очень много. Например:

$$2 : 1 = 2, \qquad 2 \times 1 = 2,$$
$$7 : 1 = 7, \qquad 7 \times 1 = 7,$$
$$43 : 1 = 43, \qquad 43 \times 1 = 43.$$

Двузначное число

Искомое число, очевидно, должно быть точным квадратом. Так как среди двузначных чисел имеется всего шесть квадратов, то испытанием легко находим единственное решение — 81:

$$\frac{81}{8+1} = 8 + 1.$$

Вдесятеро больше

Вот еще четыре пары таких чисел:

11 и ПО; 14 и 35; 15 и 30; 20 и 20.

В самом деле:

$$11\times110=1210; \qquad 11+110=121;$$
$$14\times35=490; \qquad 14+35=49;$$
$$15\times30=450; \qquad 15+30=45;$$
$$20\times20=400; \qquad 20+20=40.$$

Других решений задача не имеет. Довольно хлопотливо разыскивать решения вслепую. Знание начатков алгебры значительно облегчает дело и дает возможность не только отыскать все решения, но и удостовериться, что больше пяти решений задача не имеет.

Двумя цифрами

Наименьшее целое число, какое можно написать двумя цифрами, не 10, как думают, вероятно, иные читатели, а единица, выраженная таким образом:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4} \text{ и т. д. до } \frac{9}{9}.$$

Знакомые с алгеброй прибавят к этим выражениям еще и ряд других обозначений:

$1^0, 2^0, 3^0, 4^0$ и т. д. до 9^0,

потому что всякое число в нулевой степени равно единице [1].

Наибольшее число

Обычно в ответ на вопрос задачи пишут 1111. Но это далеко не самое большее. Гораздо больше — в 250 миллионов раз — такое число: 11^{11}.

Хотя оно изображено всего четырьмя единицами, оно заключает в себе, если его вычислить, более 285 миллиардов единиц!

[1] Но неправильны были бы решения 0/0 или 0^0; эти выражения вообще не имеют смысла.

Необычные дроби

Задача имеет несколько решений. Вот одно из них:

$$\frac{1}{3}=\frac{5823}{17469};\ \frac{1}{4}=\frac{3942}{15768};$$
$$\frac{1}{5}=\frac{2697}{13485};\ \frac{1}{6}=\frac{2943}{17658};$$
$$\frac{1}{7}=\frac{2394}{16758};\ \frac{1}{8}=\frac{3187}{25496};$$
$$\frac{1}{9}=\frac{6381}{57429}.$$

Существует множество вариантов; особенно разнообразно может быть составлена дробь 1/8 — более чем 40 способами!

На что он множил?

Рассуждаем так. Цифра 6 получилась от сложения колонки из двух цифр, из которых нижняя может быть либо 0, либо 5. Но если нижняя 0, то верхняя 6. А может ли верхняя цифра быть 6? Попробуем — оказывается, чему бы ни равнялась вторая цифра множителя, никак не получается 6 на предпоследнем месте первого частного произведения. Значит, нижняя цифра предпоследней колонки должна быть 5; тогда над ней стоит 1.

Теперь легко восстановить часть стертых цифр:

```
  235
 ---
   **
 **1*
***5
----
**56*
```

Последняя цифра множителя должна быть больше 4, иначе первое частное произведение не будет состоять из четырех цифр. Это не может быть цифра 5 (не получается 1 на предпоследнем месте). Попробуем 6 — годится. Имеем:

```
  235
   *6
 ---
 1410
***5
----
**560
```

Рассуждая далее подобным же образом, находим, что множитель равен 96.

Недостающие цифры

Недостающие цифры восстанавливаются постепенно, если применить следующий ход рассуждений.

Для удобства пронумеруем строки:

Легко сообразить, что последняя звездочка в III строке цифр есть 0: это ясно из того, что 0 стоит в конце VI строки.

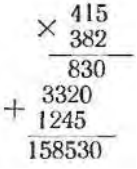
Теперь определяется значение последней звездочки I строки: это цифра, которая от умножения на 2 дает число, оканчивающееся нулем, а от умножения на 3 — число, оканчивающееся 5 (V ряд). Цифра такая только одна — 5.

Нетрудно догадаться, что скрывается под звездочкой II строки: 8, потому что только при умножении на 8 число 15 дает результат, оканчивающийся 20 (IV строка).

Наконец становится ясным значение первой звездочки строки I: это цифра 4, потому что только 4, умноженное на 8, дает результат, начинающийся на 3 (строка IV).

Узнать остальные неизвестные цифры теперь не составляет никакой трудности: достаточно перемножить числа первых двух строк, уже вполне определившиеся.

В конечном итоге получаем такой пример умножения



Какие числа?

Подобным сейчас примененному ходом рассуждений раскрываем значение звездочек и в этом случае.

Получаем:

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times\ 147 \\ \hline 2275 \\ +1300 \\ \ \ 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

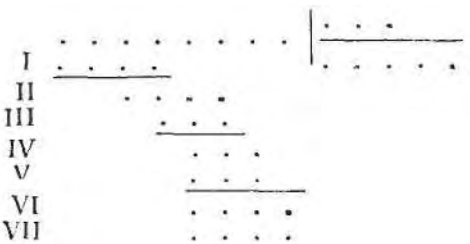
Странные случаи умножения

Терпеливый читатель может разыскать девять случаев такого умножения. Вот они:

$$12\times483=5796,$$
$$42\times138=5796,$$
$$18\times297=5346,$$
$$27\times198=5346,$$
$$39\times186=7254,$$
$$48\times159=7632,$$
$$28\times157=4396,$$
$$4\times1738=6952,$$
$$4\times1963=7852.$$

Загадочное деление

Для удобства перенумеруем ряды точек в заданном расположении



Рассматривая II ряд, заключаем, что вторая цифра частного есть 0, так как понадобилось снести кряду две цифры делимого. Обозначим весь делитель буквой x. Ряды IV и V показывают, что число $7x$ (произведение предпоследней цифры частного на делитель), будучи отнято от числа, не превышающего 999, дало разность, не меньшую 100. Ясно, что $7x$ не мо

жет превышать 999—100, то есть 899, откуда x не больше 128. Далее, мы видим, что число в ряду III больше 900, иначе при отнятии от четырехзначного числа не дало бы двузначного остатка. Но тогда третья цифра частного должна быть 900: 128, то есть больше 7,03 и, значит, равна либо 8, либо 9. Так как числа в рядах I и VII четырехзначные, то очевидно, что третья цифра частного 8, а крайняя —9.

Этим решение задачи, собственно, исчерпывается, так как искомый результат деления (частное) найден: 90 879.

Нет надобности идти дальше и искать делимое и делитель. Вопрос задачи состоял в отыскании лишь результата деления, то есть частного. Задача не требует расшифрования всей записи. К тому же существует не одна, а 11 пар чисел, удовлетворяющих при делении заданному расположению точек и дающих цифру 7 на четвертом месте частного.

Вот эти числа:

$$\left.\begin{array}{l} 10\,360\,206 : 114 \\ 10\,451\,085 : 115 \\ 10\,541\,964 : 116 \\ 10\,632\,843 : 117 \\ 10\,723\,722 : 118 \\ 10\,814\,601 : 119 \\ 10\,905\,480 : 120 \\ 10\,996\,359 : 121 \\ 11\,087\,238 : 122 \\ 11\,178\,117 : 123 \\ 11\,268\,996 : 124 \end{array}\right\} = 90\,879.$$

Что делили?

Вот искомый случай деления:

$$\begin{array}{r|l} 52650 & 325 \\ \cline{2-2} 325 & 162 \\ \cline{1-1} 2015 & \\ 1950 & \\ \cline{1-1} 650 & \\ 650 & \\ \cline{1-1} \end{array}$$

Деление на 11

Чтобы решить эту задачу, надо знать признак делимости на 11. Число делится на 11, если разность между суммой

цифр, стоящих на четных местах, и сумма цифр, стоящих на нечетных местах, делится на 11 или равна нулю.

Испытаем, для примера, число 23 658 904.

Сумма цифр, стоящих на четных местах:

$$3 + 5 + 9 + 4 \quad 21;$$

сумма цифр, стоящих на нечетных местах:

$$2 + 6 + 8 + 0 = \quad 16.$$

Разность их (надо вычитать из большего меньшее) равна:

$$21 — 16 = 5.$$

Эта разность (5) не делится на 11; значит, и взятое число не делится без остатка на 11.

Испытаем другое число — 7 344 535:

$$3 + 4 + 3 = 10;$$

$$7 + 4 + 5 + 5 = 21;$$

$$21 — 10 = 11.$$

Так как 11 делится на 11, то и испытуемое число кратно 11.

Теперь легко сообразить, в каком порядке надо писать девять цифр, чтобы получилось число, кратное 11 и удовлетворяющее требованиям задачи.

Вот пример: 352 049 786.

Испытаем:

$$3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 2,$$

$$5 + 0 + 9 + 8 = 22.$$

Разность $22 — 22 = 0$; значит, написанное нами число кратно 11.

Наибольшее из всех таких чисел есть: 987 652 413.

Наименьшее: 102 347 586.

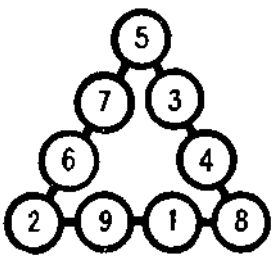


Рис. 238.

Числовой треугольник

Решение показано на рис. 238. Средние цифры каждого ряда можно переставить и получить, таким образом, еще ряд решений.

Еще числовой треугольник

Решение показано на рис. 239. Средние цифры каждого ряда можно переставить и получить, таким образом, еще ряд решений.

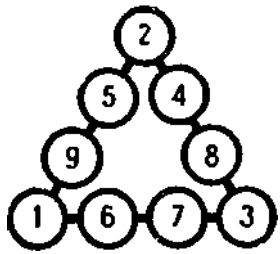


Рис. 239.

Восьмиконечная звезда

Решение показано на рис. 240.

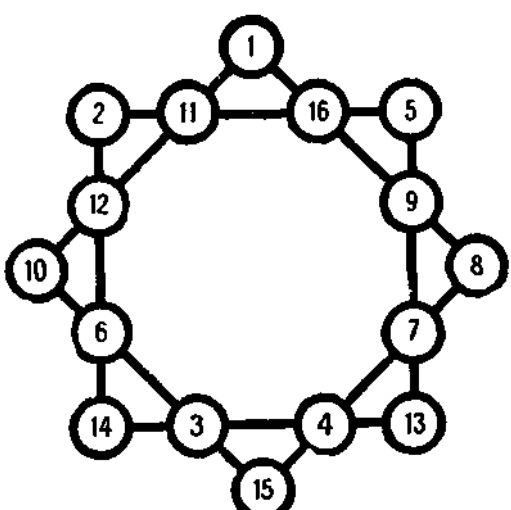


Рис. 240.

Магическая звезда

Чтобы облегчить себе отыскание требуемого расположения чисел, будем руководствоваться следующими соображениями.

Сумма чисел на концах искомой звезды равна 26; сумма же всех чисел звезды — 68. Значит, сумма чисел внутреннего шестиугольника равна 78—26=52.

Рассмотрим затем один из больших треугольников. Сумма чисел каждой его стороны равна 26; сложим числа всех трех сторон — получим $26 \times 3 = 78$, причем каждое из чисел, стоящих на углах, входит дважды. А так как сумма чисел трех внутренних пар (то есть внутреннего шестиугольника) должна, мы знаем, равняться 52, то удвоенная сумма чисел на вершинах каждого треугольника равна 78—52=26; однократная же сумма равна 13.

Поле поисков теперь заметно сузилось. Мы знаем, например, что ни 12, ни 11 не могут занимать вершины звезды (почему?). Значит, испытания можно начинать с 10, причем сразу определяется, какие два числа должны занимать остальные вершины треугольника: 1 и 2.

Подвигаясь таким путем далее, мы наконец разыщем требуемое расположение. Оно показано на рис. 241.

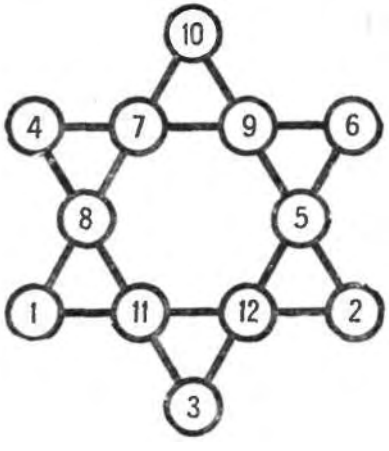


Рис. 241.

Числовое колесо

Решение показано на рис. 242.

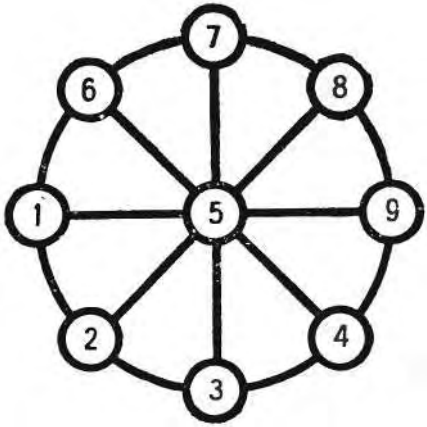


Рис. 242.

Трезубец

Вот требуемое расположение чисел (рис. 243). Сумма чисел в каждом из четырех рядов равна 25.

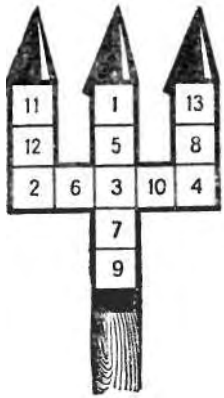


Рис. 243.

ВЕСЕЛАЯ АРИФМЕТИКА

Простое умножение

Если вы нетвердо помните таблицу умножения и запинаетесь при умножении на 9, то собственные пальцы могут вас выручить.

Положите обе руки на стол — 10 пальцев послужат для вас счетной машиной.

Пусть надо умножить 4 на 9.

Четвертый палец дает вам ответ: налево от него три пальца, направо — шесть; читаете: 36; значит, $4 \times 9 = 36$.

Еще примеры: чему равно 7×9?

Седьмой палец имеет налево от себя шесть пальцев, направо — три. Ответ: 63.

Чему равно 9×9? Девятый палец имеет по левую сторону восемь пальцев, по правую — один. Ответ: 81.

Эта живая счетная машина поможет вам твердо помнить, чему равно 6×9, не путать, как иные, 54 и 56. Шестой палец имеет налево пять пальцев, направо — четыре; значит, $6 \times 9 = 54$.

Галки и палки

(Народная задача)

Прилетели галки,
Сели на палки.
Если на каждой палке
Сядет по одной галке,
То для одной галки
Не хватит палки.
Если же на каждой палке
Сядет по две галки,
То одна из палок
Будет без галок.
Сколько было галок?
Сколько было палок?

Сестры и братья

У меня сестер и братьев поровну. А у моей сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько нас?

Сколько детей?

У меня шесть сыновей. У каждого сына есть родная сестра. Сколько у меня детей?

Завтрак

Два отца и два сына съели за завтраком три яйца, причем каждый из них съел по целому яйцу. Как вы это объясните?

Три четверти человека

Одного бригадира полеводческой бригады спросили, сколько у него в бригаде людей. Он ответил довольно замысловато:

— Людей немного: три четверти нас да еще три четверти человека — вот и всего у нас людей.

Можете ли вы разгадать, сколько человек было в этой бригаде?

Сколько им лет?

Скажи ка, дедушка, какого возраста твой сын?

— Ему столько же семидневок, сколько внуку дней.

— А внук в каком возрасте?

— Ему столько месяцев, сколько мне лет.

— Сколько же тебе то?

— Троим вместе ровно 100 лет. Вот и смекай, сколько каждому.

Кто старше?

Через два года мой мальчик будет вдвое старше, чем он был два года назад. А девочка моя будет через три года втрое старше, чем три года назад.

Кто старше: мальчик или девочка?

Возраст моего сына

Теперь мой сын моложе меня втрое. Но пять лет назад он был моложе меня в четыре раза.

Сколько ему лет?

Сколько лет?

У любителя головоломок спросили, сколько ему лет. Ответ был замысловатый:

— Возьмите трижды мои годы через три года да отнимите трижды мои годы три года назад — у вас как раз и получатся мои годы.

Сколько же ему теперь лет?

Три дочери и два сына

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых давно не видал.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры. Затем выбежала Надя, и отец сказал гостю, что обе девочки вместе вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, отец объявил, что оба мальчика вместе вдвое старше обеих девочек вместе.

Позднее всех пришла Лида и, увидя гостя, радостно воскликнула:

— Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнилось 21 год.

— И знаете еще что,— прибавил отец: — я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько лет было каждому сыну и каждой дочери?

Профсоюзный стаж

Мне пришлось слышать в вагоне такой разговор между двумя пассажирами:

— Так ты, значит, состоишь в профсоюзе вдвое дольше меня?

— Да, ровно вдвое.

— А помнится, ты говорил раньше, что втрое.

— Два года назад? Тогда и было втрое, а теперь только вдвое.

Сколько лет каждый из них состоит в профсоюзе?

Сколько партий?

Трое играли в шашки. Всего сыграно три партии. Сколько партий сыграл каждый?

Улитка

Улитка вздумала взобраться на дерево в 15 м высотой. В течение каждого дня она успевала подниматься на 5 м; но каждую ночь, во время сна, спускалась вниз на 4 м.

Через сколько суток достигнет она вершины дерева?

В город

Колхозник ехал в город. Первую половину пути он проехал в поезде — в 15 раз быстрее, чем если бы он шел пешком. Однако вторую половину пути ему пришлось проехать на волах — в два раза медленнее, чем если бы он шел пешком.

Сколько времени он все же выгадал по сравнению с ходьбой пешком?

В колхоз

От завода в колхоз дорога идет неровно: сначала 8 км в гору, потом 24 км под гору. Михайлов отправился туда на велосипеде и доехал без остановок в течение 2 часов 50 минут. Обратный путь он совершил также на велосипеде, нигде по дороге не останавливаясь, и употребил на него 4 часа 30 минут.

Можете ли вы сказать, с какой скоростью ехал Михайлов в гору и с какой — под гору?

Два школьника

— Дай мне яблоко, и у меня будет вдвое больше, чем у тебя,— сказал один школьник другому.

— Это несправедливо. Лучше дай ты мне яблоко, тогда у нас будет поровну, — ответил его товарищ.

Можете ли вы сказать, сколько у каждого школьника было яблок?

Цена переплета

Вот простая на вид задача, при решении которой многие ошибаются. Книга в переплете стоит 2 рубля 50 копеек. Книга на 2 рубля дороже переплета.

Сколько стоит переплет?

Цена пряжки

Пояс с пряжкой стоит 68 копеек. Пояс дороже пряжки на 60 копеек.

Сколько стоит пряжка?

Бочки меду

На складе осталось семь полных бочек меду, семь бочек, наполовину занятых медом, и семь порожних бочек. Все это было куплено тремя кооперативами, которым потом понадобилось поделить тару и мед поровну.

Спрашивается: как произвести этот раздел, не перекладывая меда из одной бочки в другую?

Если вы полагаете, что это можно сделать различным образом, укажите все способы, которые вы придумали.

Мишины котята

Увидит Миша где нибудь брошенного котенка, непременно подберет и принесет к себе. Всегда воспитывается у него несколько котят; но он не любил говорить товарищам — сколько, чтобы над ним не смеялись. Бывало, спросят у него:

— Сколько у тебя теперь всех котят?

— Немного, — ответит он: — три четверти их числа да еще три четверти одного котенка, вот и всего котят у меня.

Товарищи думали, что он просто балагурит. А между тем Миша задавал им задачу, которую нетрудно решить.

Попытайтесь!

Почтовые марки

Гражданин купил на 5 рублей марок трех родов: в 50 копеек, в 10 копеек и в 1 копейку — всего 100 штук.

Можете ли вы сказать, сколько штук марок разного рода он купил?

Сколько монет?

Гражданин получил сдачи 4 рубля 65 копеек рублями, гривенниками и копеечными монетами. Всех монет ему дали 42.

Сколько монет каждого достоинства ему было дано?

Сколько решений имеет эта задача?

Носки и перчатки

В одном ящике лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных косков, в другом — 10 пар коричневых и столько же пар черных перчаток. По скольку носков и перчаток достаточно извлечь из каждого ящика, чтобы из них можно было выбрать одну (какую либо) пару носков и одну пару перчаток?

„Книжный червь"

Есть насекомые, грызущие книги, прогрызающие лист за листом и прокладывающие себе таким образом путь сквозь толщу книги. Один такой «книжный червь» прогрыз себе путь от первой страницы первого тома до последней страни

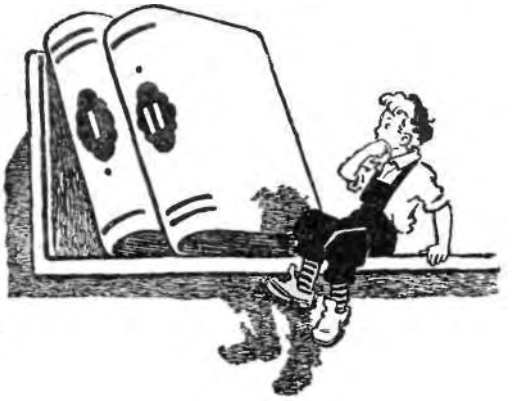


Рис. 244.

цы второго тома, стоявшего рядом с первым, как здесь нарисовано.

В каждом томе по 800 страниц.

Сколько всего страниц прогрыз «червь»?

Задача нетрудная, но не такая уж простая, как вы, вероятно, думаете.

Пауки и жуки

Пионер собрал в коробку пауков и жуков — всего восемь штук. Если пересчитать, сколько всех ног в коробке, то окажется 54 ноги.

Сколько же в коробке пауков и сколько жуков?

Семеро друзей

У одного гражданина было семь друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй — каждый второй вечер, третий — каждый третий вечер, четвертый — каждый четвертый вечер и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что все семеро друзей собирались у хозяина в один и тот же вечер?

Продолжение предыдущей

В те вечера, когда семеро друзей собирались вместе, хозяин угощал их вином, и все чокались друг с другом попарно.

Сколько раз звучали при этом стаканы, сталкиваясь между собой?

О Т В Е Т Ы

Галки и палки

Эта старинная народная задача решается так. Спросим себя: на сколько во второй раз для заполнения мест на палках нужно было бы иметь больше галок, чем в первый? Легко сообразить: в первом случае для одной галки не хватило места, во втором же сидели все галки и еще двух не хватило; значит, чтобы занять все палки, нужно бы во второй раз иметь на 1 + 2, то есть на три галки больше, чем в первый. Садится же на каждую палку на одну птицу больше. Ясно, что всех палок было три. Посадим на каждую палку по галке и прибавим еще одну — получим число птиц: четыре.

Итак, вот ответ на вопрос задачи: четыре галки, три палки.

Сестры и братья

Всех семеро: четыре брата и три сестры. У каждого брата три брата и три сестры; у каждой сестры четыре брата и две сестры.

Сколько детей?

Всех детей семь: шесть сыновей и одна дочь. (Обычно же отвечают, что детей двенадцать; но тогда у каждого сына было бы шесть сестер, а не одна.)

Завтрак

Дело объясняется очень просто. Сели за стол не четверо, а только трое: дед, его сын и внук. Дед и сын — отцы, а сын и внук — сыновья,

Три четверти человека

Мы знаем, что три четверти бригады да еще три четверти человека составляют всю бригаду. Значит, эти три четверти человека есть недостающая четверть бригады. Далее уже легко сообразить, что полная бригада в четыре раза больше, чем три четверти человека. Но три четверти человека, взятые четыре раза, составляют три. Итак, в бригаде было всего три человека.

Сколько им лет?

Рассчитать, сколько лет каждому, нетрудно. Ясно, что сын старше внука в семь раз, а дед — в 12 раз. Если бы внуку был один год, сыну было бы семь лет, деду—12 лет, а всем троим вместе 20 лет. Это ровно в пять раз меньше, чем на самом деле. Значит, в действительности внуку пять лет, сыну 35 и деду 60.

Проверим: $5 + 35 + 60 = 100$.

Кто старше?

Ни тот, ни другая не старше: они близнецы, и каждому из них в данное время по шесть лет.

Возраст находят простым расчетом: через два года мальчик будет на четыре года старше, чем два года назад, и притом вдвое старше; значит, четыре года — это возраст его два года назад, и, следовательно, сейчас ему $4 + 2 = 6$ лет.

Таков же и возраст девочки.

Возраст моего сына

Если сын теперь втрое моложе отца, то отец старше его на двойной его возраст, Пять лет назад отец был также, конечно, старше сына на двойной нынешний возраст сына. С другой стороны, так как тогда отец был старше сына в четыре раза, то он был старше его на тройной его тогдашний возраст. Следовательно, двойной нынешний возраст сына равен тройному прежнему возрасту его, или — что то же самое — сын теперь в $1^1/_2$ раза старше, чем был пять лет назад. Отсюда легко сообразить, что пять лет — это половина прежнего возраста сына, и, значит, пять лет назад сыну было 10 лет, а теперь ему 15 лет.

Итак, сыну теперь 15 лет, отцу 45. Действительно, пять лет назад отцу было 40 лет, а сыну 10, то есть вчетверо меньше.

Сколько лет?

Арифметическое решение довольно запутанное, но задача решается просто, если обратиться к услугам алгебры и составить уравнение. Искомое число лет обозначим буквой x. Возраст спустя три года надо тогда обозначить через $x+3$, а возраст три года назад — через $x-3$. Имеем уравнение:

$$3(x+3)-3(x-3)=x,$$

решив которое, получаем $x=18$. Любителю головоломок теперь 18 лет.

Проверим: через три года ему будет 21 год; три года назад ему было 15 лет. Разность

$$3\times 21 - 3\times 15 = 63-45=18,$$

то есть равна нынешнему возрасту любителя головоломок.

Три дочери и два сына

Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени вместе вчетверо больше, чем годы Жени. Отсюда прямо следует, что Надя старше Жени в три раза.

Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени вместе есть учетверенный возраст Жени. Следовательно, годы Алеши плюс удвоенный возраст Жени равны 8 кратному возрасту Жени. То есть Алеша старше Жени в шесть раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна сумме возрастов Володи и Алеши.

Имея перед глазами таблицу:
Лиде — 21 год,
Надя — в три раза старше Жени,
Володя — в два раза старше Жени,
Алеша — в шесть раз старше Жени,

мы можем сказать, что 21 год плюс утроенный возраст Жени плюс возраст Жени равны 4 кратному возрасту Жени плюс 12 кратный возраст Жени.

Или: 21 год плюс 4 кратный возраст Жени равны 16 кратному возрасту Жени.

Значит, 21 год равен 12 кратному возрасту Жени, и, следовательно, Жене $^{21}/_{12} = 1^{3}/_{4}$ года.

Теперь уже легко определить, что Володе $3^{1}/_{2}$ года, Наде $5^{1}/_{4}$ и Алеше $10^{1}/_{2}$ лет.

Профсоюзный стаж

Один состоит в профсоюзе восемь лет, другой — четыре года. Два года назад стаж первого был шесть лет, второго — два года, то есть втрое меньше (задача легко решается с помощью уравнения).

Сколько партий?

Обычно отвечают, что каждый играл по одному разу, не соображая, что трое (и вообще нечетное число) игроков никак не могут играть каждый только по одному разу: с кем же тогда играл третий игрок? В каждой партии должно ведь участвовать два партнера. Если играли *A*, *B* и *C* и сыграно было три партии, то это значит, что играли

A с *B*,
A с *C*,
B с *C*.

Легко видеть, что каждый играл не по одному разу, а по два:

A играл с *B* и с *C*,
B играл с *A* и с *C*,
C играл с *A* и с *B*.

Итак, правильный ответ на головоломку таков: каждый из троих играл по два раза, хотя сыграно было всего три партии.

Улитка

Через 10 суток и один день. В первые 10 суток улитка поднимется на 10 м, по 1 м в сутки; в течение же одного следующего дня она всползет еще на 5 м, то есть достигнет верхушки дерева. (Обыкновенно неправильно отвечают: «Через 15 суток».)

В город

Колхозник ничего не выгадал, а потерял. На вторую половину дороги он употребил столько времени, сколько отняло

бы у него все путешествие в город пешком. Значит, он выгадать во времени не может, а должен потерять.

Потерял он 1/15 того времени, какое нужно, чтобы пройти пешком половину дороги.

В колхоз

Решение этой задачи ясно из следующих выкладок:

24 км в гору и 8 км под гору — 4 часа 30 минут,

8 км в гору и 24 км под гору — 2 часа 50 минут.

Умножив вторую строку на три, имеем:

24 км в гору и 72 км под гору — 8 часов 30 минут.

Отсюда ясно, что 72 без 8, то есть 64 км под гору, велосипедист проезжает в 8 часов 30 минут без 4 часов 30 минут, то есть в 4 часа. Следовательно, в час он проезжал под гору $64:4=16$ км.

Сходным образом найдем, что в гору он проезжал в час 6 км. Легко убедиться проверкой в правильности ответов.

Два школьника

Из того, что передача одного яблока уравнивает их число у обоих школьников, следует, что у одного на два яблока больше, чем у другого. Если от меньшего числа отнять одно яблоко и прибавить к большему числу, то разница увеличится еще на два и станет равна четырем. Мы знаем, что тогда большее число будет равно двойному меньшему. Значит, меньшее число тогда будет 4, а большее — 8.

До передачи одного яблока у одного школьника было $8-1=7$, а у другого $4+1=5$.

Проверим, становятся ли числа равными, если от большего отнять одно яблоко и прибавить к меньшему:

$$7-1=6;\ 5+1=6.$$

Итак, у одного школьника было семь яблок, а у другого пять.

Цена переплета

Обыкновенно, не подумав, отвечают: переплет стоит 50 копеек.

Но ведь тогда книга стоила бы 2 рубля, то есть была бы дороже переплета всего на 1 рубль 50 копеек.

Верный ответ: цена переплета 25 копеек, цена книги 2 рубля 25 копеек; тогда книга дороже переплета ровно на 2 рубля.

Цена пряжки

Вы, вероятно, решили, что пряжка стоит 8 копеек. Если так, то вы ошиблись. Ведь тогда пояс был бы дороже пряжки не на 60 копеек, а всего на 52 копейки.

Правильный ответ: цена пряжки 4 копейки; тогда пояс стоит 68—4 = 64 копейки, то есть на 60 копеек дороже пряжки.

Бочки меду

Задача решается довольно легко, если сообразить, что в 21 купленной бочке было меду $7 + 3^1/_2$, то есть $10^1/_2$ бочек. Значит, каждый кооператив должен получить $3^1/_2$ бочки меду и семь бочек тары.

Выполнить дележ можно двояко. По одному способу кооперативы получают:

1-й кооператив	3 полных 1 полуполную 3 пустых	Итого меду $3^1/_2$ бочки
2-й кооператив	2 полных 3 полуполных 2 пустых	Итого меду $3^1/_2$ бочки
3-й кооператив	2 полных 3 полуполных 2 пустых	Итого меду $3^1/_2$ бочки

По другому способу кооперативы получают:

1-й кооператив	3 полных 1 полуполную 3 пустых	Итого меду $3^1/_2$ бочки
2-й кооператив	3 полных 1 полуполную 3 пустых	Итого меду $3^1/_2$ бочки
3-й кооператив	1 полную 5 полуполных 1 пустую	Итого меду $3^1/_2$ бочки

Мишины котята

Нетрудно понять, что $^3/_4$ котенка есть четвертая доля всех котят. Значит, всех котят было вчетверо больше, чем $^3/_4$, то есть три. Действительно, $^3/_4$ от трех составляет $2^1/_4$, и остается $^3/_4$ котенка.

Почтовые марки

Эта задача имеет только одно решение.
Гражданин купил:

50 копеечных марок	1 штуку
10 копеечных «	39 штук
1 копеечных «	60 «

Действительно, всех марок 1 + 39 + 60 = 100 штук.
А стоят они 50 + 390 + 60 = 500 копеек.

Сколько монет?

Задача имеет четыре решения. Вот они:

	I способ	II способ	III способ	IV способ
Рубли	1	2	3	4
Гривенники .	36	25	14	3
Копейки. . .	5	15	25	35
Всех монет	42	42	42	42

Носки и перчатки

Достаточно трех носков, так как два из них всегда будут одинакового цвета. Не так просто обстоит дело с перчатками, которые отличаются друг от друга не только цветом, но еще и тем, что половина перчаток правые, а половина — левые. Здесь достаточно будет 21 перчатки. Если же

доставать меньшее количество, например 20, то может случиться, что все 20 будут на одну и ту же руку (10 коричневых левых и 10 черных левых).

„Книжный червь"

Обычно отвечают, что «червь» прогрыз 800 + 800 страниц да еще две крышки переплета. Но это не так. Поставьте рядом две книги: первую налево, вторую направо, как показано на рисунке на стр. 328. И тогда посмотрите, сколько страниц между первой страницей первой книги и последней страницей второй книги.

Вы убедитесь, что между ними нет *ничего,* кроме двух крышек переплета.

«Книжный червь» испортил, значит, только переплеты книг, не тронув их листов.

Пауки и жуки

Чтобы решить эту задачу, нужно прежде всего припомнить из естественной истории, сколько ног у жуков и сколько у пауков: у жука шесть ног, у паука — восемь.

Зная это, предположим, что в коробке были одни только жуки, числом восемь штук. Тогда всех ног было бы $6 \times 8 = 48$, на шесть меньше, чем указано в задаче. Попробуем теперь заменить одного жука пауком. От этого число ног увеличится на два, потому что у паука не шесть ног, а восемь.

Ясно, что, если мы сделаем три такие замены, мы доведем общее число ног в коробке до требуемых 54. Но тогда из восьми жуков останется только пять, остальные будут пауки.

Итак, в коробке было пять жуков и три паука.

Проверим: у пяти жуков 30 ног, у трех пауков 24 ноги, а всего $30 + 24 = 54$, как и требует условие задачи.

Можно решить задачу и иначе. Л именно: можно предположить, что в коробке были только пауки — восемь штук. Тогда всех ног оказалось бы $8 \times 8 = 64$, на 10 больше, чем указано в условии. Заменив одного паука жуком, мы уменьшим число ног на две. Нужно сделать пять таких замен, чтобы свести число ног к требуемым 54. Иначе говоря, из восьми пауков надо оставить только трех, а остальных заменить жуками.

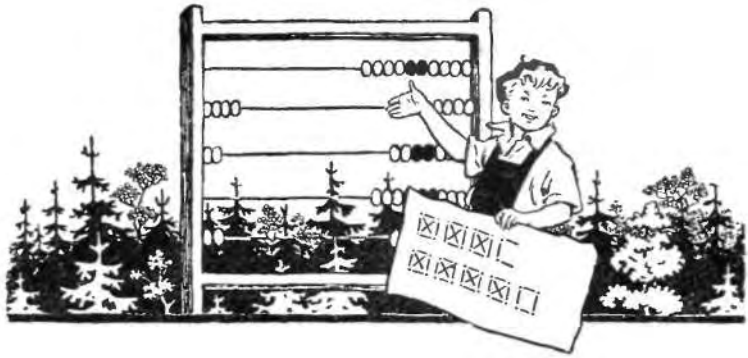
Семеро друзей

Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли встречаться только через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел есть 420.

Следовательно, друзья сходились все вместе только один раз в 420 дней.

Продолжение предыдущей

Каждый из восьми присутствующих (хозяин и семь друзей) чокается с семью остальными: всего, значит, сочетаний по два насчитывается $8 \times 7 = 56$. Но при этом каждая пара считалась дважды (например, третий гость с пятым и пятый с третьим считались за разные пары). Следовательно, стаканы звучали $56/2 = 28$ раз.



УМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СЧИТАТЬ?

Умеете ли вы считать?

Вопрос, пожалуй, даже обидный для человека старше трехлетнего возраста. Кто не умеет считать? Чтобы произносить подряд «один», «два», «три», особого искусства не требуется. И все же, я уверен, вы не всегда хорошо справляетесь с таким, казалось бы, простым делом. Все зависит от того, что считать. Нетрудно пересчитать гвозди в ящике. Но пусть в нем лежат не одни только гвозди, а вперемешку гвозди с винтами; требуется установить, сколько тех и других отдельно. Как вы тогда поступите? Разберете груду на гвозди и винты отдельно, а затем пересчитаете их?

Такая задача возникает и перед хозяйкой, когда ей приходится считать белье для стирки. Она раскладывает сначала белье по сортам: сорочки в одну кучу, полотенца — в другую, наволочки — в третью и т. д. И, лишь провозившись с этой довольно утомительной работой, приступает она к счету штук в каждой кучке.

Вот это и называется не уметь считать! Потому что такой способ счета неоднородных предметов довольно неудобен, хлопотлив, а зачастую даже и вовсе неосуществим. Хорошо, если вам приходится считать гвозди или белье: их лег

ко раскидать по кучкам. Но поставьте себя в положение лесовода, которому необходимо сосчитать, сколько на гектаре растет сосен, сколько на том же участке елей, берез и осин. Тут уж рассортировать деревья, сгруппировать их предварительно по породам нельзя. Что же, вы станете считать сначала только сосны, потом только ели, потом одни березы, затем осины? Четыре раза обойдете участок?

Нет ли способа сделать это проще, одним обходом участка? Да, такой способ есть, и им издавна пользуются работники леса. Покажу, в чем он состоит, на примере гвоздей и винтов.

Чтобы в один прием сосчитать, сколько в коробке гвоздей и сколько винтов, не разделяя их сначала по сортам, запаситесь карандашом и листком бумаги, разграфленным по такому образцу:

Гвоздей	Винтов

Затем начинайте счет. Берите из коробки первое, что попадется под руку. Если это гвоздь, вы делаете на листке бумаги черточку в графе гвоздей; если винт — отмечаете его черточкой в графе винтов. Берете вторую вещь и поступаете таким же образом. Берете третью вещь и т. д., пока не опорожнится весь ящик. К концу счета на бумажке окажется в графе гвоздей столько черточек, сколько было в коробке гвоздей, а в графе винтов — столько черточек, сколько было винтов. Остается только подытожить черточки на бумаге.

Рис. 245.

Счет черточек можно упростить и ускорить, если не ставить их просто одну под другой, а собирать по пяти в такие, например, фигурки, какая изображена на рис. 245.

Квадратики этого вида лучше группировать парами, то есть после первых 10 черточек ставить 11-ю в новую колонку; когда во второй колонке вырастут два квадрата, начинают следующий квадрат в третьей колонке и т. д. Черточки будут располагаться тогда примерно в таком виде, как показано на рис. 246.

Рис. 246.

Считать так расположенные черточки очень легко: вы сразу видите, что тут три полных десятка, один пяток и еще три черточки, то есть всего 30 + 5 + 3 = 38.

Рис. 247.

Можно пользоваться фигурками и иного вида; часто, например, употребляют такие значки, где каждый полный квадратик означает 10 (рис. 247).

При счете деревьев разных пород на участке леса вы должны поступить совершенно таким же образом, но на листке бумаги у вас будут уже не две графы, а четыре.

Удобнее здесь иметь графы не стоячие, а лежачие. До подсчета листок имеет, следовательно, такой вид:

Сосен	
Елей	
Берез	
Осин	

В конце же подсчета получается на листке примерно то, что показано на рис. 248.

СОСЕН	
ЕЛЕЙ	
БЕРЕЗ	
ОСИН	

Рис. 248.

Подвести окончательный итог здесь очень легко:

Сосен	53	Берез	46
Елей	79	Осин	37

Тем же приемом счета пользуется и медик, считая под микроскопом, сколько во взятой пробе крови оказывается красных шариков и сколько белых.

Если вам понадобится сосчитать, например, какие растения и в каком числе растут на небольшом участке луга, вы уже будете знать, как справиться с этой задачей в возможно короткий срок. На листке бумаги заранее выпишите названия замеченных растений, отведя для каждого особую графу и оставив несколько свободных граф про запас для тех растений, которые вам могут еще попасться. Вы начнете подсчет с такой, например, бумажкой, какая указана на рис. 248.

Дальше поступают так же, как и при подсчете на участке леса.

Зачем считать деревья в лесу?

Для чего, собственно, надо считать деревья в лесу? Городским жителям это представляется даже и вовсе невозможным делом. В романе Л. Н. Толстого «Анна Каренина» знаток сельского хозяйства Левин спрашивает своего не сведущего в этом деле родственника, собирающегося продать лес:

«— Счел ли ты деревья?

— Как счесть деревья? — с удивлением отвечает тот. — «Сочесть пески, лучи планет хотя и мог бы ум высокий...»

— Ну да, а ум высокий Рябинина (купца. — *Я.П.*) может. И ни один мужик не купит, не считая».

Деревья в лесу считают для того, чтобы определить, сколько в нем кубических метров древесины. Пересчитывают деревья не всего леса, а определенного участка — в четверть или половину гектара, — выбранного так, чтобы густота, состав, толщина и высота его деревьев были средние в данном лесу. Для удачного выбора такой пробной площадки нужно, конечно, иметь опытный глаз. При подсчете недостаточно определять число деревьев каждой породы — необходимо еще знать, сколько имеется стволов каждой толщины: сколько 25 сантиметровых, 30 сантиметровых, 35 сантиметровых и т. д. В счетной ведомости окажется поэтому не четыре графы, как в нашем упрощенном примере, а гораздо больше.

Вы можете представить себе теперь, какое множество раз пришлось бы обойти лес, если бы считать деревья обычным путем, а не так, как здесь объяснено.

Как видите, счет является простым и легким делом только тогда, когда считают предметы однородные. Если же надо приводить в известность число разнородных предметов, то приходится пользоваться особыми, объясненными сейчас приемами, о существовании которых многие и не подозревают,

БЫСТРЫЙ СЧЕТ

(простые приемы устного счета)

Здесь собраны простые и легко усваиваемые приемы быстрого устного счета. Пользующиеся этими приемами должны помнить, что успешное овладение ими предполагает не механическое, а вполне сознательное распоряжение приемами и, кроме того, более или менее продолжительную тренировку. Зато, усвоив рекомендуемые приемы, можно выполнять быстрые расчеты в уме с такой же безошибочностью, как и при письменных вычислениях.

Умножение на однозначное число

§ 1. Чтобы устно умножить число на однозначный множитель (например, 27×8), выполняют действие, начиная с умножения не единиц, как при письменном умножении, а иначе: умножают сначала десятки множимого (20×8=160), затем единицы (7×8=56) и оба результата складывают (160+56 = =216).

Еще примеры:

$$34\times7=30\times7+4\times7=210+28=238,$$
$$47\times6=40\times6+7\times6=240+42=282.$$

§ 2. Полезно знать на память таблицу умножения до 19Х9:

	2	3	4	5	6	7	8	9
11	22	33	44	55	63	77	88	99
12	24	36	48	60	72	84	96	108
13	26	39	52	65	78	91	104	117
14	28	42	56	70	84	98	112	126
15	30	45	60	75	90	105	120	135
16	32	48	64	80	96	112	128	144
17	34	51	68	85	102	119	136	153
18	36	54	72	90	108	126	144	162
19	38	57	76	95	114	133	152	171

Зная эту таблицу, можно умножение, например 147× 8, выполнить в уме так:

$$147\times8= 140\times8+7\times8= 1120+56=1176.$$

§ 3. Когда одно из умножаемых чисел разлагается на однозначные множители, удобно бывает последовательно умножать на эти множители. Например:

$$225\times6=225\times2\times3=450\times3+1350.$$

Умножение на двузначное число

§ 4. Умножение на двузначное число стараются облегчить для устного выполнения, приводя это действие к более привычному умножению на однозначное число.

Когда множимое однозначное, мысленно переставляют

множители и выполняют действие, как указано в § 1. Например:

$$6\times28=28\times6=120+48=168.$$

§ 5. Если оба множителя двузначные, мысленно разбивают один из них на десятки и единицы. Например:

$$29\times12=29\times10+29\times2=290+58=348.$$
$$41\times16=41\times10+41\times6=410+246=656.$$

(или $41\times16=16\times41=16\times40+16=640+16=656$).

Разбивать на десятки и единицы выгоднее тот множитель, в котором они выражены меньшими числами.

§ 6. Если множимое или множитель легко разложить в уме на однозначные числа (например, $14=2\times7$), то пользуются этим, чтобы уменьшить один из множителей, увеличив другой во столько же раз (сравни § 3). Например:

$$45\times14=90\times7=630.$$

Умножение и деление на 4 и на 8

§ 7. Чтобы устно умножить число на 4, его дважды удваивают. Например:

$$112\times4=224\times2=448.$$
$$335\times4=670\times2=1340.$$

§ 8. Чтобы устно умножить число на 8, его трижды удваивают. Например:

$$217\times8=434\times4=868\times2=1736.$$

Другой способ устного умножения на 8 состоит в том, что приписывают к множимому нуль и вычитают удвоенное множимое (то есть в итоге умножают на 10—2):

$$217\times8=2170—434=1736.$$

Еще удобнее:

$$217\times8=200\times8+17\times8=1600+136=1736.$$

§ 9. Чтобы устно разделить число на 4, его дважды делят пополам. Например:

$$76:4=38:2=19.$$
$$236:4=118:2=59.$$

§ 10. Чтобы устно разделить число на 8, его трижды делят пополам.

Например:

$$464:8=232:4=116:2=58.$$
$$516:8=258:4=129:2=64\,{}^{1}/_{2}.$$

Умножение на 5 и на 25

§ 11. Чтобы устно умножить число на 5, умножают его на 10/2, то есть приписывают к числу нуль и делят пополам. Например:

$$74\times5=740:2=370.$$
$$243\times5=2430:2=1215.$$

При умножении на 5 числа четного удобнее сначала делить его пополам и к полученному приписать нуль. Например:

$$74\times5=74/2\times10=370.$$

§ 12. Чтобы устно умножить число на 25, умножают его на 100/4, то есть, если число кратно 4, делят на 4 и к частному приписывают два нуля. Например:

$$72\times25=72/4\times100=1800.$$

Если же число при делении на 4 дает остаток, то

при остатке	приписывают к частному
1	25
2	50
3	75

Основание приема ясно из того, что $100:4=25$; $200:4=50$; $300:4=75$.

Умножение на $1^1/_2$, на $1^1/_4$, на $2^1/_2$, на $^3/_4$

§ 13. Чтобы устно умножить число на $1^1/_2$, прибавляют к множимому его половину. Например:

$$34\times11/2=34+17=51.$$
$$23\times1^1/_2=23+11^1/_2=34^1/_2 \text{ (или 34,5).}$$

§ 14. Чтобы устно умножить число на $1^1/_4$, прибавляют к множимому его четверть. Например:

$$48\times1^1/_4=48+12=60.$$
$$58\times1^1/_4=58+14^1/_2=72^1/_2 \text{ (или 72,5).}$$

§ 15. Чтобы устно умножить число на $2^1/_2$, к удвоенному числу прибавляют половину множимого. Например:

$$18\times2^1/_2=36+9=45.$$
$$39\times2^1/_2=78+19^1/_2=97^1/_2 \text{ (или 97,5).}$$

Другой способ состоит в умножении на 5 и делении пополам:

$$18\times27\tfrac{1}{2}=90:2=45.$$

§ 16. Чтобы устно умножить число на $\tfrac{3}{4}$ (то есть чтобы найти $\tfrac{3}{4}$ этого числа), умножают число на $1\tfrac{1}{2}$ и делят пополам. Например:

$$30\times\tfrac{3}{4}=(30+15)/2=22\tfrac{1}{2} \qquad \text{(или 22,5).}$$

Видоизменение способа состоит в том, что от множимого отнимают его четверть или к половине множимого прибавляют половину этой половины.

Умножение на 15, на 125, на 75

§ 17. Умножение на 15 заменяют умножением на 10 и на $1\tfrac{1}{2}$ (потому что $10\times1\tfrac{1}{2}=15$). Например:

$$18\times15=18\times1\tfrac{1}{2}\times10=270.$$
$$45\times15=450+225=675.$$

§ 18. Умножение на 125 заменяют умножением на 100 и на $1\tfrac{1}{4}$ (потому что $100\times1\tfrac{1}{4}=125$). Например:

$$26\times125=26\times100\times1\tfrac{1}{4}=2600+650=3250.$$

$$47\times125=47\times100\times174=4700+4700/4=4700+1175=5875.$$

§ 19. Умножение на 75 заменяют умножением на 100 и на $\tfrac{3}{4}$ (потому что $100\times\tfrac{3}{4}=75$). Например:

$$18\times75=18\times100\times\tfrac{3}{4}=1800\times\tfrac{3}{4}=(1800+900)/2=1350.$$

Примечание. Некоторые из приведенных примеров удобно выполняются также приемом § 6:

$$18\times15=90\times3=270.$$
$$26\times125=130\times25=3250.$$

Умножение на 9 и на 11

§ 20. Чтобы устно умножить число на 9, приписывают к нему нуль и отнимают множимое. Например:

$$62\times9=620-62=600-42=558.$$
$$73\times9=730-73=700-43=657.$$

§ 21. Чтобы устно умножить число на 11, приписывают к нему нуль и прибавляют множимое. Например:

$$87\times11=870+87=957.$$

Деление на 5, на $1^1/_2$, на 15

§ 22. Чтобы устно разделить число на 5, отделяют запятой в удвоенном числе последнюю цифру. Например:

$$68:5 = 136/10 = 13{,}6.$$

$$237:5 = 474/10 = 47{,}4.$$

§ 23. Чтобы устно разделить число на $1^1/_2$, делят удвоенное число на 3. Например:

$$36:1^1/_2 = 72:3 = 24.$$
$$53:1^1/_2 = {}^2\ 106:3 = 35^1/_3.$$

§ 24. Чтобы устно разделить число на 15, делят удвоенное число на 30. Например:

$$240:15 = 480:30 = 48:3 = 16.$$
$$462:15 = 924:30 = 30^{24}/_{30} = 30^4/_5 = 30{,}8$$
(или $924:30 = 308:10 = 30{,}8$).

Возвышение в квадрат

§ 25. Чтобы возвысить в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5 (например, 85), умножают число десятков (8) на него же, плюс единица ($8 \times 9 = 72$) и приписывают 25 (в нашем примере получается 7225). Еще примеры:

$$25^2;\ 2 \times 3 = 6;\ 625.$$
$$45^2;\ 4 \times 5 = 20;\ 2025.$$
$$145^2;\ 14 \times 15 = 210;\ 21\,025.$$

Прием этот вытекает из формулы

$$(10x + 5)^2 = 100x^2 + 100x + 25 = 100x(x + 1) + 25.$$

§ 26. Указанный сейчас прием приложим и к десятичным дробям, оканчивающимся цифрой 5:

$$8{,}5^2 = 72{,}25;\quad 14.5^2 = 210{,}25;$$
$$0{,}35^2 = 0{,}1225;\ \text{и т. п.}$$

§ 27. Так как $0{,}5 = {}^1/_2$, а $0{,}25 = {}^1/_4$, то приемом § 25 можно пользоваться также и для возвышения в квадрат чисел, оканчивающихся дробью $^1/_2$:

$$(8^1/_2)^2 = 72^1/_4.$$
$$(14^1/_2)^2 = 210^1/_4,\ \text{и т. п.}$$

§ 28. При устном возвышении в квадрат часто удобно бывает пользоваться формулой

$$(a \pm в)^2 = a^2 + в^2 \pm 2ав$$

Например:

$$41^2=40^2+1+2\times40=1601+80=1681.$$
$$69^2=70^2+1-2\times70=4901-140=4761.$$
$$36^2=(35+1)^2=1225+1+2\times35=1296.$$

Прием удобен и для чисел, оканчивающихся на 1, 4, 6 и 9.

Вычисления по формуле

$$(a+в)(a-в)=a^2-в^2$$

§ 29. Пусть требуется выполнить устно умножение 52×48. Мысленно представляем эти множители в виде $(50+2)\times(50-2)$ и применяем приведенную в заголовке формулу:

$$(50+2)\times(50-2)=50^2-2^2=2496.$$

Подобным же образом поступают во всех вообще случаях, когда один множитель удобно представить в виде суммы двух чисел, другой — в виде разности тех же чисел:

$$69\times71=(70-1)\times(70+1)=4899.$$
$$33\times27=(30+3)\times(30-3)=891.$$
$$53\times57=(55-2)\times(55+2)=3021.$$
$$84\times86=(85-1)\times(85+1)=7224.$$

§ 30. Указанным сейчас приемом удобно пользоваться и для вычислений следующего рода:

$$1\,{}^1/_2\times6\,{}^1/_2=(7+{}^1/_2)\times(7-{}^1/_2)=48\,{}^3/_4.$$
$$11\,{}^3/_4\times12\,{}^1/_4=(12-{}^1/_4)\times(12+{}^1/_4)=143\,{}^{15}/_{16}.$$

Полезно запомнить:

$$37\times3=111.$$

Запомнив это, легко выполнять устно умножение числа 37 на 6, 9, 12 и т. п.

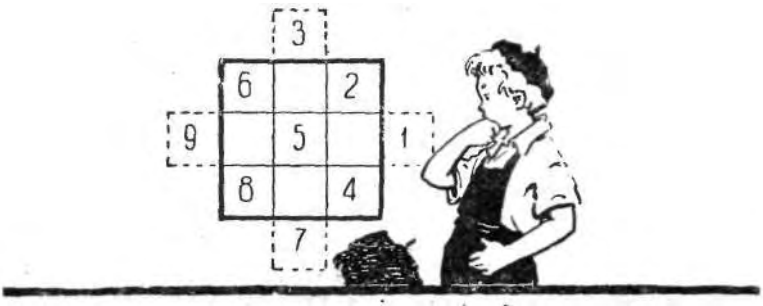
$$37\times6=37\times3\times2=222.$$
$$37\times9=37\times3\times3=333.$$
$$37\times12=37\times3\times4=444.$$
$$37\times15=37\times3\times5=555,\ \text{и т. д.}$$
$$7\times11\times13=1001.$$

Запомнив это, легко выполнять устно умножения следующего рода:

$77\times13=1001.$	$91\times11=1001.$
$77\times26=2002.$	$91\times22=2002.$
$77\times39=3003$	$91\times33=3003$
и т. д.	и т. д.

$$143 \times 7 = 1001,$$
$$143 \times 14 = 2002,$$
$$143 \times 21 = 3003$$
и т. д.

Здесь указаны только простейшие, наиболее удобоприменимые способы устного выполнения действий умножения, деления и возвышения в квадрат. Практикуясь, вдумчивый читатель выработает для себя ряд еще и других приемов, облегчающих вычислительную работу.



МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

Наименьший магический квадрат

Составление магических, или волшебных, квадратов — старинный и еще сейчас весьма распространенный вид математических развлечений. Задача состоит в отыскании такого расположения последовательных чисел (начиная с 1) по клеткам разграфленного квадрата, чтобы суммы чисел во всех строках, столбцах и по обеим диагоналям квадрата были одинаковы.

Наименьший магический квадрат — 9 клеточный; легко убедиться испытанием, что магический квадрат из четырех клеток существовать не может. Вот образчик 9 клеточного магического квадрата:

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Рис. 249.

Сложим ли мы в этом квадрате числа 4 + 3 + 8, или 2 + 7 + 6, или 3 + 5 + 7, или 4 + 5 + 6, или любой другой ряд из трех чисел, мы во всех случаях получим одну и ту же сумму 15. Итог этот можно предвидеть, не составляя еще самого квадрата: три строки квадрата — верхняя, средняя и нижняя — должны заключать все его 9 чисел, составляющие в сумме

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

С другой стороны, сумма эта должна быть равна, очевидно, утроенному итогу одной строки. Отсюда для каждой строки имеем итог:

$$45 : 3 = 15.$$

Подобным же образом можно заранее определить сумму чисел строки или столбца любого магического квадрата, состоящего из какого угодно числа клеток. Для этого нужно сумму всех чисел квадрата разделить на число его строк.

Повороты и отражения

Составив один магический квадрат, легко получить его видоизменения, то есть найти ряд новых магических квадратов. Если, например, мы составили квадрат (рис. 250), то, повернув его мысленно на четверть полного оборота (на 90°), получим другой магический квадрат (рис. 251):

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Рис. 250.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Рис. 251.

Дальнейшие повороты — на 180° (половину полного оборота) и на 270° (три четверти полного оборота) — дадут еще два видоизменения начального квадрата.

Каждый из вновь полученных магических квадратов можно, в свою очередь, видоизменить, если представить себе, что он как бы отражен в зеркале. На рис. 252 показаны начальный квадрат и одно из его зеркальных отражений.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Рис. 252.

Проделав с 9 клеточным квадратом все повороты и отражения, получаем следующие его видоизменения (рис. 253):

6	1	8
7	6	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2	7	6
9	5	1
4	3	8

6	7	2
1	5	9
8	3	4

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	9	4
7	5	3
6	1	8

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Рис. 253.

Это полный набор всех магических квадратов, какие вообще могут быть составлены из первых девяти чисел.

Способ Баше

Познакомимся со старинным приемом составления нечетных магических квадратов, то есть квадратов из любого нечетного числа клеток: 3×3, 5×5, 7×7 и т. п. Прием этот предложен в XVII веке французским математиком Баше. Так как способ Баше пригоден, между прочим, и для 9 клеточного квадрата, то удобнее всего начать описание способа именно с этого наиболее простого примера. Итак, приступим к составлению 9 клеточного магического квадрата по способу Баше.

Начертив квадрат, разграфленный на девять клеток, пишем по порядку числа от 1 до 9, располагая их косыми рядами по три в ряд, как показано на рис. 254.

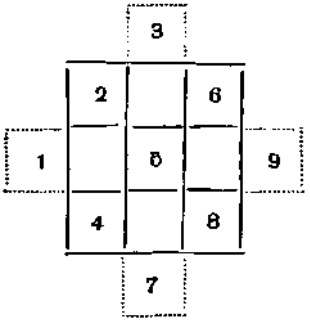


Рис. 254.

Числа, стоящие вне квадрата, вписываем внутрь его так, чтобы они примкнули к противолежащим сторонам квадрата (оставаясь в тех же столбцах или строках, что и раньше). В результате получаем квадрат:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Рис. 255

Применим правило Баше к составлению квадрата из 5×5 клеток. Начинаем с расположения:

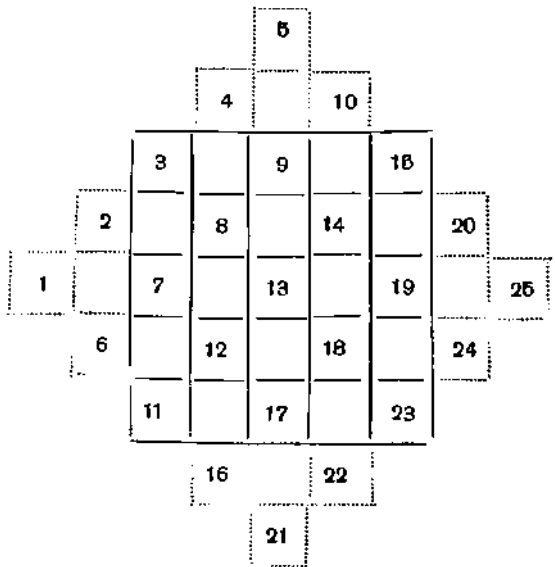


Рис. 256.

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Рис. 257.

Остается только числа, оказавшиеся за рамками квадрата, ввести внутрь его. Для этого нужно фигуры, образованные числами, стоящими вне квадрата («террасы»), мысленно вдвинуть в квадрат так, чтобы эти фигуры примкнули к противолежащим сторонам квадрата. Получится магический 25 клеточный квадрат (рис. 257).

Обоснование этого простого приема довольно сложно;

читатели могут удостовериться на практике, что способ правилен.

Составив один магический квадрат из 25 клеток, вы путем поворотов и отражений можете получить его видоизменения.

Индийский способ

Способ Баше, или, как его иначе называют, «способ террас», — не единственный для составления квадратов с нечетным числом клеток. Из других существующих способов сравнительно несложен весьма древний прием, придуманный, как полагают, в Индии еще до начала нашего летосчисления. Его можно изложить кратко в шести правилах. Внимательно прочтите все правила, а затем проследите их применение на примере магического квадрата из 49 клеток (рис. 258).

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

Рис. 258

1. В середине верхней строки пишут 1, а в самом низу соседнего справа столбца — 2.
2. Следующие числа пишут по порядку в диагональном направлении вправо вверх.
3. Дойдя до правого края квадрата, переходят к крайней левой клетке ближайшей вышележащей строки.
4. Дойдя до верхнего края квадрата, переходят к самой нижней клетке соседнего справа столбца.

Примечание. Дойдя до правой верхней угловой клетки, переходят к левой нижней.

5. Дойдя до уже занятой клетки, переходят к клетке, лежащей непосредственно под последней заполненной клеткой.

6. Если последняя заполненная клетка находится в нижнем ряду квадрата, переходят к самой верхней клетке в том же столбце.

Руководствуясь этими правилами, можно быстро составлять магические квадраты с любым нечетным числом клеток.

Если число клеток квадрата не делится на 3, можно начинать составление магического квадрата не по правилу 1, а по другому правилу.

Единицу можно написать в любой клетке диагонального ряда, идущего от средней клетки крайнего левого столбца к средней клетке самой верхней строки квадрата. Все последующие числа вписываются согласно правилам 2—5.

Это дает возможность составить по индийскому способу не один, а несколько квадратов. Как пример даем следующий магический квадрат из 49 клеток (рис. 259).

32	41	43	3	12	21	23
40	49	2	11	20	22	31
48	1	10	19	28	30	39
7	9	18	27	29	38	47
8	17	26	35	37	46	6
16	25	34	36	45	5	14
24	33	42	44	4	13	15

Рис. 259.

Упражнение. Составьте по индийскому способу несколько магических квадратов из 25 и из 45 клеток. Из полученных квадратов составьте еще несколько с помощью поворотов и отражений.

Квадраты с четным числом клеток

Для составления магических квадратов с четным числом клеток еще не найдено общего и удобного правила. Сравнительно простой прием существует лишь для таких четных квадратов, число клеток которых делится без остатка на 16; число клеток в стороне этих квадратов кратно 4, то есть сторона их состоит из 4, из 8, из 12 и т. д. клеток.

Условимся, какие клетки мы будем называть «противолежащими» друг другу. На рис. 260 показаны для примера две пары противолежащих клеток: одна пара обозначена крестиками, другая — кружочками.

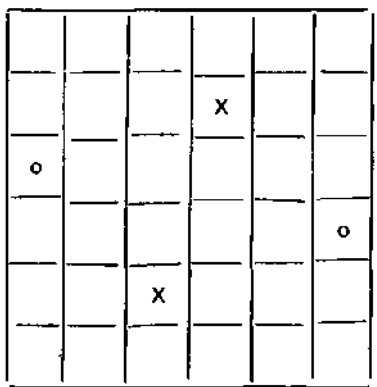


Рис. 260.

Мы видим, что если клетка находится во втором сверху ряду на четвертом слева месте, то противолежащая ей клетка находится во втором снизу ряду на четвертом справа месте. (Читателю полезно поупражняться в нахождении еще нескольких пар противолежащих клеток.) Заметим, что для клеток, взятых в диагональном ряду, противолежащие расположены на этой же диагонали.

• Способ составления квадратов с указанным числом клеток в стороне объясним на примере квадрата из 8 X 8 клеток. Начинают с того, что вписывают в клетки по порядку все числа от 1 до 64 (рис. 261).

В полученном квадрате диагональные ряды дают одинаковую сумму — 260, как раз такую, какая и должна быть в ма

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Рис. 261.

гическом квадрате из 8×8 клеток. (Проверьте это!) Но строки и столбцы этого квадрата имеют другие суммы. Так, первая верхняя строка дает в сумме всего 36, то есть на 224 меньше, чем требуется (260—36); восьмая, самая нижняя, строка дает в сумме 484, то есть на 224 больше, чем требуется (484—260). Замечая, что каждое число восьмой строки на 56 больше находящегося над ним числа первой строки и это $224 = 4 \times 56$, приходим к выводу, что можно уравнять суммы этих строк, если половину чисел первой строки обменять местами с находящимися под ними числами восьмой строки; например, числа 1, 2, 3, 4 обменять местами с числами 57, 58, 59, 60.

Сказанное о первой и восьмой строках верно так же для строк второй и седьмой, третьей и шестой, вообще для каждой пары строк, равноотстоящих от крайних. Производя обмен чисел во всех строках, получим квадрат с одинаковыми суммами строк.

Необходимо, однако, чтобы и столбцы давали ту же сумму. При первоначальном расположении чисел мы могли бы достигнуть этого путем такого же обмена чисел, какой мы произвели сейчас с числами строк. Но теперь, после перестановок в строках, дело осложнилось. Чтобы быстро отыскать числа.

подлежащие обмену, существует следующий прием, которым можно пользоваться с самого начала: вместо двояких перестановок — в строках и в столбцах — обменивают местами те числа, которые противолежат друг другу (какие числа называются противолежащими, было объяснено на стр. 359). Одного этого правила все же недостаточно — ведь мы установили, что обмену подлежат не все числа ряда, а только половина; остальные числа остаются на прежних местах. Какие же из противолежащих пар надо обменивать?

На этот вопрос отвечают следующие четыре правила:

1. Надо магический квадрат разделить на четыре квадрата, как показано на прилагаемой фигуре (рис. 262).

1x	2	3	4x	5x	6	7	8x
9x	10x	11	12	13	14	15x	16x
17	18x	19x	20	21	22x	23x	24
25	26	27x	28x	29x	30x	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Рис. 262.

2. В левом верхнем квадрате отметить крестиками половину всех клеток так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке этого квадрата была отмечена ровно половина входящих в них клеток. Это можно сделать различными способами — например, так, как показано на приведенной выше фигуре (рис. 262).

3. В правом верхнем квадрате отметить крестиками клетки, симметричные тем, которые были отмечены в левом верхнем квадрате.

4. Теперь остается числа, находящиеся в отмеченных клетках, поменять местами с числами, находящимися в противолежащих клетках.

В результате всех проделанных перестановок получается магический квадрат из 64 клеток, который здесь приведен (рис. 263).

64	2	3	61	60	6	7	57
56	55	11	12	13	14	50	49
17	47	46	20	21	43	42	24
25	26	38	37	36	35	31	32
33	34	30	29	28	27	39	40
41	23	22	44	45	19	18	48
16	15	51	52	53	54	10	9
8	58	59	5	4	62	63	1

Рис. 263.

Мы могли бы, однако, и многими другими способами отметить клетки в левом верхнем квадрате, причем правило 2 было бы соблюдено.

Это можно сделать, например, так, как показано на помещенном здесь рисунке 264.

Читатель несомненно сам найдет еще очень много способов расстановки крестиков в клетках левого верхнего квадрата.

Пользуясь затем правилами 3 и 4, можно будет получить еще несколько магических квадратов из 64 клеток.

Таким же способом можно построить магические квадраты, состоящие из 12×12, 16×16 и т. д. клеток.

Предлагаем читателю самостоятельно проделать это.

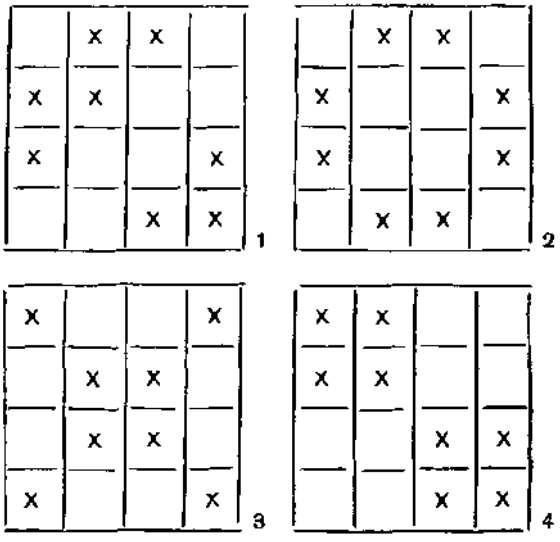


Рис. 264.

Откуда магические квадраты получили свое название

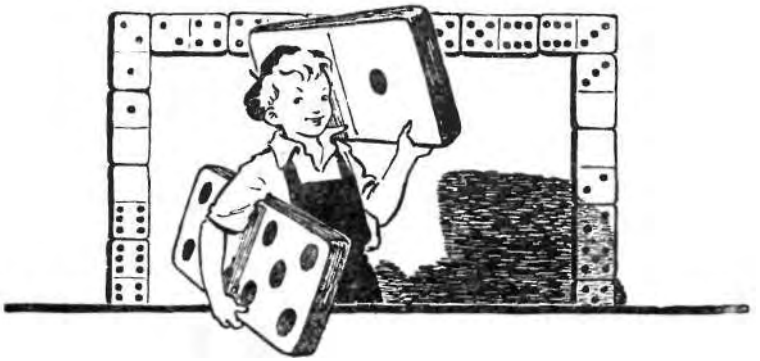
Первое упоминание о магическом квадрате встречается в древней китайской книге, относящейся к эпохе за 4000 — 5000 лет до нашего времени.

Глубже были знакомы с магическими квадратами в древней Индии. Из Индии увлечение магическими квадратами перешло к арабам, которые приписывали этим числовым сочетаниям таинственные свойства.

В Западной Европе в средние века магические квадраты были достоянием представителей мнимых наук — алхимии и астрологии. От старинных суеверных представлений эти числовые квадраты и получили свое необычное в математике название — «магические», то есть волшебные. Астрологи и алхимики верили, что дощечка с изображенным на ней магическим квадратом способна отвратить беду от человека, который носит на себе такой талисман.

Составление магических квадратов не является только забавой. Теорию их разрабатывали многие выдающиеся математики.

Она находит применение в некоторых важных математических вопросах. Так, например, имеется способ решения систем уравнений со многими неизвестными, который использует выводы теории магических квадратов.



АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ИГРЫ И ФОКУСЫ

Домино

Цепь из 28 костей

Почему 28 костей домино можно выложить с соблюдением правил игры в одну непрерывную цепь?

Начало и конец цепи

Когда 28 костей домино выложены в цепь, на одном ее конце оказалось 5 очков.

Сколько очков на другом конце?

Фокус с домино

Ваш товарищ берет одну из костей домино и предлагает вам из остальных 27 составить непрерывную цепь, утверждая, что это всегда возможно, какая бы кость ни была взята. Сам же он удаляется в соседнюю комнату, чтобы не видеть вашей цепи.

Вы приступаете к работе и убеждаетесь, что товарищ ваш прав: 27 костей выложились в одну цепь. Еще удивительнее

то, что товарищ, оставаясь в соседней комнате и не видя вашей цепи, объявляет оттуда, какие числа очков на ее концах.

Как может он это знать? И почему он уверен, что из всяких 27 костей домино составится непрерывная цепь?

Рамка

Рис. 265 изображает квадратную рамку, выложенную из костей домино с соблюдением правил игры. Стороны рамки

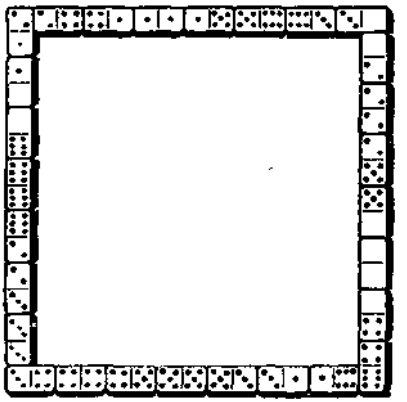


Рис. 265.

равны по длине, но неодинаковы по сумме очков: верхний и левый ряды заключают по 44 очка, остальные же два ряда — 59 и 32.

Можете ли вы выложить такую квадратную рамку, все стороны которой заключали бы одинаковую сумму очков — именно 44?

Семь квадратов

Четыре кости домино можно выбрать так, чтобы из них составился квадратик с равной суммой очков на каждой стороне. Образчик вы видите на рис. 266: сложив очки на каждой стороне квадратика, во всех случаях получите 11.

Рис. 266.

Можете ли вы из полного набора домино составить одновременно семь таких квадратов? Не требуется, чтобы сумма очков на одной стороне получалась у всех квадратов одна и та же: надо лишь, чтобы каждый квадрат имел на своих четырех сторонах одинаковую сумму очков.

Магические квадраты из домино

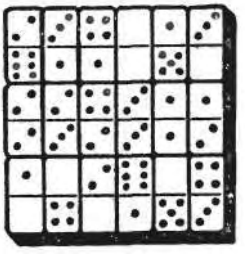


Рис. 267.

На рис. 267 показан квадрат из 18 косточек домино, замечательный тем, что сумма очков любого его ряда — продольного, поперечного или диагонального — одна и та же: 13. Подобные квадраты издавна называются магическими.

Вам предлагается составить несколько таких же 18 косточковых магических квадратов, но с другой суммой очков в ряду. 13 — наименьшая сумма в рядах магического квадрата, составленного из 18 костей. Наибольшая сумма — 23.

Прогрессия из домино

Вы видите на рис. 268 шесть косточек домино, выложенных по правилам игры и отличающихся тем, что число очков на косточках (на двух половинах каждой косточки) возрастает на единицу: начинаясь с 4, ряд состоит из следующих чисел очков: 4; 5; 6; 7; 8; 9.

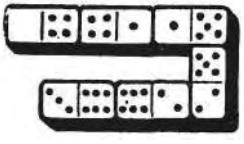


Рис. 268.

Такой ряд чисел, которые возрастают (или убывают) на одну и ту же величину, называется «арифметическая прогрессия». В нашем ряду каждое число больше предыдущего на единицу; но в прогрессии может быть и любая другая разность.

Задача состоит в том, чтобы составить еще несколько 6 косточковых прогрессий.

„Игра в 15", или „такен"

Общеизвестная коробочка с 15 нумерованными квадратными шашками имеет любопытную историю, о которой мало кто из игроков подозревает. Расскажем о ней словами немецкого исследователя игр — математика В. Аренса.

«Около полувека назад — в конце 70 х годов — вынырнула в Соединенных Штатах «игра в 15»; она быстро распространилась и благодаря несчетному числу усердных игроков, которых она заполонила, превратилась в настоящее общественное бедствие.

То же наблюдалось по эту сторону океана, в Европе.

Здесь можно было даже в конках видеть в руках пассажиров коробочки с 15 шашками. В конторах и магазинах хозяева приходили в отчаяние от увлечения своих служащих и вынуждены были воспретить им игру в часы занятий и торговли. Содержатели увеселительных заведений ловко использовали эту манию и устраивали большие игорные турниры. Игра проникла даже в торжественные залы германского рейхстага. «Как сейчас вижу в рейхстаге седовласых людей, сосредоточенно рассматривающих в своих руках квадратную коробочку»,— вспоминает известный географ и математик Зигмунд Гюнтер, бывший депутатом в годы игорной эпидемии.

В Париже игра эта нашла себе приют под открытым небом, на бульварах, и быстро распространилась из столицы по всей провинции. «Не было такого уединенного сельского домика, где не гнездился бы этот паук, подстерегая жертву, готовую запутаться в его сетях», — писал один французский автор.

В 1880 году игорная лихорадка достигла, по видимому, своей высшей точки. Но вскоре после этого тиран был повержен и побежден оружием математики. Математическая теория игры обнаружила, что из многочисленных задач, которые могут быть предложены, разрешима только половина; другая не разрешима никакими ухищрениями.

Стало ясно, почему иные задачи не поддавались самым упорным усилиям и почему устроители турниров отваживались назначать огромные премии за разрешения задач. В этом отношении всех превзошел изобретатель игры, предложивший издателю нью йоркской газеты для воскресного прибавления неразрешимую задачу с премией в 1000 долларов за ее разрешение; так как издатель колебался, то изобретатель выразил полную готовность внести названную сумму из собственного кармана. Имя изобретателя Самуэль (Сам) Лойд. Он приобрел широкую известность как составитель остроумных задач и множества головоломок. Любопытно, что получить в Америке патент на придуманную игру ему не удалось. Согласно инструкции, он должен был представить «рабочую модель» для исполнения пробной партии; он предложил чиновнику патентного бюро задачу, и, когда последний осведомился, разрешима ли она, изобретатель должен был ответить: «Нет, это математически невозможно». «В таком случае, — последовало возражение, — не может быть и рабочей модели, а без модели кет и патента». Лойд удовлетворился этой резолюцией, но, вероятно, был бы более настойчив, если бы предвидел неслыханный успех своего изобретения»[1].

[1] Этот эпизод использован Марком Твеном в его романе «Американ¬ ский претендент»

Приведем собственный рассказ изобретателя игры о некоторых фактах из ее истории:

«Давнишние обитатели царства смекалки, — пишет Лойд, — помнят, как в начале 70 х годов я заставил весь мир ломать голову над коробкой с подвижными шашками, получившей известность под именем «игры в 15». 15 шашек были размещены в квадратной коробочке в правильном порядке, и только шашки 14 и 15 были переставлены, как показано на прилагаемой иллюстрации (рис. 270). Задача состояла в том, чтобы, последовательно передвигая шашки, привести их в нормальное положение, причем, однако, порядок шашек 14 и 15 должен быть исправлен.

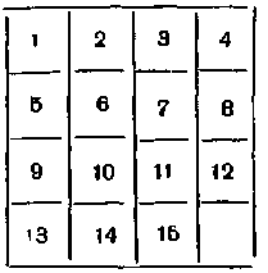


Рис. 269. Нормальное расположение шашек (положение I).

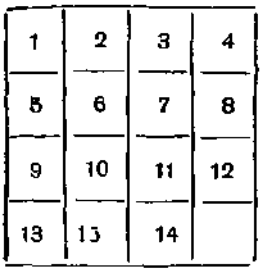


Рис. 270. Неразрешимый случай (положение II).

Премия в 1000 долларов, предложенная за первое правильное решение этой задачи, никем не была заслужена, хотя все без устали решали эту задачу. Рассказывали забавные истории о торговцах, забывавших из за этого открывать свои магазины, о почтенных чиновниках, целые ночи напролет простаивавших под уличным фонарем, отыскивая путь к решению. Никто не желал отказаться от поисков решения, так как все чувствовали уверенность в ожидающем их успехе. Штурманы, говорят, из за игры сажали на мель свои суда, машинисты проводили поезда мимо станций, фермеры забрасывали свои плуги».

Познакомим читателя с начатками теории этой игры. В полном виде она очень сложна и тесно примыкает к одному из отделов высшей алгебры («теории определителей»). Мы

ограничимся лишь некоторыми соображениями, изложенными В. Аренсом.

«Задача игры состоит обыкновенно в том, чтобы посредством последовательных передвижений, допускаемых наличием свободного поля, перевести любое начальное расположение 15 шашек в нормальное, то есть в такое, при котором шашки идут в порядке своих чисел: в верхнем левом углу 1, направо 2, затем 3, потом в верхнем правом углу 4; в следующем ряду слева направо: 5, 6, 7, 8 и т. д. Такое нормальное конечное расположение мы даем здесь на рис. 269.

Вообразите теперь расположение, при котором 15 шашек размещены в пестром беспорядке. Рядом передвижений всегда можно привести шашку 1 на место, занимаемое ею на рисунке.

Точно так же возможно, не трогая шашки 1, привести шашку 2 на соседнее место вправо. Затем, не трогая шашек 1 и 2, можно поместить шашки 3 и 4 на их нормальные места; если они случайно не находятся в двух последних вертикальных рядах, то легко привести их в эту область и затем рядом передвижений достичь желаемого результата. Теперь верхняя строка 1, 2, 3, 4 приведена в порядок, и при дальнейших манипуляциях с шашками мы трогать этого ряда не будем. Таким же путем стараемся мы привести в порядок и вторую строку: 5, 6, 7, 8; легко убедиться, что это всегда достижимо. Далее, на пространстве двух последних рядов необходимо привести в нормальное положение шашки 9 и 13; это тоже всегда возможно. Из всех приведенных в порядок шашек 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 13 в дальнейшем ни одной не перемещают; остается небольшой участок в шесть полей, в котором одно свободно, а пять остальных заняты шашками 10, 11, 12, 14, 15 в произвольном порядке. В пределах этого шестиместного участка всегда можно привести на нормальные места шашки 10, 11, 12. Когда это достигнуто, то в последнем ряду шашки 14 и 15 окажутся размещенными либо в нормальном порядке, либо в обратном (рис. 270). Таким путем, который читатели легко могут проверить на деле, мы приходим к следующему результату.

Любое начальное положение может быть приведено к расположению либо рис. 269, положение *I*, либо рис. 270, положение *II*.

Если некоторое расположение, которое для краткости обозначим буквой *S*, может быть преобразовано в положение *I*, то, очевидно, возможно и обратное — перевести положение *I* в положение *S*. Ведь все ходы шашек обратимы: если, например, в схеме *I* мы можем шашку 12 поместить на свободное

поле, то можно ход этот тотчас взять обратно противоположными движениями.

Итак, мы имеем две серии расположений таких, что положения одной серии могут быть переведены в нормальное *I*, а другой серии — в положение *II*. И, наоборот, из нормального расположения можно получить любое положение первой серии, а из расположения *II* — любое положение второй серии. Наконец, два любых расположения, принадлежащих к одной и той же серии, могут быть переводимы друг в друга.

Нельзя ли идти дальше и объединить эти два расположения — *I* и *II*? Можно строго доказать (не станем входить в подробности), что положения эти не превращаются одно в другое никаким числом ходов. Поэтому все огромное число размещений шашек распадается на две разобщенные серии: 1) на те, которые могут быть переведены в нормальное *I* — это положения разрешимые; 2) на те, которые могут быть переведены в положение *II* и, следовательно, ни при каких обстоятельствах не переводятся в нормальное расположение,— это положения, за разрешение которых назначались огромные премии.

Как узнать, принадлежит ли заданное расположение к первой или ко второй серии? Пример разъяснит это.

Рассмотрим расположение, представленное на рис 271.

1	2	3	4
5	6	7	9
8	10	14	12
13	11	15	

Рис. 271.

Первый ряд шашек в порядке, как и второй, за исключением последней шашки (9). Эта шашка занимает место, которое в нормальном расположении принадлежит 8. Шашка 9 стоит, значит, ранее шашки 8: такое упреждение нормального порядка называют «беспорядок». О шашке 9 мы скажем: здесь имеет место один беспорядок. Рассматривая дальнейшие шашки, обнаруживаем упреждение для шашки 14; она поставлена на три места (шашек 12, 13, 11) ранее своего нормального положения: здесь у нас три беспорядка (14 ранее 12, 14 ранее 13, 14 ранее 11). Всего мы насчитали уже 1 + 3 = 4 беспорядка. Далее, шашка 12 помещена ранее шашки 11, и точно так же шашка 13 ранее шашки 11. Это дает еще два беспорядка. Итого имеем шесть беспорядков. Подобным образом для каждого расположения устанавливают общее число беспорядков, освободив предварительно последнее место в правом нижнем углу. Если общее число беспорядков, как в рассмотренном случае, четное, то заданное расположение может быть приведено к нормальному конечному; другими словами, оно принадлежит к разрешимым. Если же число беспорядков нечетное, то расположение

принадлежит ко второй серии, то есть к неразрешимым (нуль беспорядков принимается за четное число их).

Благодаря ясности, внесенной в эту игру математикой, прежняя лихорадочная страстность в увлечении сейчас совершенно немыслима. Математика создала исчерпывающую теорию игры, — теорию, не оставляющую ни одного сомнительного пункта. Исход игры зависит не от каких либо случайностей, не от находчивости, как в других играх, а от чисто математических факторов, предопределяющих его с безусловной достоверностью».

Обратимся теперь к головоломкам в этой области.

Вот несколько разрешимых задач, придуманных изобретателем игры Лойдом.

Первая задача

Исходя из расположения, показанного на рис. 270, привести шашки в правильный порядок, но со свободным полем в левом верхнем углу (рис. 272).

	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

Рис. 272.

Вторая задача

Исходя из расположения рис. 270, поверните коробку на четверть оборота вправо и передвигайте шашки до тех пор, пока они не примут расположения рис. 273.

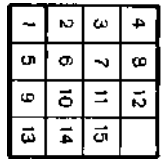


Рис. 273.

Третья задача (рис. 270).

Передвигая шашки согласно правилам игры, превратите коробку в магический квадрат, а именно: разместите шашки так, чтобы сумма чисел была во всех направлениях равна 30.

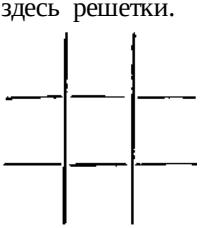
„Игра в 11"

В эту игру играют двое. Кладут на стол 11 спичек (или семечек и т. п.). Первый игрок берет из них одну, две или три спички, сколько пожелает. Затем второй берет тоже одну, две или три спички, по своему желанию. Потом опять берет первый и т. д. Брать больше трех спичек сразу нельзя. Кто возьмет последнюю спичку, тот проигрывает.

Как вы должны играть, чтобы наверное выиграть?

„Игра в 15"

Это не та «игра в 15», которая состоит в передвижении квадратных перенумерованных шашек в небольшой коробке. Предлагаемая игра иного рода и больше похожа на общеизвестную игру в нули и единицы. Играют двое, по очереди. Первый партнер пишет какую нибудь цифру, от 1 до 9, в одной из клеток изображенной здесь решетки.



Второй пишет другую цифру, выбирая квадратик так, чтобы первый игрок очередным ходом не мог закончить ряда из трех цифр (ряд может быть поперечный или диагональный), сумма которых равна 15.

Выигрывает тот, который заканчивает своим ходом ряд с суммой 15 или же заполняет последнюю клетку всей решетки.

Как вы думаете: существует ли способ наверняка выиграть в эту игру?

„Игра в 32"

Играют вдвоем. Кладут на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не бо

лее четырех. Потом опять первый берет не свыше четырех спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выиграет.

Игра очень проста, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, если только правильно рассчитает, сколько спичек ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как должен он играть, чтобы выиграть?

То же, но наоборот

«Игру в 32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает.

Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

„Игра в 27"

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя партнерами и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более четырех спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется четное число спичек.

И тут начинающий имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет. В чем состоит здесь секрет беспроигрышной игры?

На иной лад

При «игре в 27» можно поставить и обратное условие: чтобы считался выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков в этом случае способ беспроигрышной игры?

Арифметическое путешествие

В этой игре могут участвовать несколько человек. Вам надо изготовить для нее:

1) игральную доску (из картона);
2) кубик (из дерева);
3) несколько фишек по числу играющих.

Доску вырезают в виде квадрата из листа картона, желательно большого размера. Квадрат надо разграфить на 10×10 клеток. В клетках расставляют числа от 1 до 100, как показано на нашем уменьшенном рис. 274.

Кубик примерно в 1 см высоты отпиливают от квадратного брусочка; грани сглаживают шкуркой и обозначают цифрами от 1 до 6 (лучше обозначать эти числа точками, как на камнях домино).

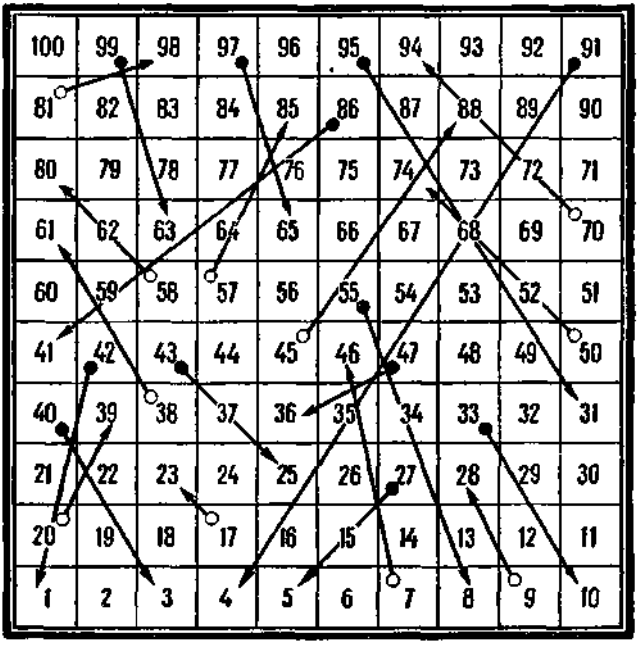


Рис. 274.

Фишками могут служить разноцветные кружочки, квадратики или что нибудь другое.

Игру начинают с того, что участники, взяв по фишке, поочередно бросают кубик. У кого выпадет 6 очков, тот начинает свое продвижение по клеткам доски, поместив фишку на клетку 6. В следующее свое бросание он продвигает фишку вперед на столько клеток, сколько у него выпало очков. Очутившись на клетке, откуда начинается стрелка, фишка должна идти по стрелке до конца — иной раз вперед, а иной раз и назад.

Кто первый дойдет до сотой клетки, тот считается выигравшим.

Задумайте число

Проделайте внимательно над задуманным числом все выкладки, о которых здесь говорится, и я отгадаю результат ваших вычислений.

Если результат иной, проверьте свои выкладки и удостоверьтесь, что ошиблись вы, а не я.

№ 1

Задумайте число

меньше 10
(кроме нуля)

Умножьте его на 3.
К результату прибавьте 2.
Полученное умножьте на 3.
К результату прибавьте задуманное число.
Первую цифру итога зачеркните.
К оставшейся прибавьте 2.
Полученное разделите на 4.
К результату прибавьте 19.

№ 2

Задумайте число

меньше 10

(кроме нуля)

Умножьте его на 5.
Полученное удвойте.
К результату прибавьте 14.
От суммы отнимите 8.
Первую цифру результата зачеркните.
Оставшееся разделите на 3.
К результату прибавьте 10.

№ 3

Задумайте число

меньше 10

(кроме нуля)

Прибавьте к нему 29.
Последнюю цифру результата отбросьте.
Оставшееся умножьте на 10.
К результату прибавьте 4.
Полученное умножьте на 3.
От результата отнимите 2.

№ 4

Задумайте число

меньше 10

(кроме нуля)

Умножьте его на 5.
Полученное удвойте.
От результата отнимите задуманное число.
В полученной разности сложите цифры.
К итогу прибавьте 2.
Сумму возвысьте в квадрат.
От полученного числа отнимите 10.
Разность разделите на 3.

№ 5

Задумайте число

меньше 10

(кроме нуля)

Умножьте его на 25.
Прибавьте 3.
Полученное умножьте на 4.
Зачеркните первую цифру результата.
Оставшееся число возвысьте в квадрат.
Цифры результата сложите.
Прибавьте 7.

№ 6

Задумайте число

из двух цифр

Прибавьте к нему 7.
Сумму отнимите от 110.
К разности прибавьте 15.
Прибавьте к итогу задуманное число.
Полученное число разделите пополам.
От результата отнимите 9.
Разность умножьте на 3.

№ 7

Задумайте число

меньше 100

Прибавьте к нему 12.
Сумму отнимите от 130.
К разности прибавьте 5.
К итогу прибавьте задуманное число.
От суммы отнимите 120.
Разность умножьте на 7.
Отнимите 1.
Оставшееся разделите пополам.
Прибавьте 30.

№ 8

Задумайте любое число

(кроме нуля)

Удвойте его.
К полученному прибавьте 1.
Вновь полученное умножьте на 5.
Отбросьте все цифры, кроме последней.
Оставшуюся цифру умножьте на нее же.
Сложите цифры результата.

№ 9

Задумайте число

меньше 100

Прибавьте к нему 20.
Полученное число отнимите от 170.
От оставшегося отнимите 6.
К разности прибавьте задуманное число.
В полученном числе сложите цифры.
Сумму умножьте на нее же.
От итога отнимите 1.
Полученное разделите пополам.
Прибавьте 8.

№ 10

Задумайте число

из трех цифр

Припишите к нему справа его самого.
Полученное число разделите на 7.
Результат разделите на задуманное число
Полученное разделите на 11.
Результат удвойте.
В полученном числе сложите цифры.

Давайте отгадывать

Затеем с вами, читатель, игру в отгадывание: вы будете задумывать числа, а я отгадывать. Нужды нет, что вас много тысяч и сидите вы с этой книжкой где нибудь в тысяче километров от меня, — все равно отгадаю, какое число у вас в уме.

Начнем.

Задумайте какую хотите цифру. Не смешивайте слов «цифра» и «число»: цифр только 10 — от 0 до 9; чисел же бесконечное множество. Итак, задумывайте любую цифру. Задумали?.. Умножьте ее на 5; только не ошибитесь, иначе у нас ничего не выйдет.

Умножили на 5?.. Хорошо. То, что у вас получилось, умножьте на 2. Сделано?.. Прибавьте 7.

Теперь в том числе, какое вы получили, зачеркните первую цифру; оставьте только последнюю.

Готово?.. К тому, что осталось прибавьте 4. Отнимите 3. Прибавьте 9.

Сделали все, как я просил?.. Ну, так я скажу вам, сколько у вас теперь получилось.

У вас получилось 17.

Разве не так? Хотите еще раз? Давайте!

Задумали цифру?.. Утройте ее. То, что получилось, опять утройте. Теперь к тому числу, какое вы получили, прибавьте то, которое вы задумали.

Сделано?.. К полученному прибавьте 5. Зачеркните в том числе, которое вы сейчас получили, все цифры, кроме последней. Зачеркнули?.. Прибавьте 7. Отнимите 3. Прибавьте 6.

Сказать, какое число у вас теперь в уме?

У вас 15.

Угадал? Если не отгадал, вина ваша. Где нибудь ошиблись в выкладках.

Хотите третий раз попробовать? Извольте.

Задумали цифру?.. Удвойте. Полученное снова удвойте. Вновь полученное опять удвойте. Прибавьте то, что задумали. Еще раз прибавьте то, что задумали. Прибавьте 8. Зачеркните все цифры, кроме последней. От оставшегося числа отнимите 3. Потом прибавьте 7.

У вас теперь 12.

Я мог бы угадать сколько угодно раз и всегда безошибочно. Как же я это делаю?

Вы должны подумать о том, что все здесь напечатанное и написал за несколько месяцев до появления книги и, значит, задолго до того, как вы задумали свои числа. Это доказывает,

что число, которое я отгадываю, нисколько не зависит от того, которое вами задумывается.

А все таки: в чем секрет?

Отгадать число из трех цифр

Задумайте число из трех цифр. Не показывая его мне, удвойте первую цифру; остальные цифры пока отбросьте. К тому, что получилось, прибавьте 5. Полученное умножьте на 5, прибавьте вторую цифру задуманного числа и результат умножьте на 10. К вновь полученному прибавьте третью цифру и сообщите мне, что у вас получилось. Я тотчас скажу, какое число вы задумали.

Возьмем пример. Пусть вы задумали число 387,

Проделываете вы с ним следующие выкладки.

Удваиваете первую цифру: $3 \times 2 = 6$.

Прибавляете 5. $6 + 5 = 11$.

Умножаете на 5. $11 \times 5 = 55$.

Прибавляете вторую цифру: $55 + 8 = 63$.

Умножаете на 10. $63 \times 10 = 630$.

Прибавляете третью цифру: $630 + 7 = 637$.

Число 637 вы сообщаете мне, и я называю число, которое вы задумали.

Как я его отгадываю?

Числовой фокус

Задумайте число.

Прибавьте 1.

Умножьте на 3.

Прибавьте снова 1.

Прибавьте задуманное число.

Скажите, что у вас получилось.

Когда вы называете мне конечный результат всех этих выкладок, я отнимаю 4, остаток делю на 4 и получаю то, что было задумано.

Например, вы задумали число 12.

Прибавили 1 — получили 13.

Умножили на 3 — получили 39.

Прибавили 1 — у вас 40.

Прибавили задуманное число: $40 + 12 = 52$.

Когда вы называете число 52, я отнимаю от него 4, а остав

шееся 48 делю на 4. Получаю 12 — число, которое было вами задумано.

Почему же всегда так получается?

Как отгадать зачеркнутую цифру?

Попросите товарища задумать какое нибудь многозначное число и проделать следующее:

записать задуманное число,
переставить цифры в любом порядке,
вычесть меньшее число из большего,
одну из цифр разности зачеркнуть (но не нуль),
остальные цифры сообщить вам в каком угодно порядке.

В ответ вы называете товарищу зачеркнутую им цифру.

Пример. Товарищ задумал число 3857.

Он проделал затем следующее:

3857,
8735,
8735—3857=4878.

Зачеркнув цифру 7, товарищ называет вам остальные цифры в таком, например, порядке:

8, 4, 8.

По этим цифрам вы можете определить зачеркнутую.

Что вы должны для этого сделать?

Как отгадать число и месяц рождения?

Предложите товарищу написать на листке бумаги число месяца своего рождения и проделать следующие выкладки:

записанное число удвоить,
полученное умножить на 10,
к итогу прибавить 73,
сумму умножить на 5,
к итогу прибавить порядковый номер месяца рождения.

Конечный результат всех выкладок он сообщает вам, и вы называете число и месяц рождения.

Пример. Ваш товарищ родился 17 августа, то есть 17 го числа 8 го месяца. Он проделывает следующее:

$$\begin{aligned} 17 \times 2 &= 34, \\ 34 \times 10 &= 340, \\ 340 + 73 &= 413, \\ 413 \times 5 &= 2065, \\ 2065 + 8 &= 2073. \end{aligned}$$

Число 2073 товарищ сообщает вам, и вы называете ему пату рождения.

Как можете вы это сделать?

Как отгадать возраст собеседника?

Вы можете отгадать возраст вашего собеседника, если попросите его проделать следующее:

написать рядом две цифры, различающиеся больше, чем на 1;

вписать между ними любую третью цифру;

в полученном трехзначном числе переставить цифры в обратном порядке;

вычесть меньшее число из большего;

переставить цифры разности в обратном порядке;

полученное новое число сложить с разностью;

к сумме прибавить свой возраст.

Конечный результат всех выкладок собеседник сообщает вам, и вы называете ему его возраст.

Пример. Вашему собеседнику 23 года. Он проделывает следующее:

25,
275,
572,
572 − 275 = 297,
297 + 792 = 1089,
1089 + 23 = 1112.

Число 1112 собеседник сообщает вам, и вы определяете по чему искомый возраст.

Как можете вы это сделать?

Как отгадать состав семьи?

Вы можете отгадать, сколько у вашего товарища братьев и сколько сестер, если попросите его проделать следующее:

прибавить к числу братьев 3;

полученное число умножить на 5;

к результату прибавить 20;

сумму умножить на 2;

к результату прибавить число сестер;

к сумме прибавить 5.

Конечный результат выкладок товарищ сообщает вам, и вы называете число его братьев и сестер.

Пример. У товарища четыре брата и семь сестер. Он проделывает следующее:

$$4 + 3 = 7,$$
$$7 \times 5 = 35,$$
$$35 + 20 = 55,$$
$$55 \times 2 = 110,$$
$$110 + 7 = 117,$$
$$117 + 5 = 122.$$

Число 122 товарищ сообщает вам, и вы определяете, сколько у него братьев и сколько сестер.

Как можете вы это сделать?

Фокус с телефонной книгой

Этот не менее эффектный фокус выполняется так.

Предложите вашему товарищу написать любое число из трех неодинаковых цифр. Допустим, он написал 648. Велите ему переставить в выбранном числе цифры в обратном порядке и из большего числа вычесть меньшее[1]. Он напишет так:

$$\begin{array}{r} 846 \\ -\ 648 \\ \hline 198 \end{array}$$

В полученной разности попросите тоже переставить цифры в обратном порядке и оба числа сложить. Товарищ ваш напишет:

$$\begin{array}{r} 198 \\ +\ 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Все эти выкладки он проделывает тайно от вас, так что полученный итог, по его мнению, не может быть вам известен.

Тогда вы подаете товарищу телефонную книгу и велите раскрыть ее на странице, обозначенной первыми тремя цифрами окончательного итога. Товарищ открывает 108 ю страницу и ждет дальнейших предписаний. Вы просите на этой странице отсчитать столько фамилий абонентов сверху (или снизу), сколько обозначено последней цифрой итогового числа (то есть числа 1089). Он находит 9 го абонента, а вы называете фамилию этого человека и номер его телефона!

[1] Если разность получается из двух цифр (99), то ее пишут с нулем впереди (099).

Ваша осведомленность, естественно, изумляет товарища: ведь он выбрал первое пришедшее на ум число, а вы правильно указали фамилию абонента и номер его телефона.

В чем секрет фокуса?

Как отгадать домино?

Этот фокус арифметический, основанный на расчете.

Пусть ваш товарищ спрячет в карман какую нибудь костяшку домино. Вы беретесь отгадать, какая это костяшка, если он правильно проделает некоторые несложные выкладки. Предположим для примера, что у него костяшка 6—3.

Велите товарищу удвоить одно из этих чисел (например, 6):

$$6 \times 2 = 12.$$

К удвоенному числу прибавить 7:

$$12 + 7 = 19.$$

Пусть он умножит затем полученное число на 5:

$$19 \times 5 = 95.$$

К тому, что получилось, он должен прибавить другое число очков домино (то есть 3):

$$95 + 3 = 98.$$

Этот окончательный результат он вам называет, а вы отнимаете в уме 35 и узнаёте, какая костяшка была взята:

$$98 — 35 = 63,$$ то есть костяшка 6—3.

Почему же так получается и почему надо всегда отнимать 35?

Удивительная память

Фокусники изумляют иногда публику необычной памятью: запоминают длинные ряды слов, чисел и т. п. Каждый из вас тоже может удивить товарищей подобным фокусом. Вот как вы должны его выполнить.

Заготовьте 50 бумажных карточек, на которых напишите числа и буквы, показанные на стр. 387.

На каждой карточке будет, таким образом, написано длинное число, а в левом углу — значок из латинской буквы или буквы с цифрой. Карточки эти раздайте товарищам и объявите им, что вы твердо помните, на какой карточке написано какое число. Пусть назовут вам только значок карточки, и вы тотчас

A 24 020	B 36 030	C 48 040	D 51 0 060	E 612 060
A1 34 212	B1 46 223	C1 58 234	D1 610 245	E1 712 256
A2 44 404	B2 56 416	C2 68 428	D2 7 104 310	E2 8 124 412
A3 54 616	B3 66 609	C3 786 112	D3 8 106 215	E3 9 126 318
A4 64 828	B4 768 112	C4 888 016	D4 9 108 120	E4 10 128 224
A5 750 310	B5 870 215	C5 990 120	D5 10 110 025	E5 11 130 130
A6 852 412	B6 972 318	C6 1 092 224	D6 11 112 130	E6 12 132 036
A7 954 514	B7 1 074 421	C7 1 194 328	D7 12 114 235	E7 13 134 142
A8 1 056 616	B8 1 176 524	C8 1 296 43 2	D8 13 116 340	E8 14 136 248
A9 1 158 718	B9 1 278 627	C9 1 398 536	D9 14 118 445	E9 15 138 354

скажете, какое число на ней написано. Вам называют, например, «Е4», и вы немедленно говорите:

— Число 10 128 224.

Так как числа очень длинные, а всех их полсотни, то искусство ваше должно, конечно, поразить присутствующих. Между тем вы вовсе не выучили наизусть 50 длиннейших чисел. Дело гораздо проще. В чем же секрет фокуса?

Необыкновенная память

Написав на листке бумаги длинный ряд цифр — штук 20—25, вы заявляете, что можете безошибочно повторить весь ряд, цифру за цифрой. И, действительно, выполняете это блестяще, несмотря на то что в последовательности цифр не заметно никакой закономерности.

Как вы можете это проделывать?

Таинственные кубики

Приготовьте из бумаги несколько кубиков (например, четыре) и пометьте их грани цифрами, располагая так, как показано здесь на рис. 275. С этими кубиками вы можете показывать приятелям интересный арифметический фокус.

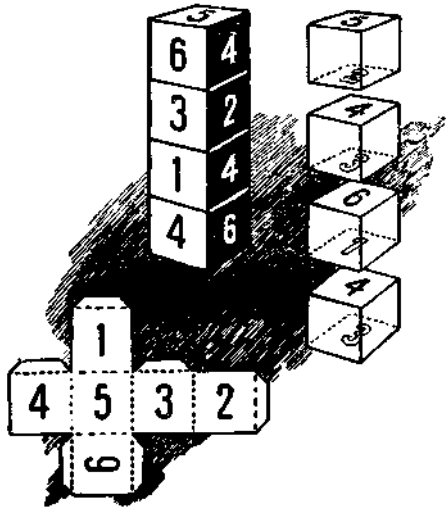


Рис. 275.

Попросите товарищей в вашем отсутствии наложить кубики один на другой столбиком в любых положениях. Войдя в комнату, вы с одного взгляда, брошенного на столбик, сразу определяете, чему равна сумма всех цифр на закрытых гранях четырех кубов. Например, в том случае, который изображен на рисунке, вы называете сумму 23. Легко убедиться, что она названа верно.

Фокус с карточками

Изготовьте семь таких карточек, какие изображены на рис. 276. Напишите на них числа и сделайте вырезы в точности по указанным образцам. Одна карточка оставляется чистой; в ней тоже имеются вырезы.

39	63	54	38	45	61	49	33
53	□	57	46	43	41	□	62
34	40	□	55	42	51	59	35
60	32	44	59	□	58	□	58
36	48	50	56	52	47	42	37

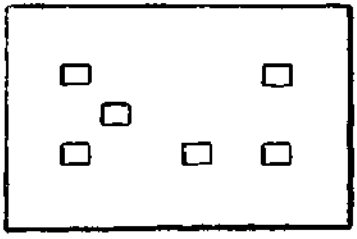
45	63	27	10	58	9	61	42
29	8	11	57	30	59	□	62
13	24	□	60	40	47	14	56
46	□	12	44	□	25	□	27
43	15	41	31	26	62	12	28

33	49	27	17	21	55	61	39
8	□	31	51	63	43	□	13
16	7	1	19	15	23	59	41
57	□	20	9	□	35	□	61
53	5	47	25	45	33	11	37

54	28	18	58	63	31	26	51
29	□	61	50	20	27	□	62
56	28	□	17	59	48	21	60
31	□	19	55	□	30	16	53
63	49	24	57	22	52	27	25

5	47	23	53	61	13	20	52
37	□	44	30	46	55	4	7
22	63	□	12	62	14	60	31
23	□	28	54	□	15	□	6
46	36	39	21	45	28	63	38

11	38	62	51	43	26	55	15
10	□	63	35	31	19	□	46
14	3	□	59	27	7	58	18
26	□	6	47	2	39	□	22
54	23	50	30	35	42	11	34



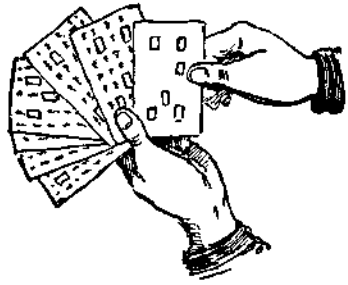


Рис. 276.

Переписывая числа с карточек, надо быть очень внимательным и не ошибиться.

Когда это сделано, вручите шесть карточек с числами вашему товарищу и попросите задумать какое нибудь из написанных на них чисел. Пусть он затем возвратит вам только те карточки, на которых имеется задуманное число.

Получив карточки, вы собираете их аккуратной стопкой, покрываете сверху чистой карточкой и складываете в уме те числа, которые видны в окошечки. То, что получится, и есть задуманное число.

Едва ли вы сами разгадаете секрет фокуса. Он основан на особом подборе чисел, значащихся в карточках. Основание этого подбора довольно замысловато, и останавливаться на нем я не стану. В другой моей книге («Занимательные задачи»), предназначенной для читателей, более сведущих в математике, вы сможете найти подробное объяснение этого фокуса и его интересные видоизменения.

Как отгадать сумму ненаписанных чисел?

Вы беретесь отгадать сумму трех чисел, из которых написано пока только одно. Фокус выполняется так. Вы предлагаете товарищу написать какое угодно многозначное число: это — первое слагаемое.

Пусть он написал 84 706, тогда, оставив место для второго и третьего слагаемых, вы подписываете заранее сумму всех трех чисел:

1-е слагаемое	84 706
2-е «	
3-е «	
Сумма	184 705

После того товарищ вписывает второе слагаемое (оно должно состоять из стольких же цифр, как и первое), и третье слагаемое пишете вы сами:

1-е слагаемое	84 706
2-е «	30 485
3-е «	69 514
Сумма	184 705

Легко удостовериться, что сумма была предсказана правильно.

В чем разгадка фокуса?

Предугадать сумму

Числовые суеверия были распространены в дореволюционной России не менее, нежели предрассудки иного рода, и, конечно, столь же необоснованны. К чему может привести пристрастие к числовым суевериям, показывает пример героя тургеневского рассказа «Стук!.. стук!.. стук!..» — Ильи Теглева: на основании случайного совпадения чисел он вообразил себя непризнанным Наполеоном. После самоубийства в его кармане найден был листок со следующими выкладками:

Наполеон род. 15 августа 1769 года.

1769	
15	
8	(авг.—8-й мес.)
Итого 1792	
1	
7	
9	
2	
Итого 19!	

Илья Теглев род. 7 января 1811 года.

1811	
7	
1	(янв.—1-й мес.)
Итого 1819	
1	
8	
1	
9	
Итого 19!	

Наполеон умер 5 мая 1825 года.

1825	
5	
5	(май—5-й мес.)
Итого 1835	
1	
8	
3	
5	
Итого 17!	

Илья Теглев умер 21 июля 1834 года.

1834	
21	
7	(июль—7-й мес.)
Итого 1862	
1	
8	
6	
2	
Итого 17!	

Подобного рода числовые гадания получили широкое распространение в начале первой мировой войны, когда с помощью их... надеялись предвидеть ее исход. В 1916 году швейцарские газеты посвятили своих читателей в «тайны» следующего откровения о судьбе императоров Германии и Австро Венгрии:

	Вильгельм II	Франц Иосиф
Год рождения	1859	1830
Год вступления на престол	1888	1848
Возраст	57	86
Число лет царствования	28	68
Итого	3832	Итого 3832

Суммы, как видите, одинаковы, и каждая из них представляет собой удвоенный 1916 год. Отсюда заключали, что этот год — роковой для обоих императоров, предрекающий им гибель...

На этот раз мы имеем дело не со случайным совпадением, а просто с человеческой глупостью. Ослепленные суеверием, люди не сообразили, что достаточно лишь слегка переставить строки в выкладках — и таинственный характер их рассеется без остатка.

Разместите строки в таком порядке:

год рождения,
возраст,
год вступления на престол,
число лет царствования.

Теперь сообразите: который год должен получиться, если к году рождения человека прибавить его возраст? Конечно, составится тот год, когда производится расчет. Тот же год должен получиться, если к году вступления императора на престол прибавить число лет его царствования. Легко понять поэтому, отчего сложение четырех чисел дало для обоих императоров одинаковый итог — удвоенный 1916 год. Ничего иного и ожидать нельзя было.

Сказанным выше мы можем воспользоваться для выполнения забавного числового фокуса. Предложите товарищу, еще не знакомому с этим нехитрым секретом, написать тайно от вас на бумажке и затем сложить следующие четыре числа:

год своего рождения,
год поступления на завод (в школу и т. п.),
возраст,
число лет работы на заводе (учебы в школе и т. п.).

Хотя ни одного из четырех чисел вы не знаете, вам ничего не стоит отгадать их сумму: для этого нужно удвоить год выполнения фокуса.

При повторении фокуса секрет легко может обнаружиться. Чтобы затруднить разоблачение, вводите между четырьмя слагаемыми несколько дополнительных, вам известных; если будете умело действовать, сумма каждый раз получится иная, и разгадать секрет будет труднее.

О Т В Е Т Ы

Домино

Цепь из 28 костей

Для упрощения задачи отложим пока в сторону все семь двойных косточек: 0—0, 1—1, 2—2 и т. д. Останется 21 косточка, на которых каждое число очков повторяется шесть раз. Например, 4 очка имеется (на одном поле) на следующих шести косточках:

4—0; 4—1; 4—2; 4—3; 4—5; 4—6.

Итак, каждое число очков повторяется, мы видим, четное число раз. Ясно, что косточки такого набора можно приставлять одну к другой равными числами очков до исчерпания всего набора. А когда это сделано, когда наши 21 косточка вытянуты в непрерывную цепь, тогда между стыками 0—0, 1—1, 2—2 и т. д. вдвигаем отложенные семь двойняшек. После этого все 28 косточек домино оказываются вытянутыми, с соблюдением правил игры, в одну цепь.

Начало и конец цепи

Легко показать, что цепь из 28 костей домино должна кончаться тем же числом очков, каким она начинается. В самом деле, если бы было не так, то числа очков, оказавшиеся на концах цепи, повторялись бы нечетное число раз (внутри цепи числа очков лежат ведь парами). Мы знаем, однако, что в полном наборе костей домино каждое число очков повторяется восемь раз, то есть четное число раз. Следовательно, сделанное нами допущение о неодинаковом числе очков на концах цепи неправильно: числа очков должны быть одинаковы. (Рассуждения такого рода, как это, в математике называются «доказательствами от противного».)

Между прочим, из сейчас доказанного свойства цепи вытекает следующее любопытное следствие: цепь из 28 косточек всегда можно сомкнуть концами и получить кольцо. Полный набор костей домино может быть, значит, выложен с соблюде

нием правил игры не только в цепь со свободными концами, но также и в замкнутое кольцо.

Читателя может заинтересовать вопрос: сколькими различными способами выполняется такая цепь или кольцо? Не входя в утомительные подробности расчета, скажем здесь, что число различных способов составления 28 косточковой цепи (или кольца) огромно: свыше 7 триллионов. Вот точное число:

7 959 229 931 520

(оно представляет собой произведение следующих множителей: $2^{13} \times 3^{8} \times 5 \times 7 \times 4231$).

Фокус с домино

Решение этой головоломки вытекает из сейчас сказанного. 28 косточек домино, мы знаем, всегда выкладываются в сомкнутое кольцо; следовательно, если из этого кольца вынуть одну косточку, то

1) остальные 27 косточек составят непрерывную цепь с разомкнутыми концами;

2) концевые числа очков этой цепи будут те, которые имеются на вынутой косточке.

Спрятав одну кость домино, мы можем поэтому заранее сказать, какие числа очков будут на концах цепи, составленной из прочих костей.

Рамка

Сумма очков всех сторон искомого квадрата должна равняться $44 \times 4 = 176$, то есть на 8 больше, чем сумма очков на косточках полного набора домино (168). Происходит это, конечно, оттого, что числа очков, занимающих вершины квадрата, считаются дважды. Сказанным определяется, какова должна быть сумма очков на вершинах квадрата: 8. Это несколько облегчает поиски требуемого расположения, хотя нахождение его все же довольно хлопотливо. Решение показано на рис. 277.

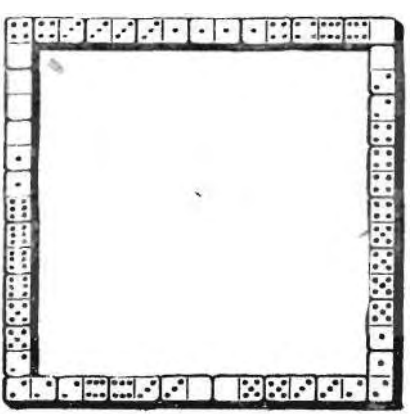


Рис. 277

Семь квадратов

Приводим два решения этой задачи из числа многих возможных. В первом решении (рис. 278, вверху) имеем:

1 квадрат с суммой 3, 2 квадрата с суммой 9,
1 « « « 6, 1 квадрат « « 10,
1 « « « 8, 1 « « « 16.

Во втором решении (рис. 278, внизу):

2 квадрата с суммой 4, 2 квадрата с суммой 10,
1 квадрат « « 8, 2 « « « 12.

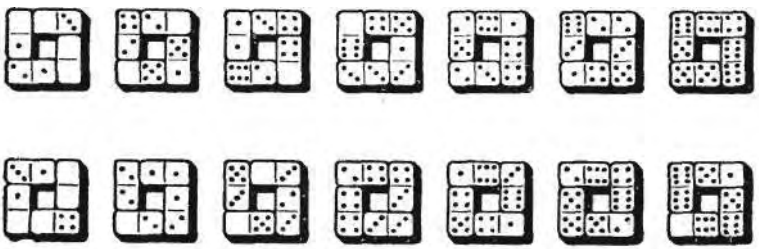


Рис. 278.

Магические квадраты из домино

На рис. 279 дан образчик магического квадрата с суммой очков в ряду 18.

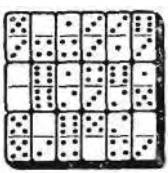


Рис. 279.

Прогрессия из домино

Вот в виде примера две прогрессии с разностью 2:

а) 0—0; 0—2; 0—4; 0—6; 4—4 (или 3—5); 5—5 (или 4—6).

б) 0—1; 0—3 (или 1—2); 0—5 (или 2—3); 1—6 (или 3—4); 3—6 (или 4—5); 5—6.

Всех 6 косточковых прогрессий можно составить 23. Начальные косточки их следующие.

а) Для прогрессий с разностью 1:

0—0, 1—1, 2—1,
0—1, 2—0, 3—0,
1—0, 0—3, 0—4,
0—2, 1—2, 1—3,
2—2, 3—2,
3—1, 2—4,
1—4, 3—5,
2—3, 3—4.

б) Для прогрессий с разностью 2:
0—0, 0—2, 0—1.

„Игра в 15", или „такен"

Первая задача

Расположение задачи может быть получено из начального положения следующими 44 ходами:

14, 11, 12, 8, 7, 6, 10, 12, 8, 7,
4, 3, 6, 4, 7, 14, 11, 15, 13, 9,
12, 8, 4, 10, 8, 4, 14, 11, 15, 13,
9, 12, 4, 8, 5, 4, 8, 9, 13, 14,
10, 6, 2, 1.

Вторая задача

Расположение задачи достигается следующими 39 ходами:

14, 15, 10, 6, 7, 11, 15, 10, 13, 9,
5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 10, 13,
9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 14,
13, 9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12.

Третья задача

Магический квадрат с суммой 30 получается после ряда ходов:

12, 8, 4, 3, 2. 6, 10, 9, 13, 15,
14, 12, 8, 4, 7, 1?, 9, 14, 12, 8,
4, 7, 10, 9, 6, 2, 3, 10, 9, 6,
5, 1, 2, 3, 6, 5, 3, 2, 1, 13,
14, 3, 2, I, 13, 14, 3, 12, 15, 3.

„Игра в 11"

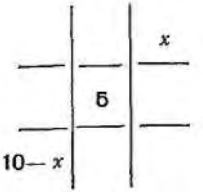
Если вы делаете первый ход, вы должны взять две спички; остается девять. Сколько бы ни взял после вас второй игрок, вы следующим ходом должны оставить на столе только пять спичек; легко сообразить, что вы всегда можете это сделать. А сколько бы из этих пяти ни взял ваш противник, вы вслед за ним оставляете ему одну спичку и выигрываете.

Если игру начнете не вы, то ваш выигрыш зависит от того, знает ли противник секрет беспроигрышной игры или нет.

„Игра в 15"

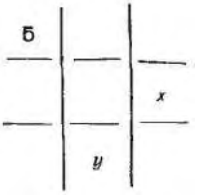
Желая выиграть наверняка, надо начать с цифры 5. В какой клетке ее написать? Рассмотрим по порядку три возможных здесь случая.

1. Пятерка написана в средней клетке. Какую бы клетку ни выбрал партнер, вы можете написать в свободной клетке того же ряда.

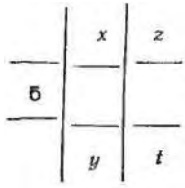


15—5—*x* (где *x* — цифра, написанная противником). Число 15—5—*x*, то есть 10—*x*, разумеется, меньше 9.

2. Пятерка в одной из угловых клеток. Партнер выберет либо клетку *x*, либо клетку *y*. Если он напишет цифру *x*, вы должны написать *y*= 10—*x;* если он напишет *y*, вы отвечаете цифрой *x*=10—*y*. В обоих случаях вы выигрываете.



3. Пятерка в середине крайнего ряда. Партнер может занять одну из четырех клеток *x*, *y*, *z* или *t*.



На цифру *x* вы отвечаете *y*= 10—*z*; на *y* отвечаете *x*=10—*y;* на *z* отвечаете цифрой *t*=10—*z;* на *t* отвечаете *z*=15—*t*. Во всех случаях ваш выигрыш обеспечен.

„Игра в 32"

Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с конца. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе пять спичек, то выигрыш для вас обеспечен: партнер не может взять больше четырех спичек, и, следовательно, вы можете взять после него все остальные. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли предпоследним ходом оставить на столе пять спичек? Для этого необходимо предшествующим ходом оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше шести, — и вы всегда сможете оставить ему пять. Далее, как достичь того, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по пяти, мы узнаём, что раньше на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее — 25 спичек, и, наконец, в первый раз — 30 спичек, то есть, начиная игру, взять две спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите две спички, затем, после того как партнер взял несколько спичек, берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 10 и, наконец, пять. Последняя спичка всегда будет ваша.

То же, но наоборот

Если условие игры обратное, то есть взявший последнюю спичку считается проигравшим, то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе шесть спичек. Тогда, сколько

бы ни взял ваш партнер, он не может оставить вам меньше двух и больше пяти, то есть вы, во всяком случае, следующим ходом сможете последнюю спичку оставить ему. Для этого надо предшествующим ходом оставить на столе 11 спичек, а еще более ранними ходами — 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете только 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете вашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достается противнику.

„Игра в 27"

Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в 32.

Надо исходить из следующих двух соображений:

1. Если у вас перед концом партии нечетное число спичек, вы должны оставить противнику пять спичек, и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле, следующим ходом противник оставит вам четыре, три, две или одну спичку; если четыре — берете три и выигрываете; если три — берете их и выигрываете; если две — берете одну и выигрываете.

2. Если же перед концом игры у вас оказывается четное число спичек, то вы должны оставить противнику шесть или семь спичек. В самом деле, проследим, как пойдет дальнейшая игра. Если противник следующим ходом оставляет вам шесть спичек, вы берете одну и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику пять спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не шесть, а пять спичек, вы берете четыре и выигрываете. Если оставит четыре, вы их берете и выигрываете. Если оставит три, вы берете две и выигрываете. И, наконец, если оставит две, вы выигрываете. Меньше двух он оставить не может.

Теперь уже нетрудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, что вы должны, имея у себя нечетное число спичек, оставлять противнику на столе такое число их, которое на единицу меньше кратного 6, то есть 5, 11, 17, 23; имея же четное число спичек, вы должны оставить противнику на столе число, кратное 6, или на единицу больше, то есть 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек две или три, а в дальнейшем поступать согласно предыдущему.

Ведя так игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику выхватить у вас нить игры.

На иной лад

Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея четное число спичек, оставляйте противнику на единицу меньше, чем кратное 6; имея же нечетное число, оставляйте ему кратное 6 или на единицу больше. Это неизбежно должно привести вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете нуль спичек (то есть как бы четное число); поэтому первым ходом берете четыре спички, оставляя противнику 23.

Задумайте число

№ 1. Если задуманное число *a*. то проделываемые выкладки сначала таковы:

$(3a+2)\times 3+a=10a+6$.

Получается двузначный результат, первая цифра которого есть задуманное число, а вторая 6.

Зачеркиванием первой цифры задуманное число исключается.

Дальнейшее понятно само собой.

Случаи отгадывания № 2, № 3, № 5 и № 8 представляют различные видоизменения сейчас описанного.

Иным способом исключается задуманное число в случаях отгадывания № 4, № 6, № 7 и № 9.

Например, в № 9 проделываемые выкладки сначала таковы:

$$170—(a+20)—6+a=144.$$

Дальнейшее понятно само собой.

Особый прием используется при отгадывании № 10. Приписать к трехзначному числу справа его самого это то же, что умножить число на 1001 (например, $356\times 1001=356356$). Но $1001=7\times 11\times 13$. Поэтому, если задумано трехзначное число *a*, то проделываемые сначала выкладки таковы:

$$\frac{a\times 1001}{7\times a\times 11}=13.$$

Дальнейшее понятно.

Как видите, во всех случаях отгадывание основано на том, что задуманное число при выкладках исключается. Зная это. попробуйте сами придумать несколько новых примеров отгадывания.

Давайте отгадывать

Чтобы понять, как выполняется в этих случаях отгадывание, проследите, какие действия я заставляю вас проделывать с задуманными цифрами.

В первом примере вы сначала умножили цифру на 5; потом то, что получилось, умножили на 2. Значит, вы умножили ее на 2X5, то есть на 10, а всякое число, умноженное на 10, дает результат, оканчивающийся нулем. Зная это, я прошу вас прибавить 7; теперь мне известно, что у вас в уме число из двух цифр: первой я не знаю, а вторую знаю — 7. Неизвестную мне первую цифру я прошу вас зачеркнуть. Что же теперь у вас в уме? Конечно, 7. Я могу уже назвать вам это число, но я хитер; чтобы запутать следы, я прошу вас прибавлять и отнимать от этой семерки разные числа, а сам про себя проделываю то же самое. И наконец объявляю вам, что у вас получилось 17. Это число у вас обязательно должно получиться, какую бы цифру вы ни задумали.

Второй раз я при отгадывании иду уже другим путем, иначе вы, пожалуй, слишком рано смекнете, в чем секрет. Я заставил вас задуманную цифру сначала утроить, потом полученное снова утроить и к результату прибавить задуманную цифру. Что же в конце концов у вас должно составиться? Легко сообразить, ведь это все равно, что умножить задуманную цифру на 3X3+ 1, то есть на 10. Опять я знаю, что у вас на конце нуль. Ну, а дальше по старому: прибавляется какая нибудь цифра, зачеркивается первая неизвестная, а с остающейся, которую я знаю, проделываются для заметания следов разные выкладки.

Третий случай. И здесь то же самое, только на иной лад. Я прошу вас задуманную цифру удвоить, полученное опять удвоить и вновь полученное удвоить снова, а к результату дважды прибавить задуманную цифру. Что же все это дает? Дает вашу цифру, умноженную на $2 \times 2 \times 2 + 1 + 1$, то есть на 10. Остальное понятно само собой. Даже если вы задумали 1 или 0, фокус удается безошибочно.

Теперь вы не хуже меня сможете проделывать такие же опыты с теми из ваших товарищей, которые не читали этой книжки. А может быть, придумаете и собственные способы отгадывания. Дело нехитрое.

Отгадать число из трех цифр

Опять проследим, какие выкладки производились с каждой цифрой. Первая цифра была умножена сначала на 2, потом

на 5, потом на 10, то есть в итоге на $2 \times 5 \times 10$, или на 100. Вторая цифра умножена на 10. Третья прибавлена без изменения. Кроме того, ко всему этому прибавлено $5 \times 5 \times 10$, то есть 250.

Значит, если от полученного числа отнять 250, то останется: первая цифра, умноженная на 100, плюс вторая, умноженная на 10, плюс третья цифра. Короче сказать, останется как раз задуманное число.

Отсюда ясно, как отгадать задуманное число: нужно от результата всех выкладок отнять 250. Получится то, что было задумано.

Числовой фокус

Если внимательно проследить за выкладками, то легко заметить, что у загадчика должно получиться учетверенное задуманное число да еще 4. Значит, если отнять эти 4 и разделить остальное на 4, то получится задуманное число.

Как отгадать зачеркнутую цифру?

Кто знает вывод признака делимости на 9, тому известно, что сумма цифр всякого числа дает при делении на 9 тот же остаток, как и самое число. У двух чисел, составленных из одних и тех же цифр, но и в ином порядке, должны поэтому получаться одинаковые остатки от деления на 9. Значит, если из одного вычесть другое, то разность будет делиться на 9 без остатка (равные остатки дадут при вычитании нуль).

На основании сказанного вы можете знать, что ваш товарищ получил в результате вычитания число, сумма цифр которого кратна 9. Так как сообщенные вам цифры 8, 4, 8 дают в сумме 20, то зачеркнута была, очевидно, цифра 7, в сумме с которой 20 делится на 9.

Как отгадать число и месяц рождения?

Чтобы узнать искомую дату, надо от конечного результата отнять 365; тогда последние две цифры разности будут означать номер месяца, а впереди стоящие — число месяца. В нашем примере

$$2073 — 365 = 1708.$$

По числу 17—08 устанавливаем дату: 17/VIII. Почему так получается, станет понятным, если обозначить число месяца через K, а номер — через N и проделать над ними требуемые выкладки.

Получим $(2K \times 10 + 73) \times 5 + N = 100K + N + 365$.

Ясно, что, отняв 365, мы должны получить число, содержащее K сотен и N единиц.

Как отгадать возраст собеседника?

Проделав выкладки несколько раз, легко заметить, что возраст приходится прибавлять всегда к одному и тому же числу, именно — к 1089. Поэтому, если вычесть из сообщенного вам итога число 1089, должен получиться искомый возраст.

Показывая фокус несколько раз, можно (чтобы не обнаружился его секрет) видоизменять последние выкладки, предложить, например, число 1089 разделить на 9 и к частному прибавить возраст.

Как отгадать состав семьи?

Чтобы определить состав семьи, нужно от конечного итога отнять 75. В нашем примере

$$122—75 = 47.$$

Первая цифра разности дает число братьев, вторая — число сестер.

В самом деле, если число братьев с, а сестер *в*, то выкладки приводят к выражению:

$$[(a + 3) \times (5 + 20)] \times 2 + в + 5 = 10a + в + 75,$$

и в остатке должно получиться двузначное число a и $в$ единиц.

Фокус можно проделывать только в том случае, если есть уверенность, что число сестер не превышает девяти.

Фокус с телефонной книгой

Секрет фокуса просто в том, что окончательный итог выкладок вашего товарища известен был вам заранее: над каким бы трехзначным числом ни проделывать перечисленные операции — результат получается всегда один и тот же: 1089. Легко убедиться в этом испытанием. Заглянуть же заранее в телефонную книгу и запомнить, какой абонент значится в девятой строке (сверху или снизу) 108 й страницы — дело нехитрое.

Как отгадать домино?

Проследим, что мы сделали с первым числом. Мы умножили его сначала на 2, потом еще на 5, а всего на 10. Кроме того, прибавили к нему число 7, которое затем умножили на 5; иначе говоря, прибавили $7 \times 5 = 35$.

Значит, если от результата отнимем 35, то останется столько десятков, сколько очков в одной половине костяшки. Прибавление очков второй половины дает вторую цифру результата.

Теперь понятно, почему цифры результата дают сразу числа очков.

Удивительная память

Секрет фокуса в том, что значок на карточке — буква и цифра — сам указывает вам, какое число написано на ней.

Прежде всего вы должны помнить, что буква *A* означает 20, *B*—30, *C*—40, *D*—50, *E*—60. Поэтому буква вместе с поставленной рядом цифрой означает некоторое число. Например, A1—21, C3—43, E5—65.

Из этого числа вы по определенному правилу составляете то длинное число, которое написано на карточке. Как это делается, покажем на примере.

Пусть вам назвали E4, то есть 64. С этим числом вы проделываете следующее:

Во первых, складываете его цифры:

$$6 + 4 = 10.$$

Во вторых, удваиваете его:

$$64 \times 2 = 128.$$

В третьих, вычитаете из большей цифры меньшую:

$$6 - 4 = 2.$$

В четвертых, перемножаете обе цифры:

$$6 \times 4 = 24.$$

Все полученные результаты пишете рядом:

10 128 224.

Это и есть число, написанное на карточке.

Произведенные вами выкладки кратко могут быть обозначены так:

$$+, \ 2, \ , \ \times,$$

то есть сложение, удвоение, вычитание, умножение.

Еще примеры.
Значок карточки *D*3.
Какое число на ней написано?

*D*3=53,
5+3=8,
53×2=106,
5—3=2,
5×3=15.

Число 8 106 215.
Значок карточки B8.
Какое число на ней написано?

B8=38,
3+8=11,
38×2=76,
8—3=5,
8×3=24.

Число 1 176 524.

Чтобы не обременять памяти, вы можете произносить цифры по мере того, как они у вас получаются, или же писать их медленно мелом на доске.

Догадаться об уловке, которой вы пользуетесь, нелегко, и потому этот фокус обычно сильно озадачивает зрителей.

Необыкновенная память

Разгадка проста до смешного: вы пишете подряд несколько телефонных номеров ваших знакомых.

Таинственные кубики

Разгадка кроется в порядке расположения чисел на гранях каждого куба: они расположены так, что сумма чисел, обозначенных на противоположных гранях куба, во всех случаях равна семи (проверьте по рис. 275). Поэтому сумма чисел на верхних и нижних гранях всех четырех кубов, сложенных в столбики, равна 7×4=28. Отняв от 28 то число, которое написано на верхней грани верхнего куба, вы безошибочно определяете сумму чисел на всех семи закрытых гранях столбика.

Как отгадать сумму ненаписанных чисел

Если к пятизначному числу прибавить 99999, то есть 100000—1, то впереди числа появится единица, а последняя цифра уменьшится на единицу. На этом и основан фокус. Прибавив мысленно к первому слагаемому 99 999

$$\begin{array}{r} 84706 \\ + \quad 99999, \end{array}$$

вы пишете будущую сумму трех слагаемых: 184 705. Вам нужно теперь только позаботиться, чтобы второе и третье слагаемые вместе составляли 99999. Для этого при записывании третьего слагаемого вы каждую цифру второго слагаемого вычитаете в уме из девяти. В нашем примере второе слагаемое 30 485; поэтому вы пишете 69 514. Так как

$$\begin{array}{r} 30485 \\ +\ 69514 \\ \hline 99999, \end{array}$$

то заранее написанный результат неизбежно должен оправдаться.

ОДНИМ РОСЧЕРКОМ

(вычерчивание фигур одной непрерывной линией)

Задача о кенигсбергских мостах

Внимание гениального математика Эйлера привлекла однажды своеобразная задача, которую он высказал в такой форме:

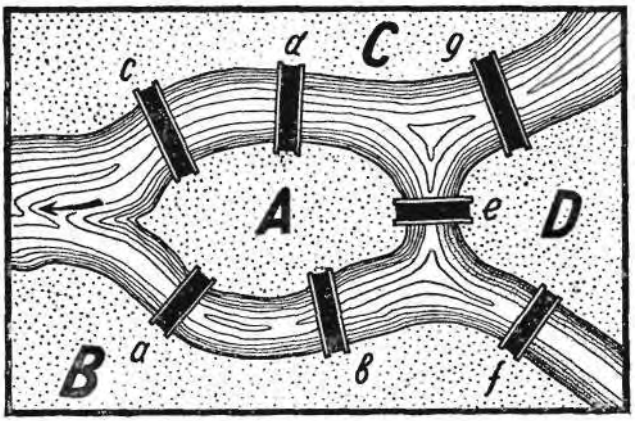


Рис. 280.

«В Кенигсберге[1] есть остров, называемый Кнейпгоф. Река, омывающая его, делится на два рукава (рис. 280), через которые перекинуто семь мостов: *a. в, c, d, e. f, g.*

Можно ли обойти все эти мосты, не побывав ни на одном из них более раза?

Некоторые утверждают, что это возможно. Другие, напротив, находят такое требование неосуществимым».

Каково же ваше мнение, читатель?

Что такое топология?

Задаче о кенигсбергских мостах Эйлер посвятил целое математическое исследование, которое было в 1736 году представлено в Петербургскую Академию наук. Работа эта начинается следующими строками, определяющими, к какой области математики относятся подобные вопросы:

«Кроме той отрасли геометрии, которая рассматривает величины и способы измерения и которая тщательно разрабатывалась еще в древности, Лейбниц первый упомянул о другой отрасли, названной им «геометрией положения». Эта отрасль геометрии занимается только порядком расположения частей фигуры друг относительно друга, отвлекаясь от их размеров[2].

Недавно мне пришлось слышать об одной задаче, относящейся к геометрии положения, и я решил изложить здесь в виде примера найденный мной способ решения этой задачи».

Эйлер имеет в виду задачу о кенигсбергских мостах.

Рассуждений великого математика мы здесь излагать не станем, а ограничимся сейчас краткими соображениями, подтверждающими его окончательный вывод. Он состоит в том, что требуемый задачей обход невыполним.

Разбор задачи

Для наглядности заменим рисунок расположения речных рукавов упрощенной схемой (рис. 281). В предложенной задаче размер острова и длина мостов никакого значения не имеют (такова, мы знаем, характерная особенность всех топологиче

[1] Теперь г. Калининград.

[2] В наше время эту отрасль высшей геометрии принято называть «топология»; она развилась в обширную математическую науку. Задачи, предлагаемые в этом разделе, относятся к области, составляющей лишь небольшую часть топологии.

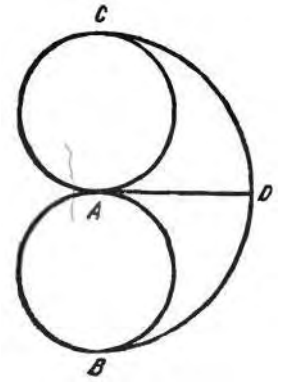


Рис. 281.

ских задач: они не зависят от относительных размеров частей фигуры).

Поэтому мы можем местности *A, B, C, D* (рис. 280) заменить на схеме точками соответствующего наименования, в которых встречаются пути обхода. Задача сводится теперь, как видим, к тому, чтобы начертить фигуры (рис. 281) одним росчерком, не отрывая пера от бумаги и не проводя ни одной линии дважды.

Покажем, что фигуру нашу начертить одним росчерком нельзя. В самом деле, в каждую из узловых точек *A, B, C, D* надо прийти по одному из путей и затем эту точку покинуть по другому пути; исключение составляют только начальная и конечная точки: в первую не надо ниоткуда приходить, вторую нет надобности покидать. Значит, для возможности непрерывного обхода нашей фигуры необходимо, чтобы во всех узловых точках, кроме двух, сходилось либо по два, либо по четыре пути — вообще четное число путей. В нашей же фигуре в каждой из точек *A, B, C, D* сходится как раз нечетное число линий. Поэтому начертить ее одним росчерком нельзя; невозможно, следовательно, и обойти кенигсбергские мосты требуемым образом.

Семь задач

Попытайтесь нарисовать одним росчерком каждую из следующих семи фигур. Помните требования: начертить все линии заданной фигуры, не отрывая пера от бумаги, не делая никаких лишних штрихов и не проводя дважды ни одной линии.

Немного теории

Попытки вычерчивания непрерывной линией фигур *1—6* (рис. 282) приводят к неодинаковым результатам. Некоторые фигуры удается вычерчивать, с какой бы точки ни начинать вести первую линию. Другие вычерчиваются одним росчерком в тех лишь случаях, когда начинают с определенных точек. Наконец, третьи вовсе не поддаются вычерчиванию одной непрерывной линией. Чем обусловлено подобное различие? Существуют ли признаки, позволяющие установить заранее, поддает

ся ли данная фигура вырисовыванию одним росчерком, и если поддается, то с какой точки следует начинать черчение?

Теория дает на эти вопросы исчерпывающие ответы, и мы сейчас познакомимся с некоторыми положениями этой теории.

Условимся называть «четными» те точки фигуры, в которых сходится четное число линий, в отличие от точек «нечетных», в которых встречается нечетное число линий.

Можно доказать (приводить доказательств не станем), что, какова бы ни была фигура, нечетных точек в ней либо нет совсем, либо их имеется две. четыре, шесть — вообще четное число.

Если нечетных точек в фигуре нет, то она всегда поддается вырисовыванию одним росчерком, безразлично, с какого места ни начинать черчение. Таковы фигуры *1* и *5* (рис. 282).

Если в фигуре имеется только одна пара нечетных точек, то такую фигуру можно нарисовать одним росчерком, начав черчение в одной из нечетных точек (безразлично в какой). Легко сообразить, что вычерчивание должно оканчиваться во второй нечетной точке. Таковы фигуры *2, 3, 6;* в фигуре *6.* например, вычерчивание надо начинать либо из точки *A,* либо из точки *B.*

Если фигура имеет более одной пары нечетных точек, то она вовсе не может быть нарисована одним росчерком. Таковы фигуры *4* и 7, содержащие по две пары нечетных точек.

Сказанного достаточно, чтобы безошибочно распознавать,

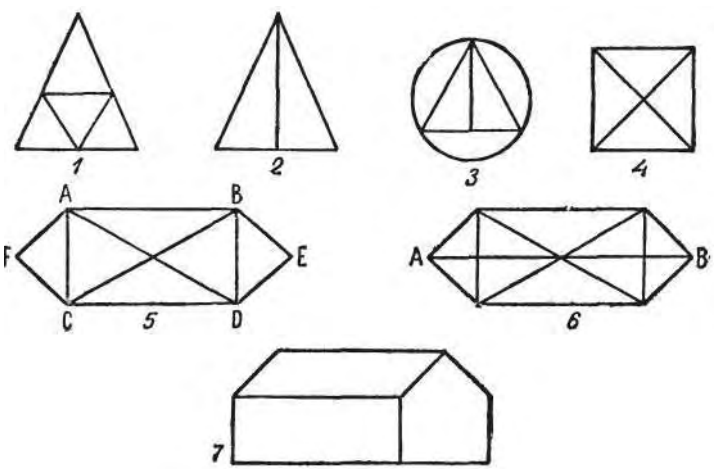


Рис. 282.

какие фигуры нельзя нарисовать одним росчерком и какие можно, а также, с какой точки надо начинать вычерчивание. Профессор В. Аренс предлагает руководствоваться далее правилом: «Все уже начерченные линии заданной фигуры надо считать отсутствующими и при выборе очередной линии следить за тем, чтобы фигура сохранила цельность (не распалась), если эта линия также будет изъята из чертежа».

Положим, например, что вычерчивание фигуры 5 начато по такому пути: *ABCD*. Если теперь провести линию *DA*, то останутся недочерченными две фигуры — *ACF* и *BDE*, которые между собой не связаны (фигура 5 распалась). Тогда, закончив фигуру *AFC*, мы не сможем перейти к фигуре *BDE*, так как не будет недочерченных линий, их связывающих. Поэтому, пройдя путь *ABCD*, нельзя идти дальше по линии *DA*, а следует сначала очертить путь *DBED* и затем по оставшейся линии *DA* перейти к фигуре *AFC*.

Еще семь задач

Начертите одним росчерком следующие фигуры:

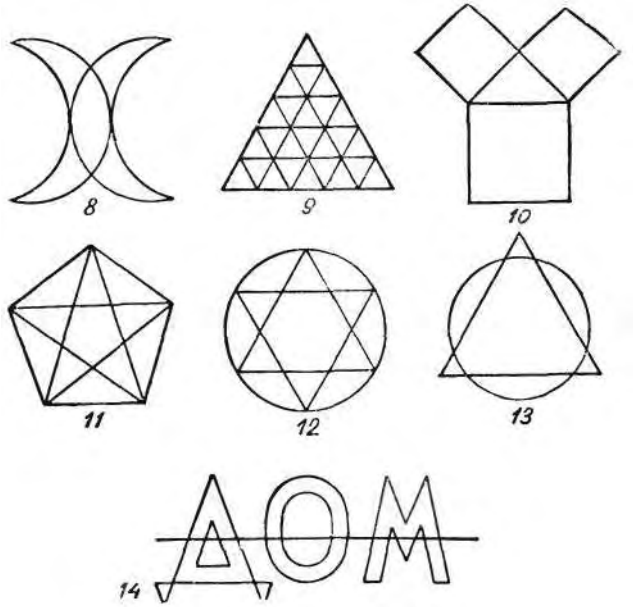


Рис. 283.

Мосты Ленинграда

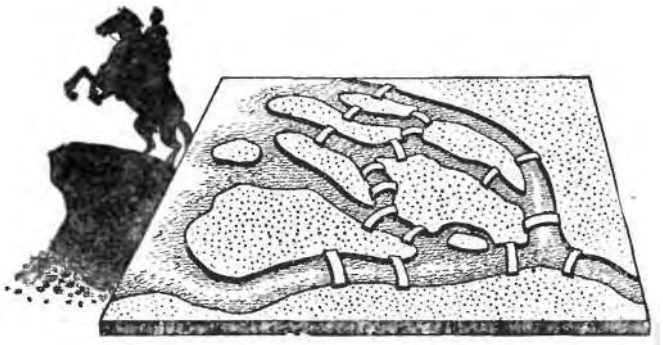


Рис. 284.

В заключение предлагаем задачу, составляющую сюжет одного из экспонатов математического зала Дома занимательной науки. Задача состоит в том, чтобы пройти по 17 мостам, соединяющим участки изображенной здесь территории Ленинграда, не побывав ни на одном мосту два раза. В отличие от кенигсбергской задачи, требуемый обход на этот раз выполним, и наш читатель достаточно вооружен теперь теоретически, чтобы справиться с задачей самостоятельно.

О Т В Е Т Ы

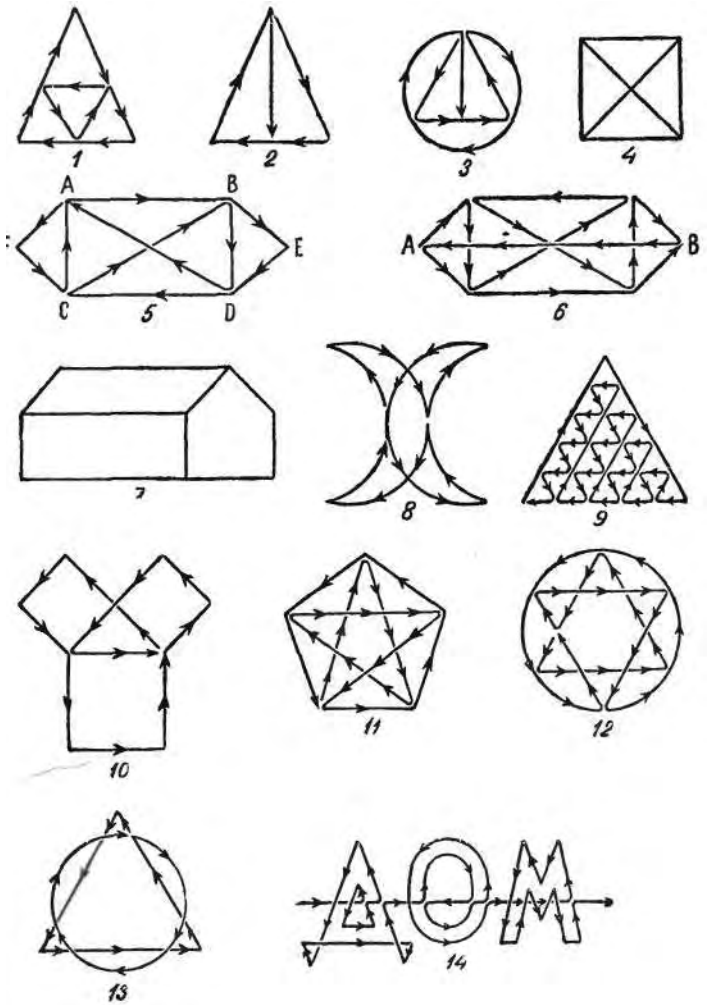


Рис. 285.

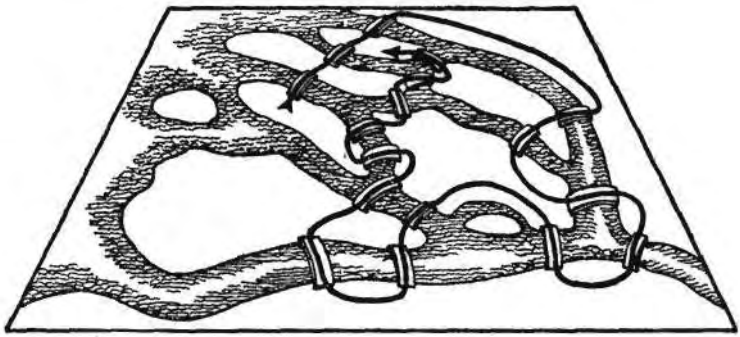


Рис. 286.

На помещенных здесь рис. 285 и 286 приведены решения задач раздела «Одним росчерком».

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ

Телега

Почему передняя ось телеги больше стирается и чаще загорается, чем задняя?

Число граней

Вот вопрос, который, без сомнения, покажется многим слишком наивным или, напротив, чересчур хитроумным: сколько граней у шестигранного карандаша?

Раньше чем заглянуть в ответ, внимательно вдумайтесь в задачу.

Что тут нарисовано?

Попробуйте сказать, что изображено на рис. 287.

Непривычный поворот придает изображениям этих предметов странный вид, затрудняющий отгадывание. Попытайтесь, однако, сообразить, что именно нарисовал художник. Все это хорошо знакомые вам предметы обихода.

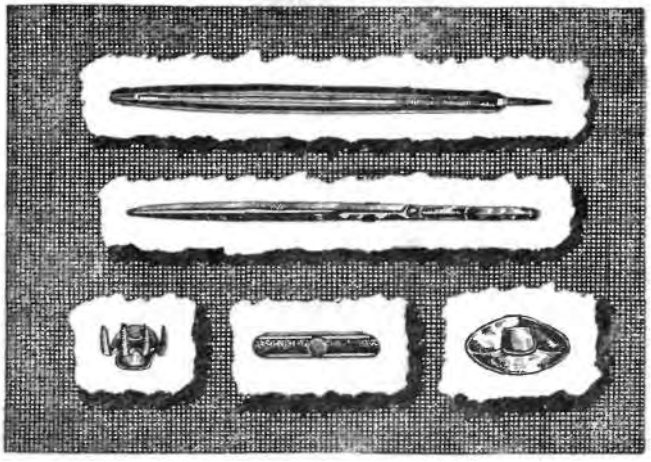


Рис. 287.

Стаканы и ножи

Три стакана расставлены на столе так, что взаимные их расстояния больше длины каждого из ножей, положенных между ними (рис. 288). Тем не менее требуется устроить из этих трех ножей мосты, которые соединяли бы все три стака

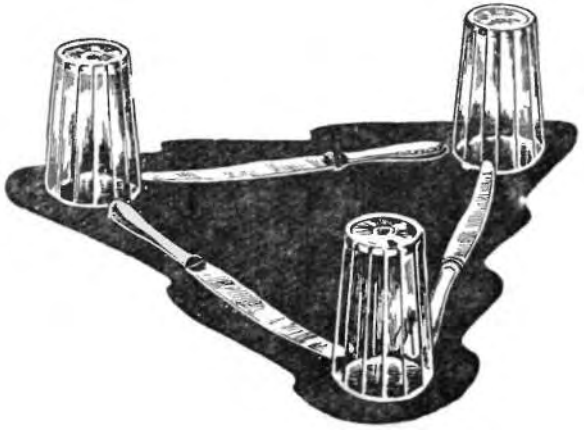


Рис. 288.

на. Само собой разумеется, что сдвигать стаканы с места запрещается; нельзя также пользоваться чем либо другим, кроме трех стаканов и трех ножей.

Можете ли вы это сделать?

Как это сделано?

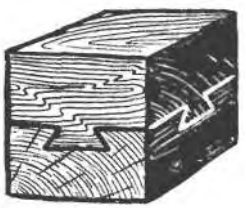


Рис. 289.

Вы видите здесь (рис. 289) деревянный куб, сделанный из двух кусков дерева: верхняя половина куба имеет выступы (шпунты), входящие в выемки (пазы) нижней части. Но обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните, как ухитрился столяр соединить обе части. Ведь каждая половина сделана из одного цельного куска дерева!

Одна затычка к трем отверстиям

В доске (рис. 290) прорезано шесть рядов отверстий, по три в каждом ряду. Надо из какого нибудь материала вырезать для каждого ряда одну затычку, которая закрывала бы все три отверстия.

Для первого ряда это совсем нетрудно: ясно, что в качестве затычки годится брусок, изображенный на рисунке.

Придумать форму затычки к остальным пяти рядам немного труднее; впрочем, и с этими задачами безусловно справится каждый, кому приходилось иметь дело с техническими чертежами: дело здесь идет, в сущности, об изготовлении детали по трем ее проекциям.

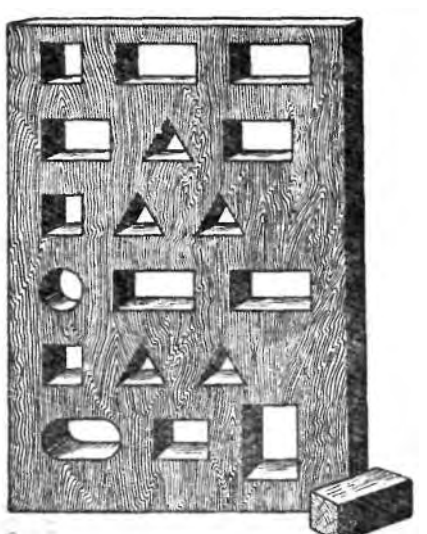


Рис. 290.

Найти затычку

Перед вами дощечка (рис. 291) с тремя отверстиями: квадратным, треугольным и круглым.

Может ли существовать одна затычка такой формы, чтобы закрывать все эти отверстия?

Рис. 291.

Вторая затычка

Если вы справились с предыдущей задачей, то, быть может, вам удастся найти затычку и для таких отверстий, какие показаны на рис. 292?

Рис. 292.

Третья затычка

Наконец, еще задача в том же роде: существует ли одна затычка для трех отверстий, показанных на рис. 293?

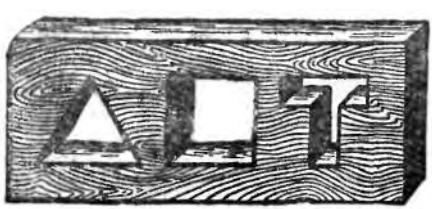


Рис. 293.

Две кружки

Одна кружка вдвое выше другой, зато другая в $1^1/_2$ раза шире (рис. 294). Которая кружка вместительнее?

Рис. 294.

Сколько стаканов?

На этих полках (рис. 295) сосуды трех размеров расставлены так, что общая вместимость сосудов, стоящих на каждой полке, одна и та же. Наименьший сосуд вмещает один стакан. Какова вместимость сосудов двух прочих размеров?

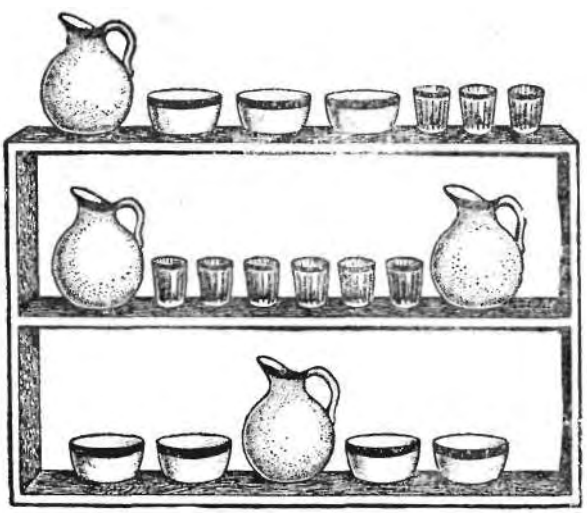


Рис. 295.

Две кастрюли

Имеются две медные кастрюли одинаковой формы и со стенками одной толщины. Первая в восемь раз вместительнее второй.

Во сколько раз она тяжелее?

Четыре куба

Из одного и того же материала изготовлено четыре сплошных куба различной высоты (рис. 296), а именно в 6 см, 8 см, 10 см и 12 см. Надо разместить их на весах так, чтобы чашки были в равновесии.

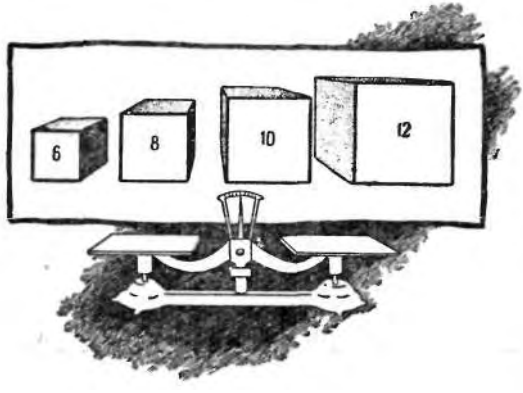


Рис. 296.

Какие кубы или какой куб положите вы на одну чашку и какие (или какой) на другую?

До половины

В открытую бочку налита вода, на взгляд как будто до половины. Но вы хотите знать точно, половина ли в ней налита, больше половины или меньше половины. У вас нет под рукой ни палки, ни вообще какого бы то ни было инструмента для обмера бочки.

Каким образом могли бы вы убедиться, налита ли в бочке вода ровно до половины?

Что тяжелее?

Имеются два одинаковых кубических ящика (рис. 297). В левый положен большой железный шар диаметром во всю высоту ящика. Правый наполнен маленькими железными шариками, уложенными так, как показано на рисунке.

Который ящик тяжелее?

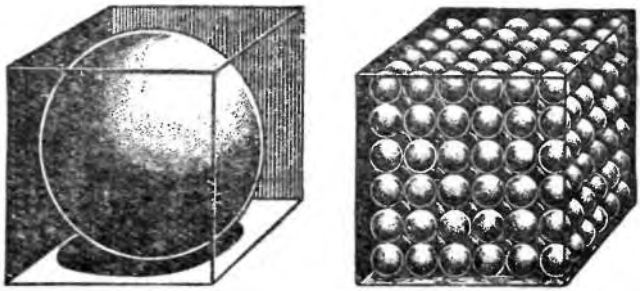


Рис. 297.

Трехногий стол

Существует мнение, что стол о трех ногах никогда не качается, даже если ножки его и неравной длины.

Верно ли это?

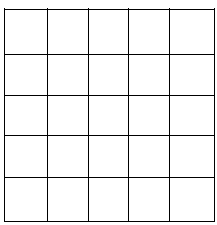


Рис. 298.

Сколько прямоугольников?

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре (рис. 298)?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе квадратов, а о числе прямоугольников вообще — больших и малых, — какие можно насчитать в этой фигуре.

Шахматная доска

Сколько можете вы на шахматной доске насчитать различно расположенных квадратов?

Кирпичик

Строительный кирпич весит 4 кг.

Сколько весит игрушечный кирпичик из того же материала, все размеры которого в четыре раза меньше?

Великан и карлик

Во сколько примерно раз великан ростом в 2 м тяжелее карлика ростом в 1 м?

По экватору

Если бы мы могли обойти земной шар по экватору, то макушка нашей головы описала бы более длинный путь, чем каждая точка наших ступней.

Как велика эта разница?

В увеличительное стекло

Угол в $1^1/_2°$ рассматривают в лупу, увеличивающую в четыре раза.

Какой величины покажется угол (рис. 299)?

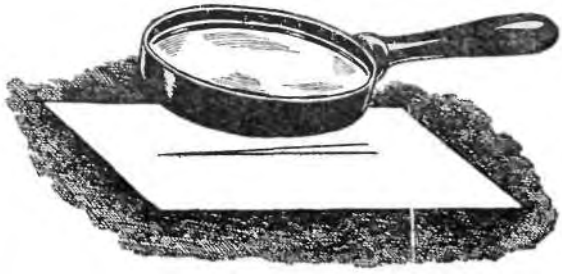


Рис. 299.

Подобные фигуры

Эта задача предназначается для тех, кто знает, в чем состоит геометрическое подобие. Требуется ответить на следующих два вопроса:

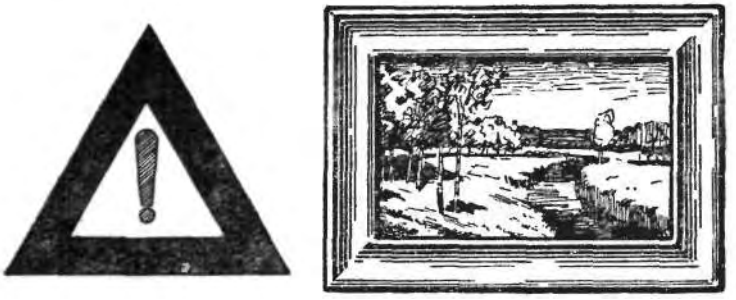


Рис. 300.

1. В фигуре чертежного треугольника (рис. 300) подобны ли наружный и внутренний треугольники?
2. В фигуре рамки (рис. 300) подобны ли наружный и внутренний четырехугольники?

Высота башни

В вашем городе есть достопримечательность — высокая башня, высоты которой вы, однако, не знаете. Имеется у вас и фотографический снимок башни на почтовой карточке.

Как может этот снимок помочь вам узнать высоту башни?

Что получится?

Сообразите в уме: на какую длину вытянется полоска составленная из всех миллиметровых квадратиков 1 кв. м приложенных друг к другу вплотную?

В том же роде

Сообразите в уме: на сколько километров возвышался бы столб, составленный из всех миллиметровых кубиков 1 куб. м положенных один на другой?

Сахар

Что тяжелее: стакан сахарного песку или такой же стакан колотого сахара?

Путь мухи

На внутренней стенке стеклянной цилиндрической банки виднеется капля меда в 3 см от верхнего края сосуда. А на наружной стенке, в точке, диаметрально противоположной, уселась муха (рис. 301).

Укажите мухе кратчайший путь, по которому она может добежать до медовой капли.

Высота банки 20 см; диаметр 10 см.

Не полагайтесь на то, что муха сама отыщет кратчайший путь и тем облегчит вам решение задачи; для этого ей нужно было бы обладать геометрическими познаниями, слишком обширными для мушиной головы.

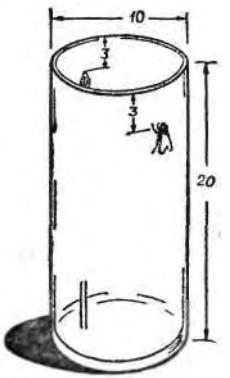


Рис. 301.

Путь жука

У дороги лежит тесаный гранитный камень в 30 см длины, 20 см высоты и такой же толщины (рис. 302). В точ

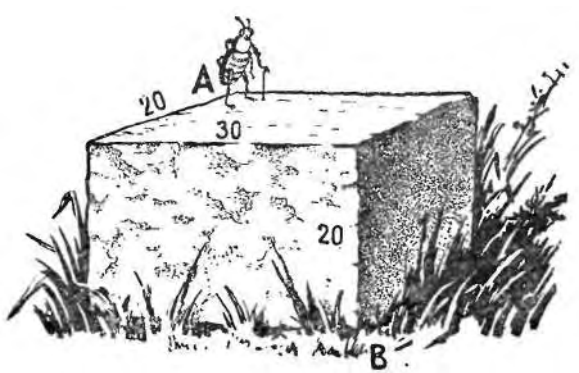


Рис. 302.

ке *A* — жук, намеревающийся кратчайшим путем направиться к углу *B*.

Как пролегает этот кратчайший путь и какой он длины?

Путешествие шмеля

Шмель отправляется в дальнее путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и наконец после целого часа пути спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель остается полчаса.

Теперь надо посетить сад, где шмель вчера заметил цветущие кусты крыжовника. Сад лежит на запад от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя $^3/_4$ часа он был уже в саду. Крыжовник в полном цвету, и, чтобы посетить все кусты, понадобилось шмелю $1^1/_2$ часа.

А затем, не отвлекаясь в стороны, шмель кратчайшей дорогой полетел домой, в родное гнездо.

Сколько времени шмель пробыл в отсутствии?

Основание Карфагена

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого рукой ее брата, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие ремешки и благодаря такой уловке охватила участок земли, достаточный для сооружения крепости. Так будто бы возникла крепость Карфаген, к которой впоследствии был пристроен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла, согласно этому преданию, занять крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 кв. м, а ширину ремешков, на которые Дидона ее разрезала, принять равной 1 мм.

О Т В Е Т Ы

Телега

На первый взгляд задача эта кажется не относящейся вовсе к геометрии. Но в том то и состоит овладение этой наукой, чтобы уметь обнаруживать геометрическую основу задачи там, где она замаскирована посторонними подробностями. Наша задача по существу безусловно геометрическая: без знания геометрии ее не решить.

Итак, почему же передняя ось телеги стирается больше задней? Всем известно, что передние колеса меньше задних. На одном и том же расстоянии малый круг оборачивается большее число раз, чем круг покрупнее; у меньшего круга и окружность меньше — оттого она укладывается в данной длине большее число раз. Теперь понятно, что при всех поездках телеги передние ее колеса делают больше оборотов, нежели задние, а большее число оборотов, конечно, сильнее стирает ось.

Число граней

Задача вовсе не шуточная и вскрывает ошибочность обычного словоупотребления. У шестигранного карандаша не шесть граней, как, вероятно, полагает большинство. Всех граней у него, если он не очинён, восемь: шесть боковых и еще две маленькие «торцовые» грани. Будь у него в действительности шесть граней, он имел бы совсем иную форму — бруска с четырехугольным сечением.

Привычка считать у призм только боковые грани, забывая об основаниях, очень распространена. Многие говорят: трехгранная призма, четырехгранная призма и т. д., между тем как призмы эти надо называть: треугольная, четырехугольная и т. д. — по форме основания. Трехгранной призмы, то есть призмы о трех гранях, даже и не существует.

Поэтому карандаш, о котором говорится в задаче, правильно называть не «шестигранным», а «шестиугольным».

Что тут нарисовано?

Нарисованы — в необычном повороте — следующие вещи: бритва, ножницы, вилка, карманные часы, ложка. Рассматривая какой нибудь предмет, мы, собственно говоря, видим его проекцию на плоскость, перпендикулярную к лучу зрения. В данном случае вам были показаны не те проекции, к которым вы привыкли, и этого достаточно, чтобы предмет сделался почти неузнаваемым.

Стаканы и ножи

Рис. 303

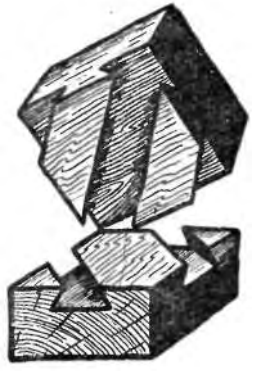


Рис. 304.

Сделать это вполне возможно, расположив ножи так, как показано на рис. 303. Каждый нож опирается одним концом о стакан, а противоположным — о другой нож, который, в свою очередь, опирается также о нож. Ножи взаимно поддерживают друг друга.

Как это сделано?

Секрет очень прост, как видно из рис. 304.

Все дело в том, что выступы и углубления (шпунты и пазы) идут не крестом, как невольно кажется при

рассмотрении готовой вещи, а параллельно друг другу в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть сбоку в соответствующие пазы.

Одна затычка к трем отверстиям

Рис. 305.

Пригодные для требуемой цели затычки показаны на рис. 305.

Найти затычку

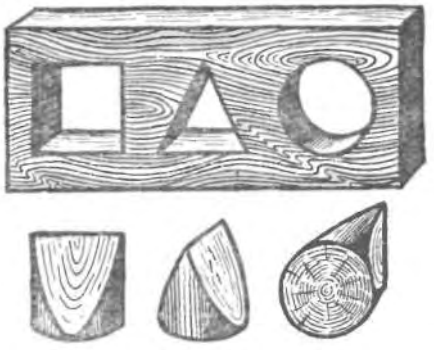


Рис. 306.

Нужная в данном случае затычка существует. Она имеет форму, показанную на рис. 306. Легко видеть, что одна такая затычка действительно может закрыть и квадратное, и треугольное, и круглое отверстия.

Вторая затычка

Существует затычка и для тех дыр, которые изображены на рис. 307: круглой, квадратной и крестообразной. Она представлена в трех положениях.

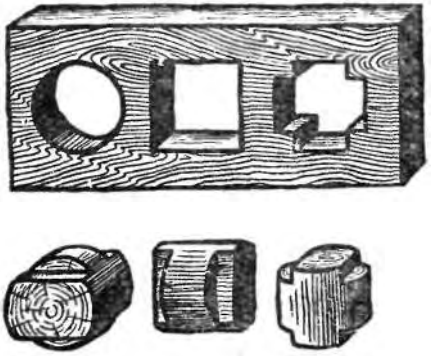


Рис. 307.

Третья затычка

Существует и такая затычка: вы можете видеть ее с трех сторон на рис. 308.

Задачи, которыми мы сейчас занимались, приходится нередко разрешать чертежникам, когда по трем проекциям какой нибудь машинной части они должны установить ее форму.

Рис. 308.

Две кружки

Та кружка, которая в $1^1/_2$ раза шире, при равной высоте была бы вместительнее в $(1^1/_2)^2$, то есть в $2^1/_4$ раза. Так как она ниже только в два раза, то в конечном итоге она все же вместительнее, чем высокая кружка.

Сколько стаканов?

Сравнивая первую и третью полки, мы замечаем, что они отличаются друг от друга следующим: на третьей полке один лишний сосуд среднего размера, зато нет трех малых сосудов. А так как общая вместимость сосудов каждой полки одинакова, то, очевидно, вместимость одного среднего сосуда равна вместимости трех малых. Итак, средний сосуд вмещает три стакана. Теперь остается определить вместимость большого сосуда. Заменив на первой полке средние сосуды соответствующим числом стаканов, мы получаем один большой сосуд в 12 стаканов.

Сравнив это со второй полкой, соображаем, что один большой сосуд вмещает шесть стаканов.

Две кастрюли

Обе кастрюли — тела, геометрически подобные. Если большая кастрюля в восемь раз вместительнее, то все ее линейные размеры в два раза больше: она вдвое выше и вдвое шире по обоим направлениям. Но раз она вдвое выше и шире, то поверхность ее больше в 2×2, то есть в четыре раза, потому что поверхности подобных тел относятся, как квадраты линейных размеров. При одинаковой толщине стенок вес кастрюли зависит от величины ее поверхности. Отсюда имеем ответ на вопрос задачи: большая кастрюля в четверо тяжелее меньшей.

Четыре куба

На одну чашку надо положить три меньших куба, а на другую — один большой. Нетрудно установить, что весы должны остаться в равновесии. Покажем для этого, что сум

ма объемов трех меньших кубов равна объему самого большего. Это вытекает из равенства:

$$6^3 + 8^3 + 10^3 = 12^3,$$

то есть

$$216 + 512 + 1000 = 1728.$$

До половины

Самый простой способ — наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края (рис. 308, *а*). Если при этом хоть немного обнаружится дно бочки, значит, вода стояла ниже половины.

Рис. 308 а

Если, наоборот, дно окажется ниже уровня воды — значит, вода была налита больше, чем до половины. И, наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, значит, вода налита ровно до половины.

Что тяжелее?

Правый куб представим себе состоящим из маленьких кубиков, в каждом из которых помещается шарик. Легко видеть, что большой шар занимает такую же долю целого куба, какую составляет каждый малый шарик от малого кубика.

Число всех малых шариков и кубиков нетрудно определить: $6 \times 6 \times 6 = 216$. 216 шариков составляют по объему такую же долю от 216 кубиков, как и один шарик от одного кубика, то есть такую же, как и большой шар от большего куба. Отсюда ясно, что в обоих ящиках содержится одинаковое количество металла и, следовательно, вес их должен быть один и тот же.

Трехногий стол

Трехногий стол всегда может касаться пола концами своих трех ножек, потому что через каждые три точки пространства может проходить плоскость, и притом только одна; в этом причина того, что трехногий стол не качается. Как видите, она чисто геометрическая, а не физическая.

Вот почему так удобно пользоваться треногами для землемерных инструментов и фотографических аппаратов. Четвертая нога не сделала бы подставку устойчивее; напротив, пришлось бы тогда всякий раз заботиться о том, чтобы она не качалась.

Сколько прямоугольников?

Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

Шахматная доска

На шахматной доске изображено не 64 квадрата, а гораздо больше: ведь, кроме маленьких черных и белых квадратиков, на ней имеются еще пестрые квадраты, составленные из 4, 9, 16, 25, 36, 49 и из 64 одиночных квадратиков. Все их нужно учесть:

одиночных маленьких квадратиков	64
составленных из 4 маленьких	49
« « 9 «	36
« « 16 «	25
« « 25 «	16
« « 36 «	9
« « 49 «	4
« « 64 «	1
Итого	221

Итак, шахматная доска заключает в себе 224 различно расположенных квадратов равной величины.

Кирпичик

Ответ, что игрушечный кирпичик весит 1 кг, то есть всего вчетверо меньше, грубо ошибочен. Кирпичик ведь не только вчетверо короче настоящего, но и вчетверо уже да еще вчетверо ниже, поэтому объем и вес его меньше в $4 \times 4 \times 4 = 64$ раза.

Правильный ответ, следовательно, таков: игрушечный кирпичик весит $4000 : 64 = 62{,}3$ г.

Великан и карлик

Вы теперь уже подготовлены к правильному решению этой задачи. Так как фигуры человеческого тела приблизительно подобны, то при вдвое большем росте человек имеет объем не вдвое, а в восемь раз больший. Значит, наш великан весит больше карлика раз в восемь.

Самый высокий великан, о котором сохранились сведения, был один житель Эльзаса ростом в 275 см — на целый метр выше человека среднего роста. Самый маленький карлик имел в высоту меньше 40 см, то есть был ниже исполина эльзасца круглым счетом в семь раз. Поэтому, если бы на одну чашку весов поставить великана эльзасца, то на другую надо бы для равновесия поместить $7 \times 7 \times 7 = 343$ карлика — целую толпу.

По экватору

Принимая рост человека в 175 см и обозначив радиус Земли через R, имеем:

$$2 \times 3{,}14 \times (R + 175) - 2 \times 3{,}14 \times R = 2 \times 3{,}14 \times 175 = 1100 \text{ см},$$

то есть около 11 м. Поразительно здесь то, что результат совершенно не зависит от радиуса шара и, следовательно, одинаков на исполинском Солнце и маленьком шарике.

В увеличительное стекло

Если вы полагаете, что в лупу угол наш окажется величиной в $1^1/_2 \times 4 = 6°$, то дали промах. Величина угла нисколько не увеличивается при рассматривании его в лупу. Правда, дуга, измеряющая угол, несомненно увеличивается, но во столь

Рис. 309.

ко же раз увеличивается и радиус этой дуги, так что величина центрального угла остается без изменения. Рис. 309 поясняет сказанное.

Подобные фигуры

Часто на оба поставленных в задаче вопроса отвечают утвердительно. В действительности же подобны только треугольники; наружный же и внутренний четырехугольники в фигуре рамки, вообще говоря, не подобны. Для подобия треугольников достаточно равенства углов, а так как стороны внутреннего треугольника параллельны сторонам наружного, то фигуры эти подобны. Но для подобия прочих многоугольников недостаточно одного равенства углов (или — что то же самое — одной лишь параллельности сторон) — необходимо еще, чтобы стороны многоугольников были пропорциональны. Для наружного и внутреннего четырехугольников в фигуре рамки это имеет место только в случае квадратов (и вообще — ромбов). Во всех же прочих случаях стороны наружного четырехугольника непропорциональны сторонам внутреннего и, следовательно, фигуры не подобны. Отсутствие подобия становится очевидным для прямоугольных рамок с широкими планками, как на рис. 310. В левой рамке наружные стороны относятся друг к другу, как 2:1, а внутренние, как 4:1. В правой — наружные, как 4:3, а внутренние, как 2:1.

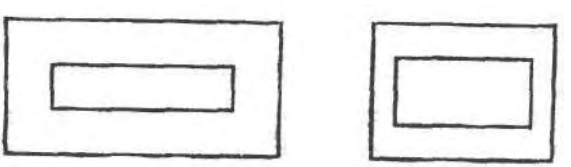


Рис. 310.

Высота башни

Чтобы по снимку определить высоту башни в натуре, нужно прежде всего измерить возможно точнее высоту башни и длину ее основания на фотографическом изображении. Предположим, высота на снимке 95 мм, а длина основания 19 мм. Тогда вы измеряете длину основания башни в натуре; допустим, она оказалась равной 14 м,

Сделав это, вы рассуждаете так.

Фотография башни и ее подлинные очертания геометрически подобны друг другу. Следовательно, во сколько раз изображение высоты больше изображения основания, во столько же раз высота башни в натуре больше длины ее основания. Первое отношение равно 95 :19, то есть 5; отсюда заключаете, что высота башни больше длины ее основания в пять раз и равна в натуре $14 \times 5 = 70$ м.

Итак, высота городской башни 70 м.

Надо заметить, однако, что для фотографического определения высоты башни пригоден не всякий снимок, а только такой, в котором пропорции не искажены, как это бывает у неопытных фотографов.

Что получится?

В квадратном метре тысяча тысяч квадратных миллиметров. Каждая тысяча приложенных друг к другу миллиметровых квадратиков составляет 1 м; тысяча тысяч их составляет 1000 м, то есть 1 км: полоска вытянется на целый километр.

В том же роде

Ответ поражает неожиданностью: столб возвышался бы на... 1000 км.

Сделаем устный расчет. В 1 куб. м содержится кубических миллиметров: $1000 \times 1000 \times 1000$. Каждая 1000 миллиметровых кубиков, поставленных один на другой, даст столб в 1000 м = 1 км. А так как у нас кубиков еще в 1000 раз больше, то и составится 1000 км.

Сахар

При некотором усилии воображения задача эта, кажущаяся очень замысловатой, решается довольно просто. Предположим для простоты, что куски колотого сахара в поперечнике

больше частиц сахарного песка в 100 раз. Представим себе теперь, что все частицы песка увеличились в поперечнике в 100 раз вместе со стаканом, в который песок насыпан. Вместимость стакана увеличится в 100×100×100, то есть в миллион раз; во столько же раз увеличится и вес содержащегося в нем сахара. Отсыплем мысленно один нормальный стакан этого укрупненного песку, то есть миллионную часть содержимого стакана гиганта. Отсыпанное количество будет, конечно, весить столько, сколько весит обыкновенный стакан обыкновенного песку. Что же, однако, представляет собой отсыпанный нами укрупненный песок? Не что иное, как колотый сахар. Значит, колотого сахара в стакане заключается по весу столько же, сколько и песка.

Если бы вместо 100 кратного увеличения мы взяли 60 кратное или какое нибудь другое, дело нисколько не изменилось бы. Суть рассуждения лишь в том, что куски колотого сахара рассматриваются как тела, геометрически подобные частицам сахарного песку и притом расположенные подобным же образом. Допущение это, конечно, не строго верно, но оно достаточно близко к действительности (если только речь идет именно о колотом, а не о пиленом сахаре).

Путь мухи

Для решения задачи развернем боковую поверхность цилиндрической банки в плоскую фигуру; получим прямоугольник (рис. 311, *а*), высота которого 20 см, а основание равно окружности банки, то есть $10\times3\frac{1}{7} = 31\frac{1}{2}$ см (без малого). Наметим на этом прямоугольнике положение мухи и медовой капли. Муха — в точке *A*, на расстоянии 17 см от основания; капля — в точке *B*, на той же высоте и на расстоянии полуокружности банки от *A*, то есть в $15\frac{3}{4}$ см.

Чтобы найти теперь точку, в которой муха должна пере

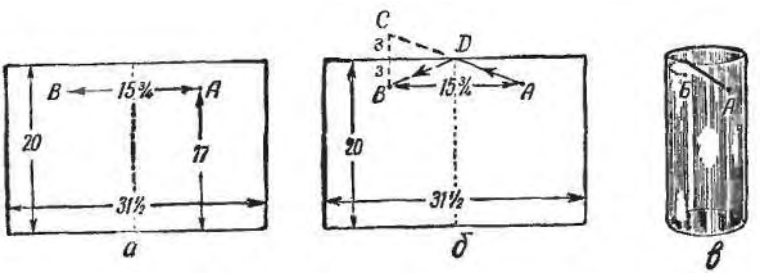


Рис. 311.

ползти край банки, поступим следующим образом. Из точки *B* (рис. 311,*б*) проведем прямую под прямым углом к верхней стороне прямоугольника и продолжим ее на равное расстояние: получим точку *C*. Эту точку соединим прямой линией с *A*. Точка *D* и будет та, где муха должна переползти на другую сторону банки, а путь *ADB* окажется самым коротким.

Найдя кратчайший путь на развернутом прямоугольнике, свернем его снова в цилиндр и узнаем, как должна бежать муха, чтобы скорее добраться до капли меда (рис. 311, *в*).

Путь жука

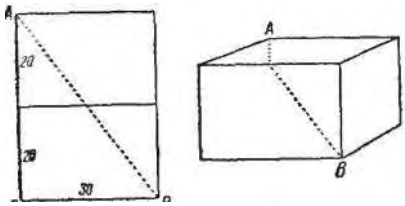


Рис. 312

Кратчайший путь легко определится, если мы мысленно повернем верхнюю грань камня так, чтобы она оказалась в одной плоскости с передней (рис. 312). Тогда станет очевидным, что кратчайший путь — прямая линия, соединяющая *A* с *B*. Какова длина этого пути? Мы имеем прямоугольный треугольник *ABC*, в котором *AC* = 40 см, *CB* = 30 см. По Пифагору, третья сторона, *AB*, должна равняться 50 см, потому что $30^2 + 40^2 = 50^2$.

Итак, кратчайший путь *AB* = 50 см.

Путешествие шмеля

Задача решилась бы очень просто, если бы было сказано, сколько времени понадобилось шмелю на перелет из сада в гнездо. Этого в задаче не сказано, но геометрия поможет нам самим узнать это.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала «прямо на юг» в течение 60 минут. Затем он летел 45 минут «на запад», то есть под прямым углом к прежнему пути. Оттуда «кратчайшей дорогой», то есть по прямой линии, обратно к гнезду. У нас получился прямоугольный треугольник *ABC*, в котором известны оба катета, *AB* и *BC*, и надо определить третью сторону — гипотенузу *AC*.

Геометрия учит, что если какая нибудь величина содержится в одном катете три раза, а в другом четыре раза, то в

третьей стороне — гипотенузе — та же величина должна содержаться ровно пять раз.

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 м, то гипотенуза равна 5 м; если катеты 9 и 12 км, то третья сторона равна 15 км, и т. п. В нашем случае один катет 3×15 минут

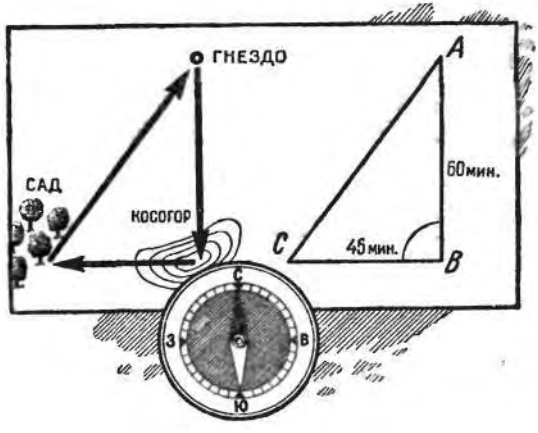


Рис. 313.

пути, другой — 4×15 минут пути; значит гипотенуза AC = = 5×15 минут пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду шмель летел 75 минут, то есть $1\frac{1}{4}$ часа.

Теперь легко уже подсчитать, сколько времени пробыл шмель в отсутствии. На перелеты он употребил времени:

1 час + $\frac{3}{4}$ часа + $1\frac{1}{4}$ часа = 3 часа.

На остановки у него ушло времени:

$\frac{1}{2}$ часа + $1\frac{1}{2}$ часа = 2 часа.

Итого: 3 часа + 2 часа = 5 часов.

Основание Карфагена

Если площадь воловьей шкуры 4 кв. м, или 4 миллиона кв. мм, а ширина ремня 1 мм, то общая длина вырезанного ремня (Дидона, надо думать, вырезала его спирально) — 4 миллиона мм, или 4000 м, то есть 4 км. Таким ремнем можно окружить квадратный участок в 1 кв. км, а круглый участок — в 1,3 кв. км.

БЕЗ МЕРНОЙ ЛИНЕЙКИ

Измерение пути шагами

Мерная линейка или лента не всегда оказывается под руками, и полезно уметь обходиться как нибудь без них, производя хотя бы приблизительные измерения.

Мерить более или менее длинные расстояния, например во время экскурсий, проще всего шагами. Для этого нужно знать длину своего шага и уметь считать шаги. Конечно, они не всегда одинаковы: мы можем делать мелкие шаги, можем при желании шагать и широко. Но все же при обычной ходьбе мы делаем шаги приблизительно одной длины, и если знать среднюю их длину, то можно без большой ошибки измерять расстояния шагами.

Чтобы узнать длину своего среднего шага, надо измерить длину многих шагов вместе и вычислить отсюда длину одного. При этом, разумеется, нельзя уже обойтись без мерной ленты или шнура.

Вытяните ленту на ровном месте и отмерьте расстояние в 20 м. Прочертите эту линию на земле и уберите ленту. Теперь пройдите по линии обычным шагом и сосчитайте число сделанных шагов. Возможно, что шаг не уложится целое число раз на отмеренной длине. Тогда, если остаток короче половины дли

ны шага, его можно просто откинуть; если же длиннее полушага, остаток считают за целый шаг. Разделив общую длину 20 м на число шагов, получим среднюю длину одного шага. Это число надо запомнить, чтобы, в случае необходимости, пользоваться им для промеров.

Чтобы при счете шагов не сбиться, можно — особенно на длинных расстояниях — вести счет следующим образом. Считают шаги только до 10; досчитав до этого числа, загибают один палец левой руки. Когда все пальцы левой руки загнуты, то есть пройдено 50 шагов, загибают один палец на правой руке. Так можно вести счет до 250, после чего начинают сызнова, запоминая, сколько раз были загнуты все пальцы правой руки. Если, например, пройдя некоторое расстояние, вы загнули все пальцы правой руки два раза и к концу пути у вас окажутся загнутыми на правой руке три пальца, а на левой — четыре, то вами сделано было шагов

$$2 \times 250 + 3 \times 50 + 4 \times 10 = 690.$$

Сюда нужно прибавить еще те несколько шагов, которые сделаны после того, как был загнут в последний раз палец левой руки.

Отметим попутно следующее старое правило: длина среднего шага взрослого человека равна половине расстояния от пола до глаз.

Другое старинное практическое правило относится к скорости ходьбы: человек проходит в час столько километров, сколько шагов делает он в 3 секунды. Легко показать, что правило это верно лишь для определенной длины шага и притом для довольно большого шага. В самом деле: пусть длина шага x м, а число шагов в 3 секунды равно n. Тогда в 3 секунды пешеход делает nx м, а в час (3600 секунд) — 1200 nx м, или 1,1 nx км. Чтобы путь этот равнялся числу шагов, делаемых в 3 секунды, должно существовать равенство:

$$1{,}2\ nx = n, \text{ или } 1{,}2\ x = 1.$$

Откуда $x = 0{,}83$ м.

Если верно предыдущее правило о зависимости длины шага от роста человека, то второе правило, сейчас рассматриваемое, оправдывается только для людей среднего роста — около 175 см.

Живой масштаб

Для обмера предметов средней величины, не имея под рукой метровой линейки или ленты, можно поступать так. Надо натянуть веревочку или отмерить палку от конца протянутой в сторону руки до противоположного плеча (рис. 314) — это и

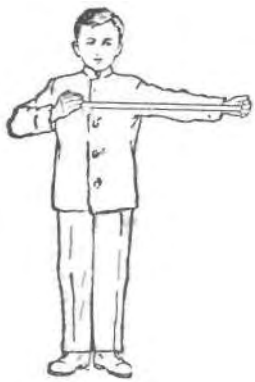


Рис. 314.

есть у взрослого мужчины приблизительная длина метра. Другой способ получить примерную длину метра состоит в том, чтобы отложить по прямой линии шесть «четвертей», то есть шесть расстояний между концами большого и указательного пальцев, расставленных как можно шире (рис. 315, *а*).

Последнее указание вводит нас в искусство мерить «голыми руками»; для этого необходимо лишь предварительно измерить кисть своей руки и твердо запомнить результаты промеров.

Что же надо измерить в кисти своей руки? Прежде всего ширину ладони, как показано на рис. 315, *б*. У взрослого человека она равна примерно 10 см; у вас она, быть может, меньше, и вы должны знать, на сколько именно меньше. Затем нужно измерить, как велико у вас расстояние между концами среднего

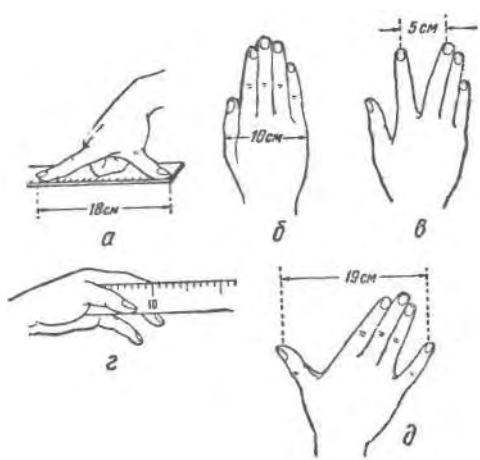


Рис. 315.

и указательного пальцев, раздвинутых возможно шире (рис. 315, *в*). Далее, полезно знать длину своего указательного пальца, считая от основания большого пальца, как ука

зано на рис. 315, *г*. И, наконец, измерьте расстояние концов большого пальца и мизинца, когда они широко расставлены, как на рис. 315, *д*.

Пользуясь этим «живым масштабом», вы можете производить приблизительно измерения мелких предметов.

Измерение при помощи монет

Хорошую службу также могут сослужить наши медные (бронзовые) монеты современной чеканки. Не многим известно, что поперечник копеечной монеты в точности равен $1^1/_2$ см, а пятака — $2^1/_2$ см, так что положенные рядом обе монеты дают 4 см (рис. 316), Значит, если у вас имеется при себе не

Рис. 316.

сколько медных монет, то вы сможете довольно точно наметить следующие длины:

Копейка	$1^1/_2$ см
Пятак	$2^1/_2$ «
Две копеечные монеты . .	3 «
Пятак и копейка	4 «
Два пятака	5 «

и т. д.

Отняв от ширины пятака ширину копеечной монеты, получите ровно 1 см.

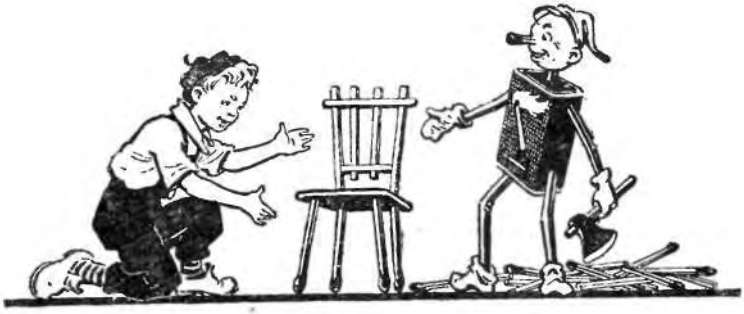
Если пятака и копейки при вас не окажется, а будут только 2 копеечная и 3 копеечная монеты, то и они могут до известной степени выручить вас, если запомните твердо, что положенные рядом обе монеты дают 4 см. Согнув 4 сантиметро

вую бумажную полоску пополам и затем еще раз пополам, получите масштаб из 4 см [1].

Вы видите, что при известной подготовке и находчивости вы и без мерной линейки можете производить годные для практики измерения.

К этому полезно будет прибавить еще, что наши медные (бронзовые) монеты могут служить при нужде не только масштабом, но и удобным разновесом для отвешивания грузов. Новые, непотертые медные монеты современной чеканки весят столько граммов, сколько обозначено на них копеек: копеечная монета — 1 г, 2 копеечная — 2 г и т. д. Вес монет, бывших в употреблении, незначительно отступает от этих норм. Так как в обиходе часто не бывает под рукой именно мелких разновесок в 1—10 г, то знание указанных сейчас соотношений может весьма пригодиться.

[1] Поперечник 15 копеечной монеты приблизительно равен 2 см, но только приблизительно, истинный диаметр этой монеты 1,956 мм. Между тем указанные выше размеры медных монет современной чеканки верны в точности. У кого есть штангенциркуль, тот легко может в этом убедиться.



РАЗВЛЕЧЕНИЯ СО СПИЧКАМИ

Коробок спичек — своего рода ящик с сюрпризами, заключающий в себе обширный выбор забавных, а подчас и довольно замысловатых задач и головоломок. Вот один из многочисленных образчиков подобных задач. Для начала избираем очень легкую задачку.

Из четырех квадратов три

Задача 1я

Перед вами (рис. 317, *а)* фигура, составленная из 12 спичек и содержащая четыре равных квадрата. Задача состоит в том, чтобы, переложив четыре спички этой фигуры, получить новую фигуру, состоящую всего из трех равных квадратов. В новую фигуру должны, значит, входить те же 12 спичек, но иначе расположенные. Переместить нужно непременно четыре спички — не больше и не меньше.

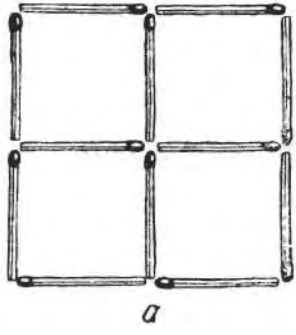


Рис. 317.

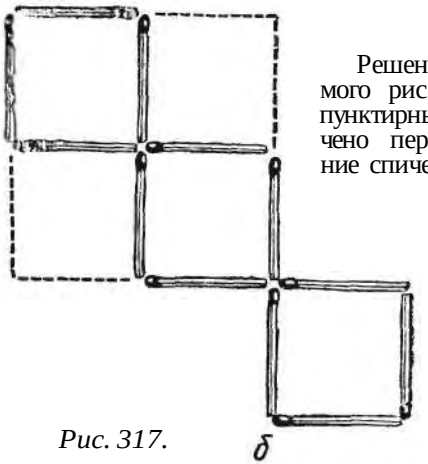


Рис. 317.

Решение

Решение ясно из прилагаемого рис. 317, *б*, на котором пунктирными линиями обозначено первоначальное положение спичек,

Квадрат из спичек

Задача 2я

Эта задача замысловатее предыдущей. Возьмите четыре спички и расположите их таким образом, чтобы они образовали четыре прямых угла. Я нарочно не указываю здесь этого первоначального расположения спичек — в его отыскании и заключается суть головоломки. Когда это сделано, переложите одну спичку так, чтобы при новом расположении спички ограничивали квадрат.

Решение

Задачу эту можно решать разнообразными способами, и в этом ее особая занимательность. Можно, например, за первоначальное положение взять то, которое указано на рис, 318, *а:*

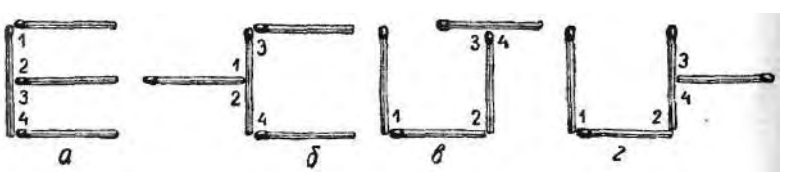


Рис. 318.

в этой фигуре четыре прямых угла, обозначенных цифрами *1, 2, 3, 4.* Переложить надо, конечно, среднюю спичку этой фигуры, замкнув квадрат.

Другие примеры начального расположения спичек указаны на рис. 318, *б, в* и *г.* Какую спичку и как надо переложить, ясно из рисунков.

Вероятно, читателям удастся отыскать еще и другие способы решения этой задачи, по едва ли посчастливится им напасть на то совершенно неожиданное решение, которое изображено на рис. 319. Первоначальное расположение спичек берется такое, как на рис. 319, слева. Для получения же квадрата верхняя спичка чуть отодвигается вверх (рис. 319, справа): получается крошечный квадратик, «ограниченный четырьмя спичками».

Рис. 319.

Это оригинальное решение вполне правильно и удовлетворяет условиям задачи: ведь не требовалось, чтобы квадрат получился непременно большой!

Еще спичечные задачи

Рассмотренные сейчас две задачи дают представление о характере тех головоломок, которые можно извлечь из спичечного коробка. Число задачек этого рода так велико, что в свое время один немецкий автор (Тромгольд) собрал в отдельную книгу свыше 200 самых разнообразных спичечных головоломок. Интересная книжечка эта имелась и в русском переводе (С. Тромгольд, «Игры со спичками». Одесса, 1907). Так как в наше время ее уже, к сожалению, нет в продаже, то позволяю себе привести здесь из нее десятка два задач, по образцу которых читатель, без сомнения, сможет уже и сам составить длинный ряд других. Многие из них легки, но попадаются и очень замысловатые. Чтобы не лишать читателя удовольствия доискаться решения самостоятельно, победоносно выйдя из хитро расставленных для него затруднений, ответы напечатаны не сразу после задач, а собраны вместе в конце всей главки[1].

Начнем с более легких.

[1] Из той же книжечки Тромгольда мной заимствованы в измененном виде и кое какие другие спичечные развлечения.

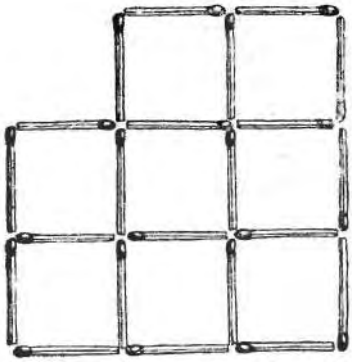


Рис. 320.

Задача 3я

а) Переложить две спички так, чтобы получилось семь равных квадратов (рис. 320)..

б) Из полученной фигуры вынуть две спички так, чтобы осталось пять квадратов.

Задача 4я

Вынуть восемь спичек так (рис. 321), чтобы из оставшихся образовалось четыре равных квадрата (есть два решения).

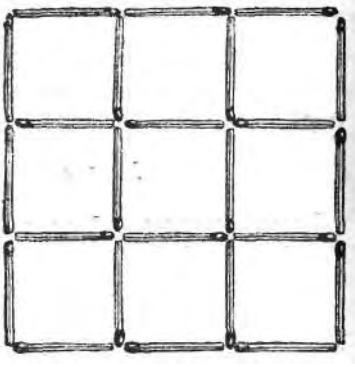


Рис. 321.

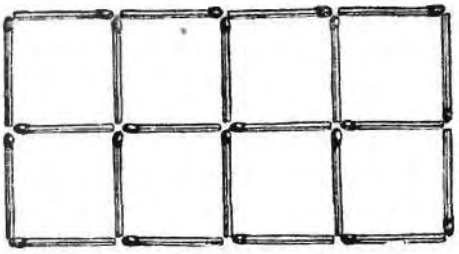


Рис. 322

Задача 5я

Вынуть четыре спички так, чтобы образовалось пять равных или пять неравных квадратов (рис. 322),

Задача 6я

Вынуть (рис. 321) шесть спичек так, чтобы из оставшихся образовалось три квадрата.

Задача 7я

Переложить пять спичек так, чтобы получилось два квадрата (рис. 323).

Рис. 323.

Задача 8я

Отобрать 10 спичек так (рис. 324), чтобы осталось четыре равных квадрата (есть пять решений).

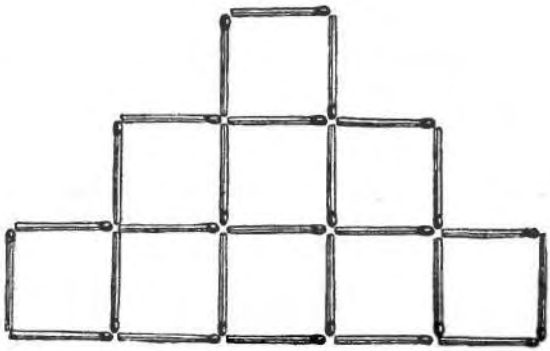


Рис. 324.

Задача 9я

Из 12 спичек составить три равных четырехугольника и два равных треугольника.

Задача 10-я

Отобрать (рис. 322) шесть спичек так, чтобы осталось четыре равных квадрата.

Задача 11-я

Отобрать (рис. 322) семь спичек так, чтобы осталось четыре равных квадрата.

Задача 12-я

Из восемнадцати целых спичек составить пять квадратов.

**
*

Рассмотрим теперь ряд задач потруднее.

Задача 13-я

Из 18 спичек составить один треугольник и шесть четырехугольников двух размеров, по три каждого размера.

Рис. 325.

Задача 14-я

Из 10 спичек составлены три равных четырехугольника (рис. 325). Одна спичка удаляется, а из остальных девяти спичек требуется составить три новых равных четырехугольника.

Задача 15-я

Из 12 спичек составить двенадцатиугольник с прямыми углами.

Задача 16-я

Вынуть пять спичек так (рис. 326), чтобы осталось пять треугольников (есть два решения).

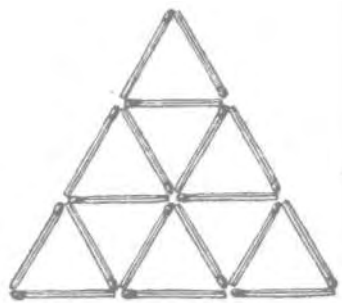


Рис. 326.

Задача 17 я

Составить из 18 спичек шесть равных четырехугольников и один треугольник, в два раза меньший по площади.

Задача 18 я

Переложить шесть спичек так, чтобы получилось шесть равных, симметрично расположенных четырехугольников (рис. 327).

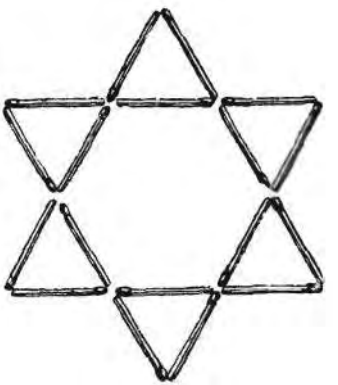


Рис. 327.

Задача 19 я

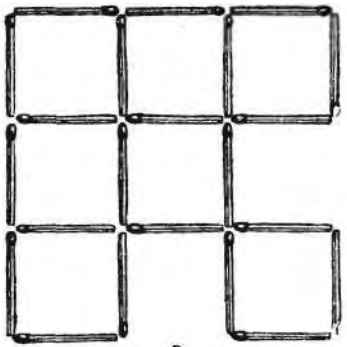
Как образовать 10 спичками два правильных пятиугольника и пять равных треугольников?

Самая замысловатая из задач этого рода, пожалуй, следующая — в своем роде знаменитая — спичечная головоломка.

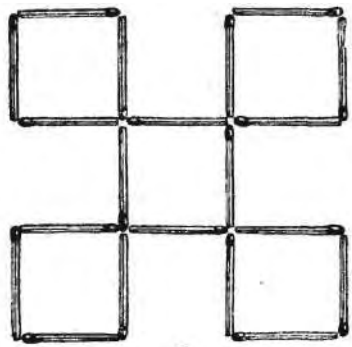
Задача 20 я

Из шести спичек составить четыре одинаковых треугольника, стороны которых равны одной спичке.

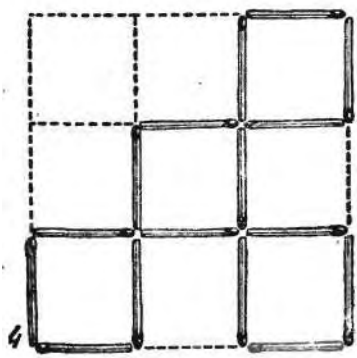
Решение задач 3 — 20



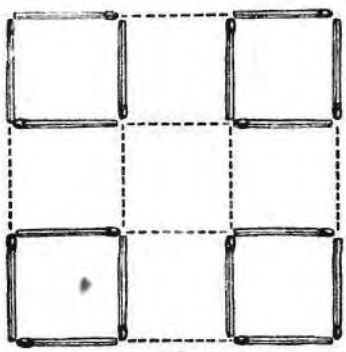
3



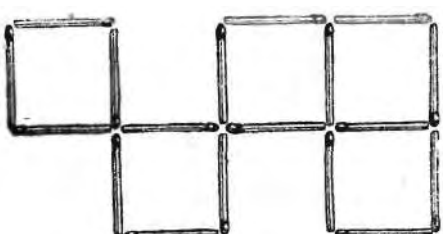
3



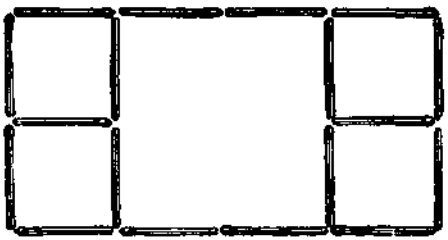
4



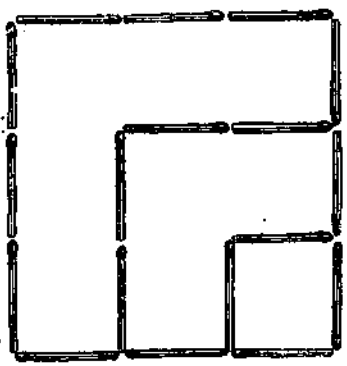
4



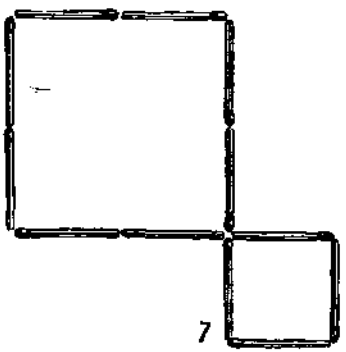
5



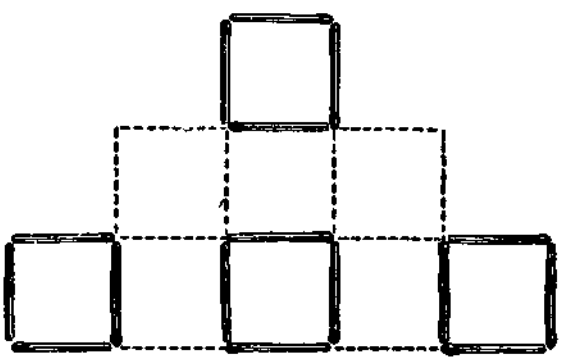
5



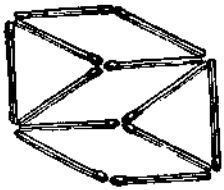
6



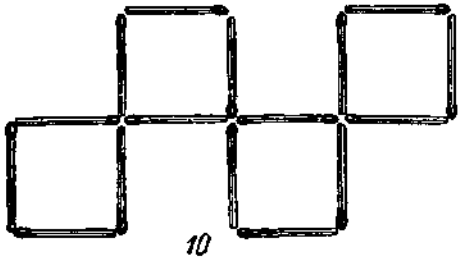
7



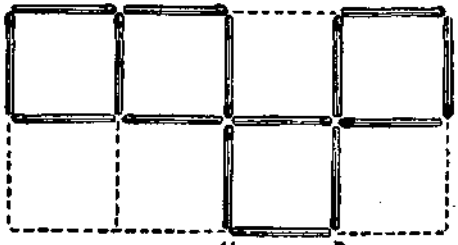
8



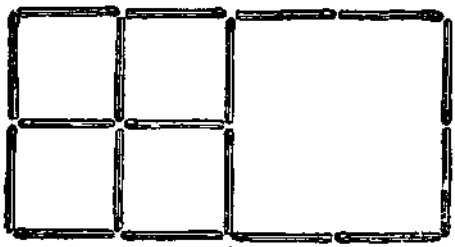
9



10



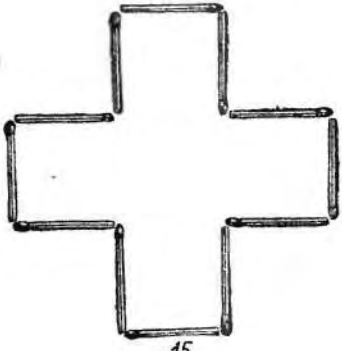
11



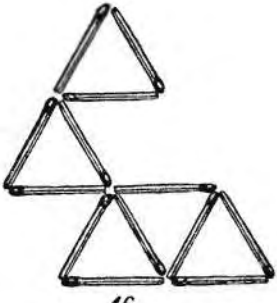
12

13

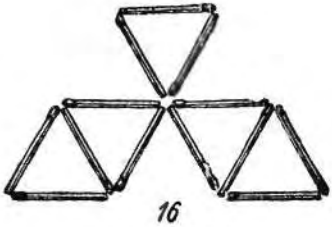
14



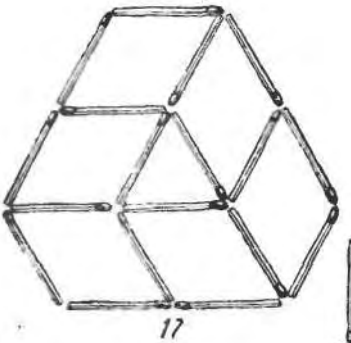
15



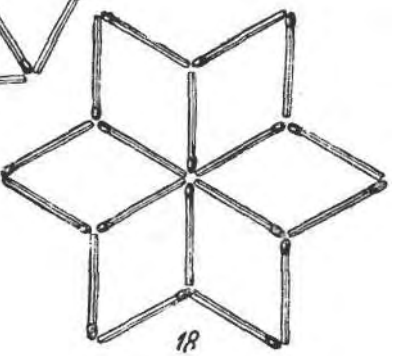
16



16



17



18

19

20

20. Надо составить пирамиду с треугольным основанием и треугольными же боковыми гранями.

СПИЧЕЧНЫЕ ИГРЫ

Ряд из трех спичек

Эта игра представляет собой не что иное, как приспособление к спичкам общеизвестной игры в «нули и крестики». В игре участвуют двое. Выкладывают из спичек фигуру, изображенную на рис. 328. Затем играющие кладут по очереди в одну из девяти клеток этой фигуры по спичке. Один кладет спички головками вверх, другой — головками вниз. Выигравшим считается тот, кто первый закончит прямой или косой (диагональный) ряд из трех своих спичек.

Рис. 328.

Переправа

С помощью спичек очень удобно разбирать старинные задачи игры с переправами. Вот один из примеров.

Отец, мать и двое детей подошли к реке. С помощью спичек мы изобразим это так: отец — целая спичка головкой вверх; мать — целая спичка головкой вниз; дети — две половинки спичек; река — два параллельных ряда спичек. У берега стоит лодка (спичечный коробок). Лодка может поднять либо только одного взрослого, либо же двоих детей. Как могут все они переправиться на другой берег?

Решение

Ряд последовательных переправ, необходимых для того, чтобы всем очутиться на противоположном берегу, показан в табличке.

Переправляются туда:	Возвращаются:
Двое детей	Один ребенок
Один взрослый	Один ребенок
Двое детей	Один ребенок
Один взрослый	Один ребенок
Двое детей	

В результате девяти переправ все четверо окажутся на другом берегу.

Спичечная свайка

Расщепленную на конце спичку поставьте на стол (как показано на рис. 329) недалеко от его края, а на самый край положите спичку, чтобы она немного выступала за край. Теперь подбросьте лежащую спичку щелчком так, чтобы она опрокинула стоящую. Игра гораздо интереснее, если поставить на стол несколько спичек, отметив их бумажками и обозначив различным числом очков, как при игре в кегли. Участвуют в этой игре двое или трое.

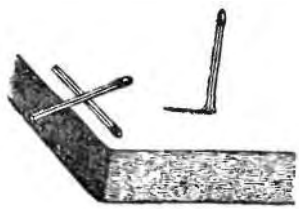


Рис. 329.

Чет или нечет?

Обычная игра в «чет и нечет» общеизвестна. Но вот любопытное видоизменение этой игры. Вы зажимаете в руке некоторое число спичек, а ваш партнер должен отгадать, четное ли это число или нечетное, причем он не произносит ничего вслух, а молча кладет на вашу руку в первом случае две спички, во втором — одну спичку. Эти спички присоединяются к тем, которые были в руке, и затем подсчетом всех этих спичек проверяют, четное или нечетное число спичек оказалось в вашей руке

При таком способе игры спрашивающий имеет возможность играть без проигрыша. Что он должен для этого делать?

Решение

Спрашивающий должен брать всегда нечетное число спичек. Этим он обеспечивает своему партнеру проигрыш во всяком случае — положит ли тот две или одну спичку. Действительно:

нечетное число + 1 = четному числу,
нечетное число + 2 = нечетному числу,

то есть в обоих случаях получается противоположное тому, что было указано партнером,

„Игра в 20"

В этой игре участвуют двое. На стол кладется кучка из 20 спичек, и играющие, один после другого, берут из этой кучки

не более трех спичек каждый. Проигрывает тот, кто берет последнюю взятку, и, значит, выигрывает тот, кто оставляет противнику всего одну спичку.

Как должны вы начать игру и вести ее дальше, чтобы наверняка выиграть?

Решение

Желая выиграть, вы должны начать с того, что берете три спички. Из оставшихся 17 противник ваш может взять одну. две или три спички, по своему желанию, оставив в кучке 16, 15 или 14 спичек. Сколько бы он ни взял, вы следующим ходом (беря три, две или одну спичку) оставляете ему 13 спичек. Дальнейшими ходами вы должны оставить в кучке последовательно девять, пять и, наконец, одну спичку, то есть выигрываете.

Говоря короче: вы берете в начале игры три спички, а в дальнейшем каждый раз столько, чтобы ваша взятка вместе с предыдущей взяткой партнера составляла четыре спички.

Этот план игры найден следующим рассуждением: вы всегда сможете оставить противнику одну спичку, если предыдущим ходом оставили ему пять (тогда, сколько бы он ни взял — три, две, одну,— останется две, три, четыре, то есть благоприятное для вас число спичек); но, чтобы иметь возможность оставить пять, вы должны предыдущим ходом оставить девять, и т. д. Так, «пятясь назад», легко рассчитать все ходы.

Немного алгебры

Игры подобного рода могут быть крайне разнообразны, в зависимости от начального числа спичек в кучке и от предельной величины взятки. Однако знакомые с начатками алгебры могут без труда найти способ выигрывать при всяких условиях игры. Сделаем же эту маленькую экскурсию в область алгебры. Читатели, которые чувствуют себя не подготовленными сопровождать нас, могут прямо перейти к следующей статейке.

Итак, пусть число спичек в кучке — a, а наибольшая взятка, какая разрешается условиями игры,— n. Выигрывает тот, кто берет последнюю спичку. Составим частное: $a/(n+1)$.

Если оно не дает остатка, то надо предоставить начинать игру своему партнеру и брать каждый раз столько, чтобы об

щее число спичек, взятых обоими от начала игры, последовательно равнялось

$$n+1, \quad 2(n+1), \quad 3(n+1), \quad 4(n+1) \quad \text{и т. д.}$$

Если же при делении $a/(n+1)$ получается остаток, который обозначим через r, то вы должны начать игру сами и в первый раз взять r спичек, а в дальнейшем держаться чисел

$$r+(n+1), \quad r+2(n+1), \quad r+3(n+1) \quad \text{и т. д.}$$

Ради упражнения попробуйте применить указанные правила к следующим частным случаям (выигравшим считается взявший последнюю спичку):

1) число спичек в кучке 15; взятка — не свыше трех;
2) число спичек 25; взятка — не свыше четырех;
3) число спичек 30; взятка — не свыше шести;
4) то же, но взятка — не свыше семи.

Разумеется, когда секрет беспроигрышной игры известен обоим партнерам, то выигрыш предрешен и игра утрачивает смысл.

НЕМНОГО АРИФМЕТИКИ НА СПИЧКАХ

Из трех — четыре

Это задача шутка, довольно забавная. На столе лежат три спички. Не прибавляя и не ломая ни одной спички, сделайте из этих трех спичек четыре.

Решение

Вы делаете «четыре» — просто четыре, а не четыре спички — следующим образом (рис. 330).

Рис. 330.

Таким же незамысловатым, но для многих неожиданным способом вы могли бы сделать из трех спичек шесть (VI), из четырех — семь (VII) и т. д.

Вот еще образчик задачи шутки подобного же рода:

3+2=8!

На столе лежат три спички. Прибавить к ним еще две — и получите... восемь!

Решение

И здесь выручает римская нумерация. Вот ответ: III + II = VIII.

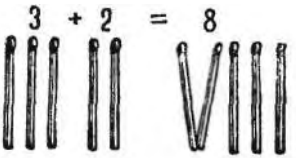


Рис. 331.

Три кучки спичек

На столе лежат 48 спичек, распределенных по трем кучкам. Сколько спичек в каждой кучке, вы не знаете. Зато вы знаете следующее: когда из первой кучки переложили во вторую столько, сколько в этой второй кучке имелось, затем из второй в третью столько, сколько в этой третьей имелось, и, наконец, из третьей в первую столько, сколько в этот момент в первой кучке имелось, то во всех трех кучках оказалось спичек поровну.

Можете ли вы сказать, сколько спичек было в каждой кучке первоначально?

Решение

Задачу нужно решать с конца. Нам говорят, что после всех перекладываний число спичек в кучках оказалось одинаковым. Так как от этих перекладываний общее число спичек во всех трех кучках не изменилось и, значит, осталось прежнее (48), то в каждой кучке после трех перекладываний оказалось по 16 спичек. Следовательно, к концу имеем:

первая кучка	вторая кучка	третья кучка
16	16	16

Непосредственно перед этим в первую кучку было прибавлено столько, сколько в ней имелось, то есть число спичек в ней было удвоено. Значит, до последнего перекладывания в первой кучке было не 16, а восемь спичек; в третьей же кучке, откуда эти восемь спичек были взяты, имелось 16 + 8 = 24.

Теперь у нас такое распределение спичек:

первая кучка	вторая кучка	третья кучка
8	16	24

Далее, мы знаем, что перед этим из второй кучки было переложено в третью столько спичек, сколько имелось в третьей кучке. Значит, 24 — это удвоенное число спичек, бывших в третьей кучке до второго перекладывания. Отсюда узнаем распределение спичек после первого перекладывания:

первая кучка	вторая кучка	третья кучка
8	28	12

Легко сообразить, что раньше первого перекладывания, то есть до того, как из первой кучки было переложено во вторую столько спичек, сколько в этой второй имелось, распределение спичек было такое:

первая кучка	вторая кучка	третья кучка
22	14	12

Это и есть первоначальное распределение спичек по кучкам. Нетрудно убедиться, проделав требуемые задачей переложения, что ответ верен,

НЕМНОГО ГЕОМЕТРИИ НА СПИЧКАХ

Горизонтально и вертикально

Попросите товарища положить на стол одну спичку горизонтально. Он положит, разумеется, так:

Затем попросите его положить возле первой спички вторую спичку вертикально. Сделает он это примерно так:

Товарищ ваш и не подозревает, что вы его «поддели». Боюсь, что вы и сами этого не подозреваете.

Ведь задача то решена неверно!

Решение

Обе спички горизонтальны! Вы удивлены? Но подумайте: спичка, лежащая на горизонтальной поверхности стола, может ли иметь вертикальное направление? Вертикальное направление — это направление сверху вниз, к земле (точнее, к центру земного шара), а как бы вы ни положили спичку на стол, она не будет направлена к земле.

99 человек из 100 делают эту ошибку, не исключая даже и иных математиков. Едва ли ваш товарищ будет тот сотый, который не попадет впросак.

Два четырехугольника

На рис. 332 изображен четырехугольник из шести спичек, площадь которого вдвое больше площади квадрата со стороной, равной одной спичке. Так как длина спички вам известна — 5 см, — то вы легко определите площадь вашего четырехугольника в сантиметрах: 5 X 10 = 50 кв. см. Задача состоит в следующем: не изменяя длины обвода этого четырехугольника, изменить форму его так, чтобы площадь уменьшилась вдвое, то есть равнялась 25 см. Как это сделать?

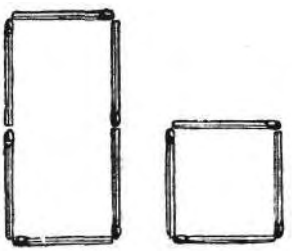


Рис. 332,

Пусть читатель обратит внимание на то, что речь идет о составлении четырехугольной фигуры (а не непременно прямоугольной): углы новой фигуры не обязательно должны быть прямые.

Решение

Надо из шести спичек сложить параллелограмм так, чтобы его высота равнялась одной спичке (рис. 333). Такой параллелограмм, имеющий одинаковые основание и высоту с квадратом, должен иметь и одинаковую с ним площадь.

Рис. 333.

Что больше?

Из шести спичек сложены прямоугольник и равносторонний треугольник (рис. 334). Обводы этих фигур, конечно, одинаковы. А у какой больше площадь?

Решение

Чтобы решить эту задачу, надо знать, как вычисляется площадь треугольника: умножают длину основания на высоту и полученное произведение делят пополам, или — что то же самое — умножают половину основания на высоту. В нашем треугольнике половина основания равна одной спичке, то есть основанию прямоугольника. Если бы высоты этих фигур были одинаковы, то обе фигуры имели бы равные площади. Но легко видеть, что высота треугольника меньше двух спичек, то есть меньше высоты прямоугольника. Значит, и площадь треугольника меньше площади прямоугольника.

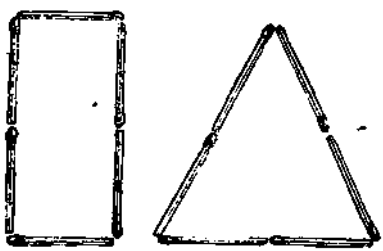


Рис. 334.

Фигура с наибольшей площадью

Сейчас мы составили из шести спичек прямоугольник и равносторонний треугольник. Но из того же числа спичек можно составить еще и другие фигуры, имеющие одинаковый обвод. Некоторые из этих фигур изображены на рис. 335.

Площади всех этих фигур различны. Спрашивается, у какой же из них площадь наибольшая?

Решение

Мы уже знаем, что площадь фигуры *1* больше площади фигуры *2*. Легко сообразить, что она больше также и площади фигуры *3* (сравните их высоты!). Остается, следовательно, сравнить по величине площади фигур *1*, *4* и *5*. Мы можем рассматривать все три фигуры как шестиугольники с равными сторонами (у фигуры *1* два угла выпрямлены). В курсах геометрии доказывается, что из всех многоугольников с одинаковым числом сторон и одинаковым обводом наибольшую площадь имеет многоугольник правильный, то есть такой, у

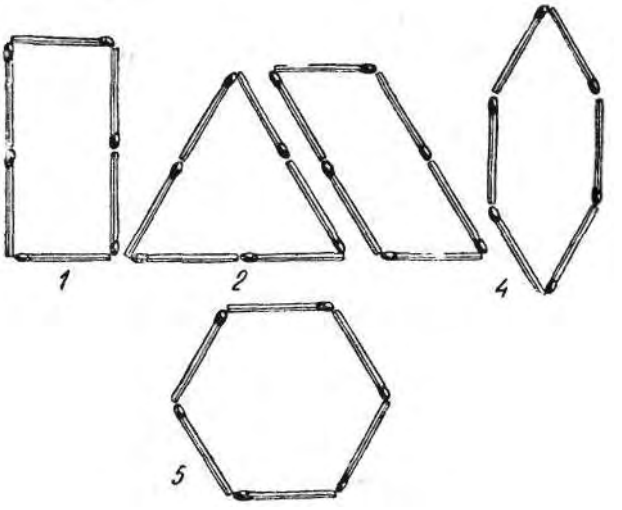


Рис. 335.

которого равны не только стороны, но и углы. Этому условию удовлетворяет фигура 5; она, следовательно, и имеет наибольшую площадь, какую можно ограничить шестью спичками [1].

Мост из двух спичек

На рис. 336 вы видите остров, окруженный каналом. Ширина канала как раз равна длине одной спички, так что перебросить мостик через канал с помощью одной спички нельзя: невозможно опереться концами о берега канала.

Не удастся ли вам перекинуть мост через канаву с помощью двух спичек? Помните, однако, что склеивать или связывать эти две спички не полагается.

Решение

Решение этой задачи основано на том, что длина линии, соединяющей противоположные углы квадрата (так называемая диагональ), меньше длины $1^1/_2$ спичек (рис. 337, *а*).

[1] Подробнее о вопросах этого рода см. в моей книге «Занимательная геометрия на вольном воздухе и дома».

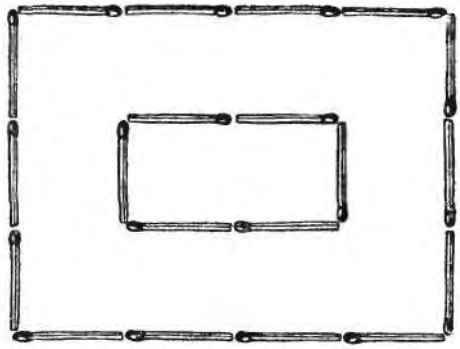


Рис. 336.

Зная это, мы можем построить требуемый мост так, как показано на рис. 337, *б*, то есть одну спичку кладем в положение *5—6*, а другую — в положение *7—4*. Расстояние *2—7*, очевидно, равно расстоянию *5—7*; расстояние *2—4*, то есть диагональ квадрата, меньше длины $1^1/_2$ спичек; а так как расстояние *2—7* равно половине спички, то пролет *7—4* короче длины спички. Отсюда и вытекает возможность сооружения нашего моста.

Задача эта может оказаться и практически полезной в том

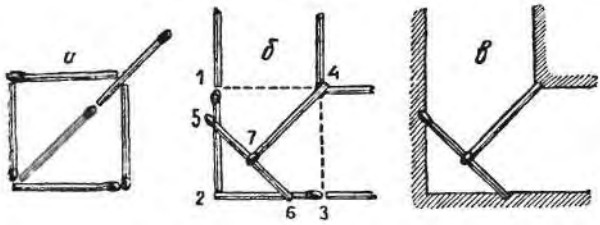


Рис. 337.

случае, когда, имея две одинаковые жерди, нужно перебросить (не связывая их между собой) мост через канаву, ширина которой как раз равна или даже чуть больше длины одной жерди. Возможно это, впрочем, только в том месте канавы, где она поворачивает под прямым углом (рис. 337, *в*).

В витрине магазина

В витринах магазинов нередко выставляются ради рекламы огромные спичечные коробки, по фасону совершенно подобные обыкновенным; а внутри коробки видны столь же чудовищные спички. Предположим, что такой коробок в 10 раз длиннее обыкновенного. Спрашивается:

1. Сколько весит одна исполинская спичка, принимая вес обыкновенной спички в 1/10 г?

2. Сколько спичек обыкновенного размера мог бы вместить один коробок великан?

Ответ, что спичка великан весит $1/10 \times 10$, то есть всего 1 г, конечно, явно несообразен: ведь это чуть не настоящее полено — правда, всего в 2 см толщины, зато в $^1/_2$ м длины!

Так же несообразно допустить, что в огромном коробке всего вдесятеро больше спичек, чем в обыкновенном, то есть столько, сколько в 10 коробках. 10 выложенных в ряд коробков не похожи на тот внушительный ящик, который выставлен в витрине.

Каковы же правильные ответы?

Решение

Огромная спичка не только в 10 раз длиннее обыкновенной, но и в 10 раз толще и шире; следовательно, она превышает обыкновенную спичку по объему в $10 \times 10 \times 10$, то есть в 1000 раз. Отсюда определяем вес ее: $1/10 \times 1000 = 100$ г.

Точно так же коробок великан вместительнее обыкновенного в 1000 раз, и, значит, в него может войти около 50 тысяч обыкновенных спичек.

НЕМНОГО ФИЗИКИ НА СПИЧКАХ

Спичка и булавка

Как вы думаете, что тяжелее: спичка или средней величины булавка? Угадать трудно. Вы можете сколько угодно взвешивать в руке спичку и булавку, а все таки не определите, какая из этих вещиц тяжелее. Разрешить вопрос могут только точные весы. Оказывается, что средняя булавка раза в $1^1/_2$ тя

желее спички. Не без изумления увидел я в первый раз, как булавка уравновешивает $1\frac{1}{2}$ спички...

Зная это, мы можем решить такую физическую задачу: если в воду бросить спичку с воткнутой в нее булавкой, то будет ли спичка держаться на воде или потонет? На первый взгляд кажется, что булавка как будто не в состоянии увлечь спичку на дно. Однако, если вспомним, что булавка тяжелее спички в $1\frac{1}{2}$ раза, то поостережемся такого заключения. Ведь материал спичечной соломки вдвое легче воды; значит, достаточно отягчить спичку еще таким же грузом, как она сама, чтобы заставить ее утонуть. Булавка дает ей в $1\frac{1}{2}$ раза больше этой необходимой добавки, и, следовательно, спичка с воткнутой булавкой должна погрузиться на дно [1].

Зажечь спичку каплей воды

Этот опыт основан на следующем свойстве дерева. Надломите осторожно спичку так, чтобы обе части оставались связанными некоторыми волокнами. Затем отогните обе половинки спички назад, под очень острым углом (почти до соприкосновения). В сухом состоянии такая спичка сохраняет неизменным острый угол и не стремится выпрямиться. Но стоит капнуть немного воды на место излома, и волокна древесины, напитавшись водой, начнут выпрямляться; обе половинки спички станут взаимно удаляться, пока острый угол между ними не превратится примерно в прямой.

Как же этим свойством воспользоваться, чтобы зажечь спичку каплей воды? Секрет, конечно, в обстановке опыта. Возле зажженной свечи поставьте бутылку, заткнутую пробкой. С помощью булавки прикрепите к пробке надломанную спичку, как показано на рис. 338.

[1] Правда, вес булавки уменьшается под водой на $\frac{1}{8}$ долю (материал булавки, железо, в восемь раз тяжелее воды), но это не имеет здесь существенного значения, так как булавка остается все же примерно в $1\frac{1}{4}$ раза тяжелее спички.

Если теперь на место излома пустить каплю воды, спичка начнет распрямляться, головка ее поднимется, очутится в пламени свечи — и зажжется. Капля воды здесь послужила, хоть и косвенно, причиной воспламенения спички.

Живые фигурки

Способностью согнутых спичек выпрямляться при смачивании можно воспользоваться и для другого интересного опыта. Из плотной бумаги, например из открытки, вырежьте части человеческой или какой либо иной фигуры. Наметь

Рис. 339.

те точки, вокруг которых эти части должны вращаться, и приложите надломанные спички к фигурке так, чтобы вершина острого угла их приходилась как раз в точке вращения. Каплями растопленного сургуча закрепите спички в этом положении. Вы получите целую фигурку, пока еще неподвижную.

Чтобы такую фигурку оживить, заставить ее двигать своими членами, достаточно положить ее на плоскую тарелку и налить тонкий слой воды. Спички начнут распрямляться, увлекая с собой прилепленные к ним части фигуры, и вы увидите, как, например, лошадь или петушок станут медленно поднимать свои ноги. На рис. 339, 340, 341, 342 вы видите несколько таких фигурок (со спичками в распрямленнном виде).

Рис. 340.

Рис. 341.

Рис. 342.

Одну и ту же фигурку можно употребить в дело много раз. Когда спички высохнут, они снова согнутся, фигурки примут первоначальный вид и будут пригодны для повторения опыта.

ИГРУШКИ ИЗ СПИЧЕК

Здесь мы рассмотрим ряд игрушек, которые вы при некотором умении мастерить можете изготовить с помощью спичек для ваших более юных братьев и сестренок. Кроме спичек, для изготовления игрушек понадобится только плотная бумага и пробки, а из инструментов — ножницы, нож и шило. Клею не нужно: конструкция всех игрушек, изображенных на рис. 343—346, такова, что они прочно держатся без клея.

Устройство игрушек настолько ясно из рисунков, что едва ли нужны какие либо пояснения. На рис. 343 вы видите следующие игрушки: стул, стол, скамью, маленькую этажерку, кровать и круглый столик. На рис. 344 — клетку для кроликов, стремянку, саночки, тележку, тачку, дроги. На рис. 345— человека, садовую ограду, козла, собаку, свинью, поросят.

Рис. 346 требует пояснения. На нем изображены части возка — устройство колеса, втулки и оси; самый же возок изображен в левом нижнем углу рисунка. Кузов возка вырезается из табачной коробки по вкусу «конструктора». Затем заготовляют из пробки Втулку, втыкают в нее спички спицы головками вовне в два ряда, как в велосипедном колесе. Для обода колеса берут полоску бумаги и пробивают в ней ряд отверстий на взаимном расстоянии, несколько большем,

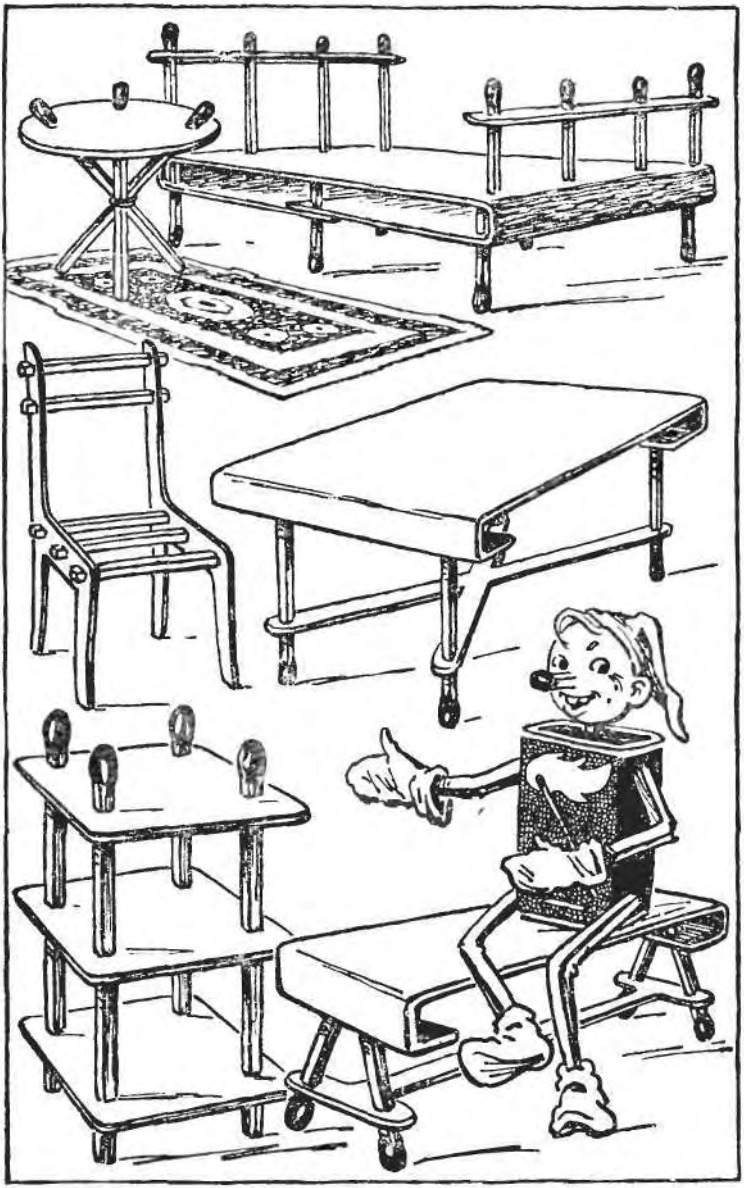


Рис. 343.

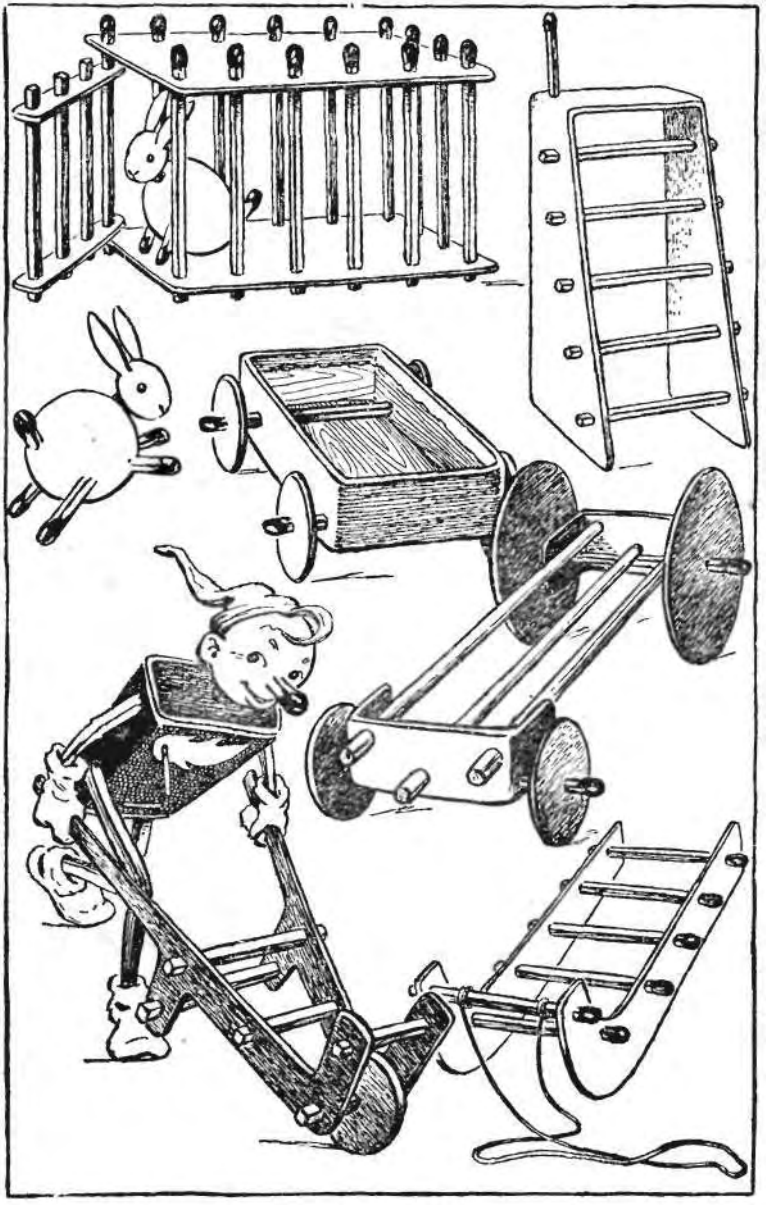


Рис. 344.

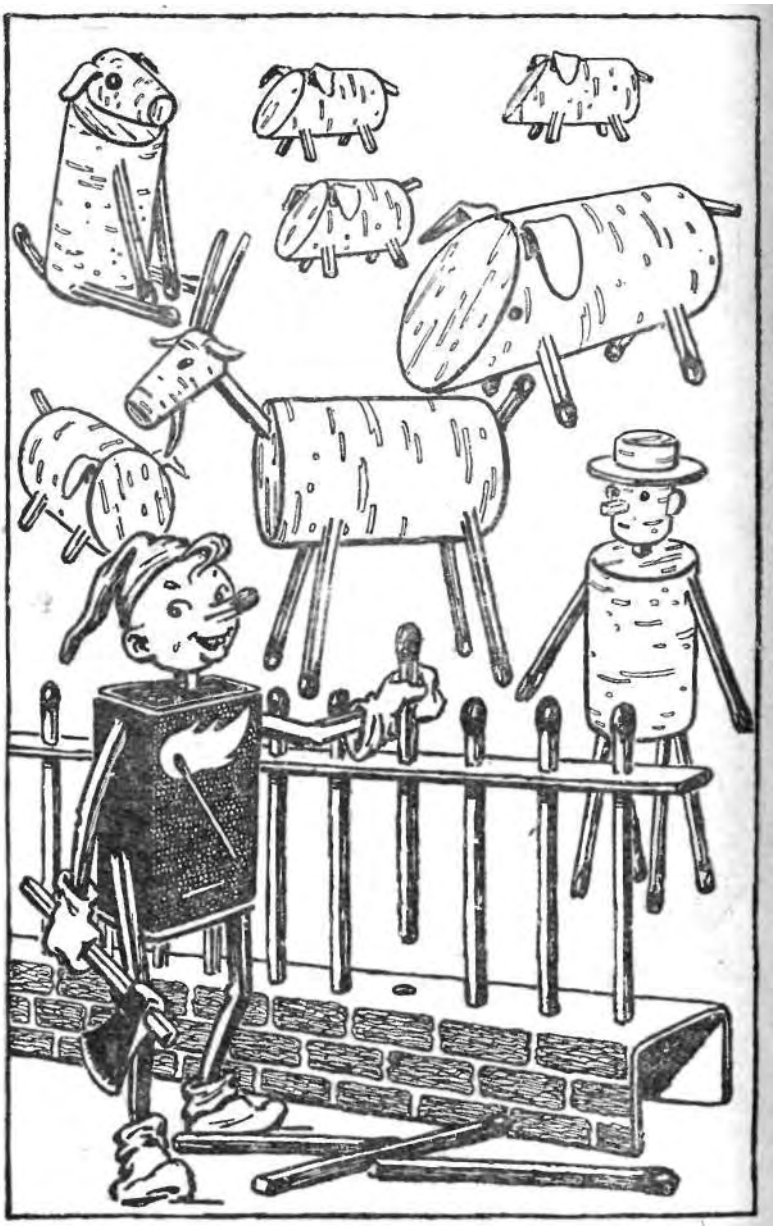


Рис. 345.

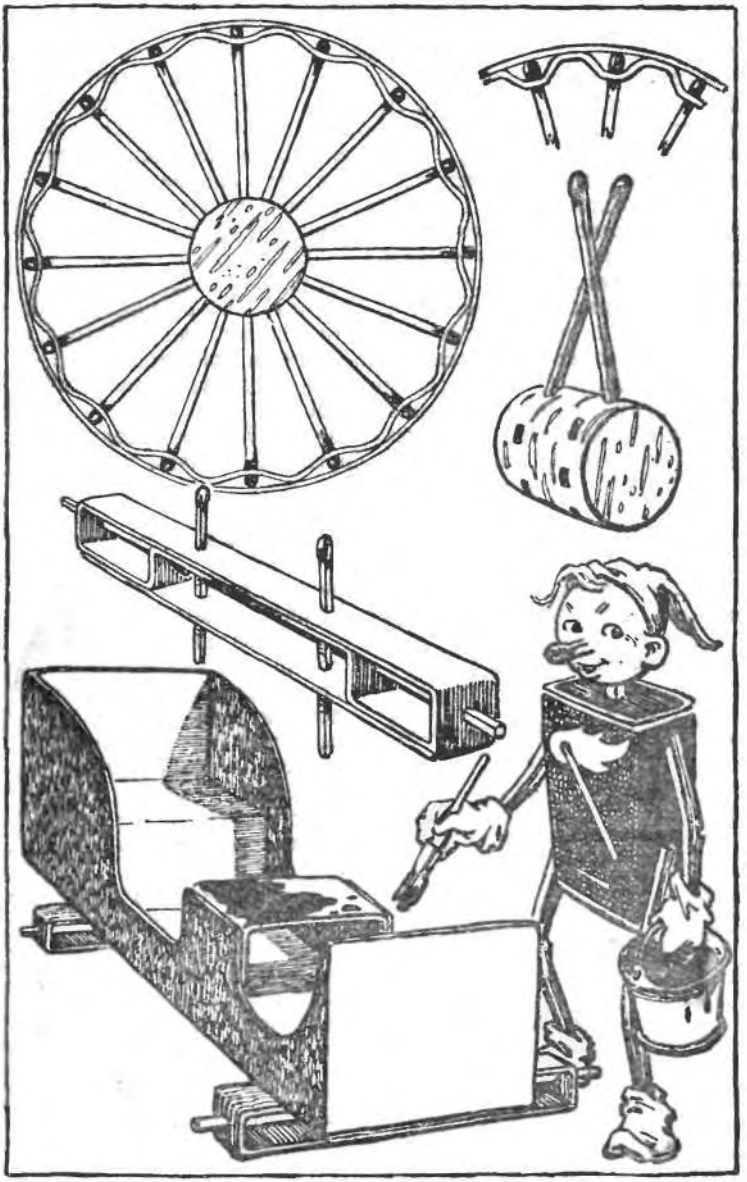


Рис. 346.

чем отстоят друг от друга свободные концы спиц спичек. Продев через отверстие бумажной полоски концы спичек — для чего полоску надо между спицами волнисто изогнуть,— обтягивают колесо шиной, тоже из бумажной полоски; чтобы шина не соскальзывала, ее прикрепляют, в промежутках между спицами, к ободу стежком нитки (или приклеивают).

Колесо получается довольно прочное и может благодаря своей «жесткой» конструкции выдержать сравнительно большую тяжесть. Под колесом на рисунке показано, как устраивается ось; она коробчатой конструкции — из полоски бумаги, изогнутой, как легко понять из рассмотрения рисунка. На боковые спички надевают колеса; эти спички надо обстругать кругло в местах соприкосновения их с бумагой, чтобы они лучше вращались. Средние спички служат для увеличения прочности оси и для прикрепления к кузову.

По образцу изображенных здесь игрушек читатели, вероятно, придумают сами немало других. Пожелаем им успеха!

РИСОВАНИЕ СПИЧКАМИ

Наконец, ради полноты, упомянем и еще об одном роде спичечных развлечений — о рисовании спичками.

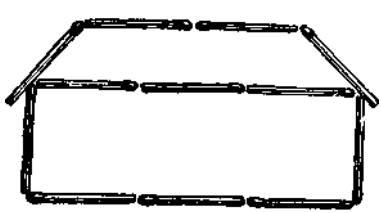


Рис. 347.

Те из наших читателей, которые не находят удовольствия в спичечных головоломках или опытах и не имеют охоты мастерить, могут отдохнуть на рисовании спичками, которое представляет для иных натур очень занимательное и даже увлекающее занятие.

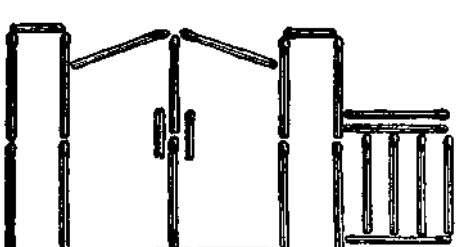


Рис. 348.

Какого рода рисунки можно выполнять с помощью спичек, видно из приложенных здесь нескольких образчиков, придуманных иллюстратором этой книжки. Сюжеты, как видите, могут быть довольно разнообразны, особенно, если не предъявлять слишком

строгих требований в смысле сходства с натурой. Здесь и дом (рис. 347), и ворота (рис. 348), и парусная лодка (рис. 349), и лопата, кофейная мельница, фонарь, классная доска (рис. 350).

При некотором вкусе и фантазии нетрудно будет, вероятно, выполнить и гораздо больше спичечных рисунков подобного типа. Читатели, надеюсь, справятся с этим без дальнейших наставлений.

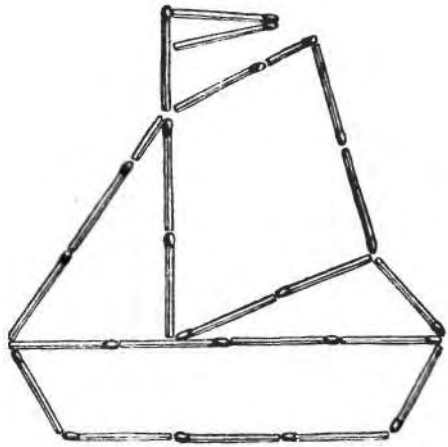


Рис. 349.

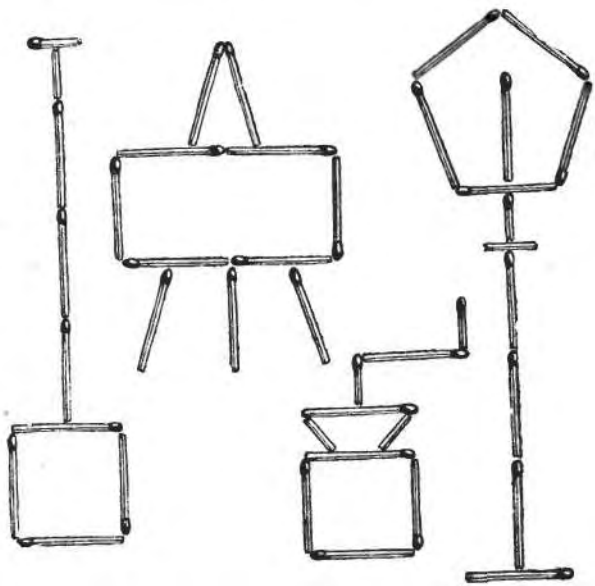


Рис. 350.

ФИГУРЫ ГОЛОВОЛОМКИ ИЗ СЕМИ КУСОЧКОВ

Вы видите (рис. 351) черный квадрат и по нему белые линии. Такой квадрат надо наклеить на картон и разрезать по белым линиям[1]. Тогда он распадется на семь отдельных кусочков: один маленький квадратик (рис. 352), один косой четырехугольник, два больших треугольника, два маленьких треугольника и один средний треугольник.

Из этих семи кусочков мы и будем сейчас складывать разные фигурки и картинки.

Но не так то просто их складывать: недаром фигурки эти называются *головоломками*. Даже чтобы сложить эти семь кусочков снова в большой квадрат, вам придется немного поломать голову. Попробуйте ка это сделать. Смешайте все кусочки в кучу и потом постарайтесь составить из них опять прежний квадрат. Увидите: вам это не сразу удастся.

Кусочки *только* тогда составят один большой квадрат, *если* вы приложите их друг к другу так, как показано на рис. 351.

[1] Квадраты эти лучше наклеить на тонкую дощечку и выпилить лобзиком.

А теперь давайте из тех же семи кусочков складывать разные фигурки (рис. 353).

Посмотрите, какого славного петушка *(а)* можно из них сложить, хороша и курочка *(б)*, а разве плох гусь (а) с предлинной шеей или забавная головка (г).

Рис. 351.

Помните: в каждую фигурку должны войти непременно все семь кусочков — ни один не должен оставаться. Это первое правило. А второе правило таково: кусочки нигде не должны налегать друг на друга, хотя бы краешком, а только примыкать один к другому, притом — без пробелов.

Если вы аккуратно приложите их друг к другу, фигурки получатся у вас очень красивые. Наши петушок, курочка, гусь, головка, если их правильно сложить, имеют вот какой вид (рис. 354).

Легко составить фигурку, когда знаешь, как она составляется и куда какой кусочек надо положить, к какому приложить. Но по

Рис. 352.

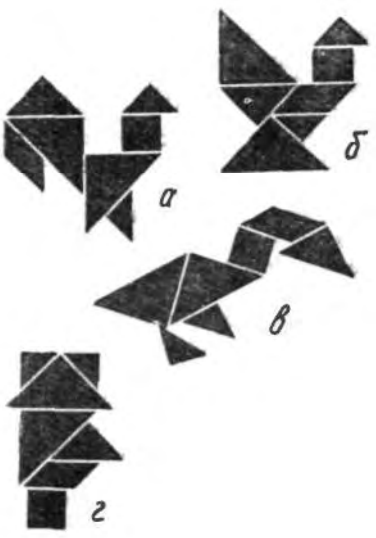


Рис. 353.

Рис. 354.

пробуйте складывать фигурки без указки, попробуйте догадаться сами, как они составляются. Тут то и придется вам голову поломать. Для этого нужны не только сообразительность, но подчас и большое терпение.

Дальше нарисовано много разных фигурок. Их можно составить из наших семи кусочков по правилам, о которых сейчас говорилось. Как раз те фигурки, которые кажутся наиболее легкими, складываются, как увидите, всего труднее.

Сложите сами, например, такие картинки (рис. 355): дом одноэтажный с трубой (/), небольшой мост через канаву *(2)*, наковальню кузнеца *(3)*, молоток для забивания гвоздей *(4)*, старинное кресло (5), зажженную свечку *(6)*, шапку (7), курительную трубку *(8)*, игрушечный пистолет *(9)*, граммофон *(10)*, деревянного коня *(11)*, игрушечного всадника *(12)* и детскую коляску *(13)*.

Теперь давайте складывать зверей.

Начнем с наших друзей — домашних животных. Все они хорошо нам известны.

Вот собачка *(14)*, которая на кого то лает, вот смешная свинка *(15)*, вот ваш приятель кот *(16)* и еще другой кот *(17)*, рогатый козел с бородой *(18)*, мышка, которая бежит от кота *(19)*.

А вот животные, живущие на воле (рис. 356).

Зайчик, который, впрочем, больше похож на игрушечного гайку *(20)*, журавль длинноногие *(21)*, заморская птица страус *(22)*, заморский зверь кенгуру *(23)*, лебедь с длинной шеей *(24)*, рыба *(25)*, над которой вам, наверное, придется немало голову поломать, прежде чем вы догадаетесь, как ее сложить.

Если вам никак не сложить самим какую нибудь из этих фигурок, загляните на стр. 490—494 этой книги: там показано, как надо их составлять.

Но не спешите туда заглядывать раньше, чем вы сами не

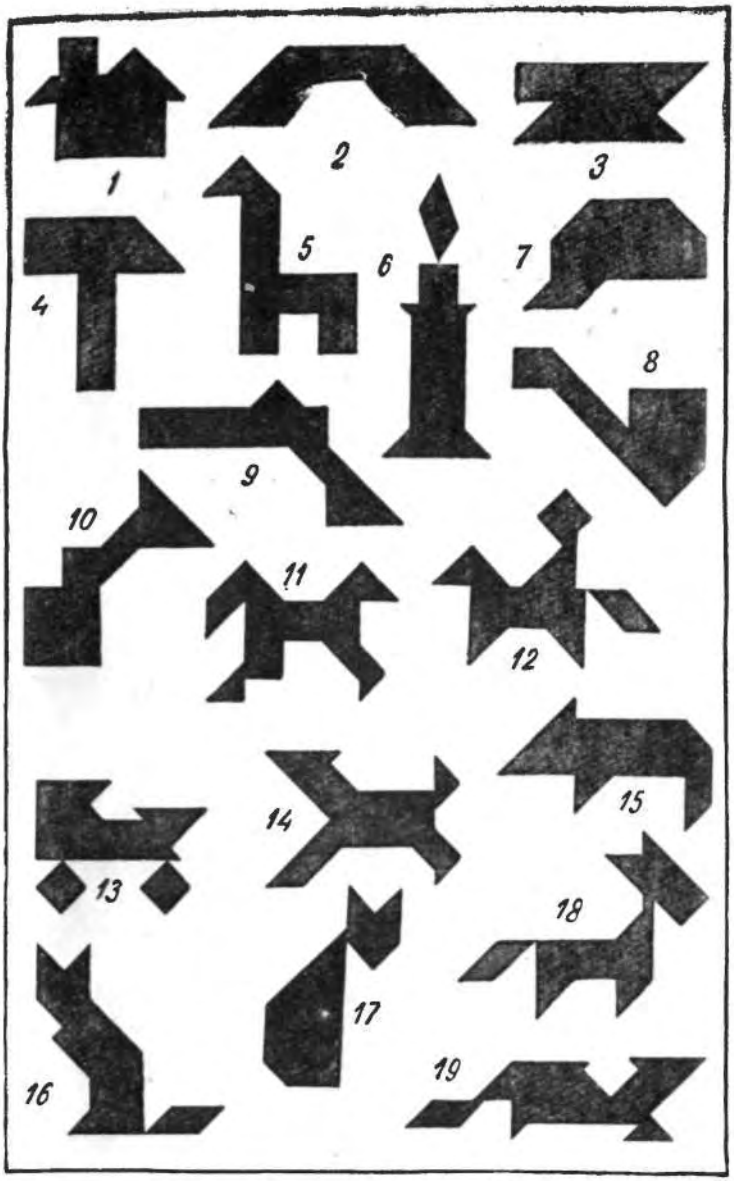


Рис 355.

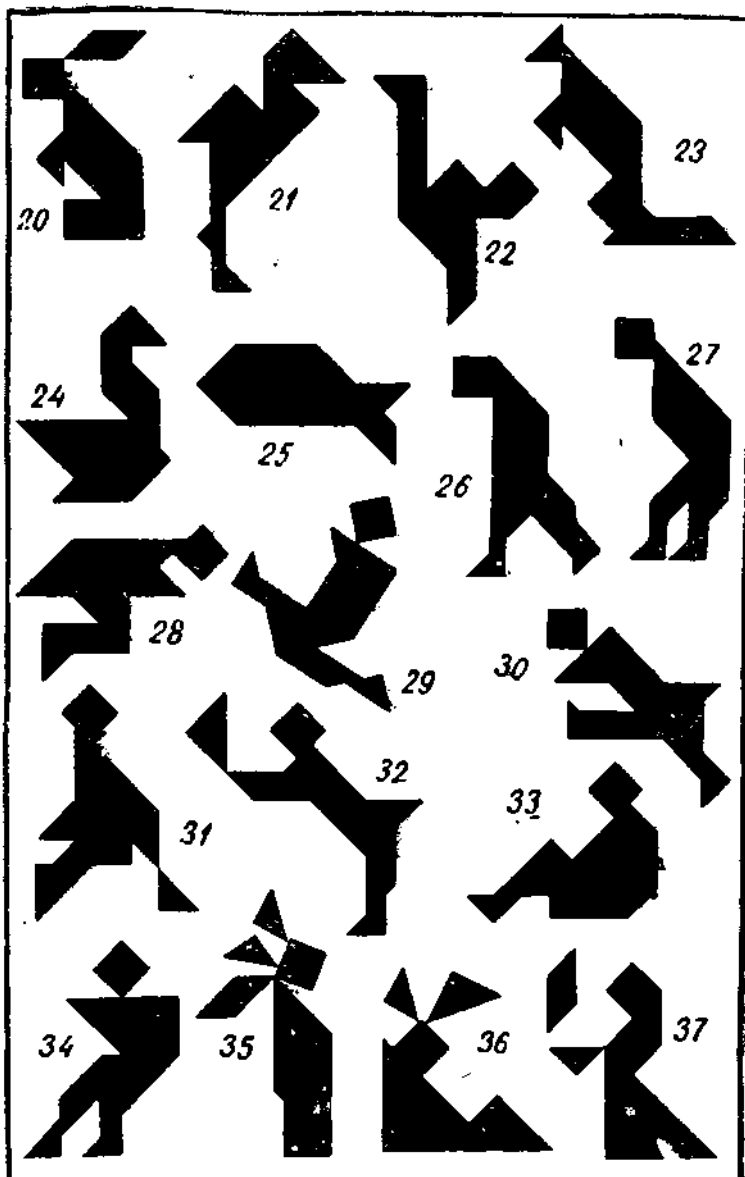


Рис. 356.

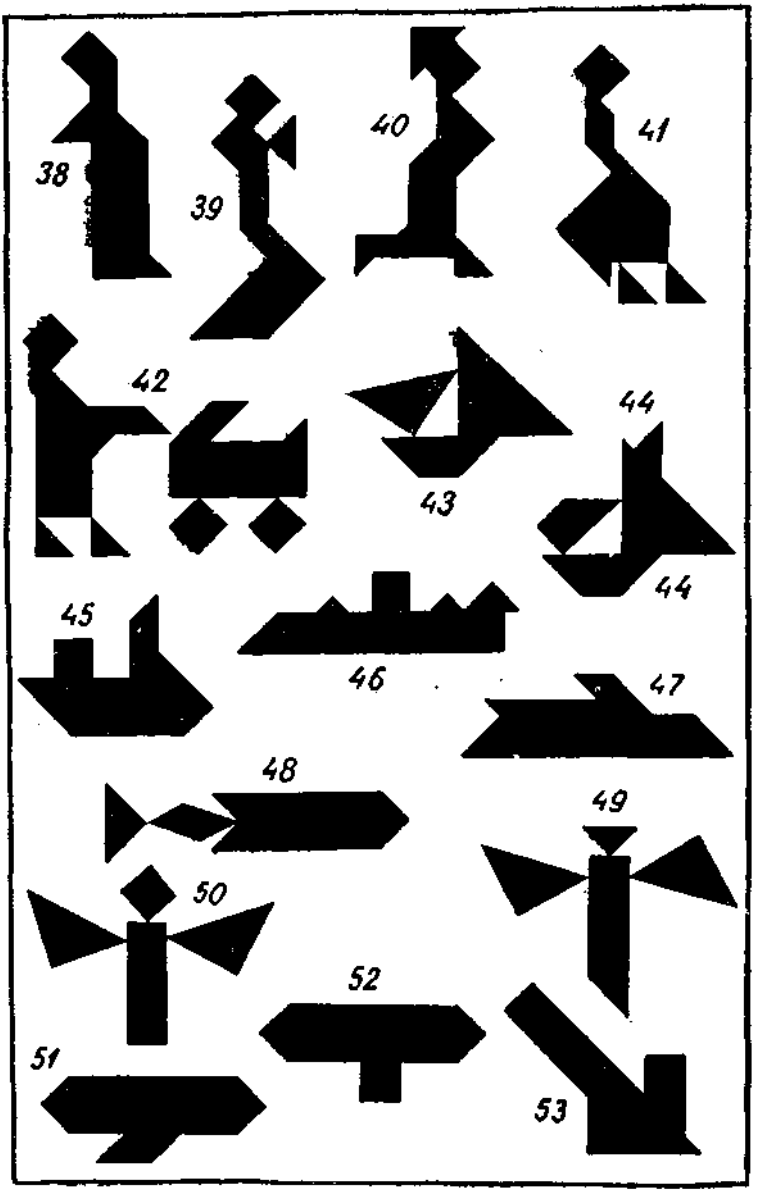


Рис. 357.

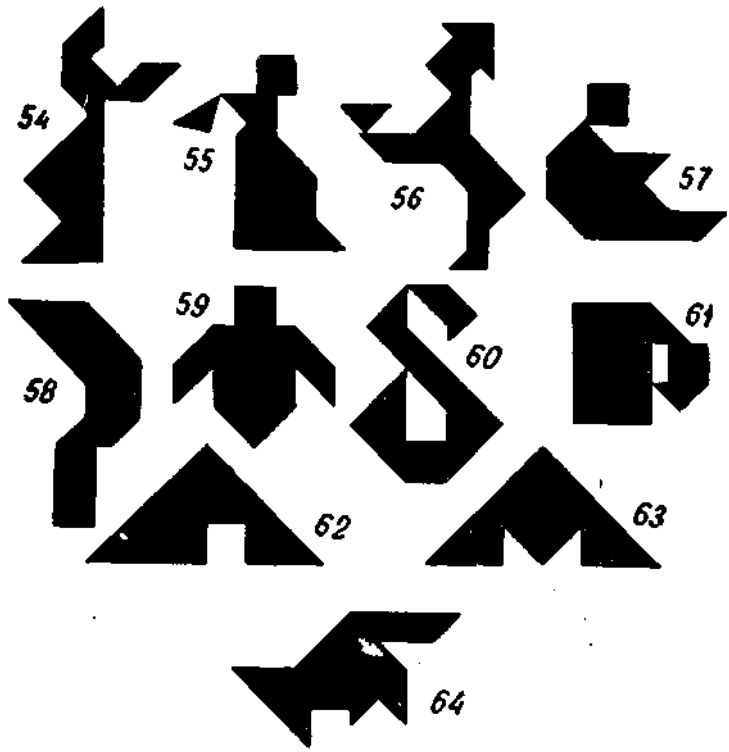


Рис. 358.

попытались найти разгадку: складывать по чужой указке далеко не так интересно, как по собственной догадке.

Из тех же семи кусочков можно складывать и людей в самых разнообразных позах.

Сложим сначала человека, который идет, заложив руки за спину *(26)*.

Вот он наклонился и смотрит на землю *(27)*.

Потом *(28)* стал на колени, что то ищет.

Бегущий мужчина *(29)* и еще два бегущих человека *(30* и *31)*.

Сложите человека, который кланяется *(32)*, затем —человека, сидящего на земле *(33)*.

Составьте фигуру японца *(34)*, стоящего индейца *(35)* и сидящего индейца *(36)*.

Составьте женщину у зеркала *(37)*, женщину на улице (рис. 357, *38)*, щеголиху с веером *(39)*, бегущую женщину *(40)*, молодую голландку *(41)*.

Составьте няню с детским возиком, который надо, конечно, сложить отдельно от няни *(42)*.

Кстати, этот возик вовсе не одинаков с тем, который изображен был раньше (см. рис. 355, *13)*.

Морской и воздушный флот из семи кусочков: парусная лодка *(43)*, другой парусник *(44)* и канонерка *(45)*, крейсер *(46)*, минный истребитель *(47)*, торпеда *(48)*, два самолета *(49* и *50)*, два дирижабля *(51* и *52)*, пушка для обстрела дирижаблей и самолетов *(53)*.

Попробуйте сложить еще ряд фигур (рис. 358). Они изображают силуэты: женщины, смотрящейся в зеркало *(54)*, женщины с сумочкой *(55)*, человека с чашей *(56)*, сидящей фигуры *(57)*, серпа *(58)*, рубашки *(59)*, галстука *(60)*, кружки *(61)*, двух пирамид *(62, 63)* и руки *(64)*.

Из семи кусочков вы складываете всякий раз только одну фигурку; чтобы составить следующую, нужно прежнюю разнять. Если же вы хотите положить рядом две или три фигурки, например кошку и мышку, вы должны заготовить себе еще семь таких же кусочков — иметь два, три и более наборов. Вырежьте из темной плотной бумаги или из картона квадрат такой же величины, как наш, проведите в нем те же линии, какие у нас были намечены, и разрежьте по этим линиям.

Когда у вас будет заготовлено таким образом два, три, четыре набора кусочков, вы сможете складывать целые картинки — например, эту (рис. 359, *65*).

Здесь представлены два человека, занятые игрой в бильярд.

А вот целый поезд — паровоз с четырьмя вагонами (рис. 360, *66*).

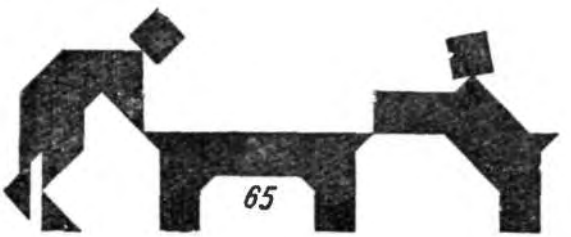


Рис. 359.

Рис. 360.

И паровоз и вагоны составлены каждый из семи кусочков— так же, как и бильярдные игроки и их стол. Но только кусочки одного квадрата должны непременно все входить в одну фигурку; смешивать части разных квадратов в одной фигурке нельзя.

Рис. 361.

Имея семь наборов, вы сможете изобразить такую сложную картину, как оркестр из четырех музыкантов: пианиста со своим инструментом (каждая фигурка из семи кусочков), трубача, контрабасиста и барабанщика, стоящего со своим турецким барабаном у пюпитра с нотами (рис. 361, *67).*

Откуда взялась нога?

Вот два силуэта (рис. 362). Вы видите, что у одного силуэта есть нога, у другого нет, между тем обе фигуры построены из одних и тех же семи кусочков.

Откуда же взялась нога у правой фигуры?

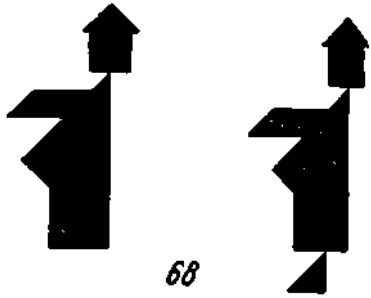


Рис. 362.

Два квадрата из одного

Мне привезли из Китая маленькую квадратную коробочку с семью кусочками, уложенными в ней вплотную двумя слоями — каждый слой представлял собой квадрат. Следовательно, из семи кусочков можно сложить не только один квадрат, но и два одинаковых. Как это сделать?

Немного геометрии

Игра, которой вы здесь занимались, пришла к нам из Китая; ее поэтому называют часто «китайской головоломкой». Зародилась она в Китае еще в глубокой древности: 4000 лет назад. Это, вероятно, самая старая игра в мире — старше, чем шахматы. Впрочем, на первых порах ею пользовались вовсе не для развлечения, а для обучения. Китайцы с помощью этой игры обучали детей — а может быть, и взрослых — науке геометрии. И действительно, вы сейчас убедитесь, что из этих семи кусочков можно не только складывать забавные фигурки, но и извлечь кое какие сведения по геометрии.

Какие же уроки геометрии можно почерпнуть из китайской головоломки? Начнем хотя бы с того, что такое квадрат. Вы понимаете, что значит это слово, умеете нарисовать квадрат, но скажете ли вы словами: что это такое? Четырехугольник? Однако не всякий четырехугольник можно назвать квадратом. Вы можете сложить из семи частей такие, например, фигуры (рис. 363, *69, 70, 71* и *72)*.

У каждой из этих фигур (как их составить, догадайтесь сами) имеются четыре угла — значит, это четырехугольники. Но квадраты ли это? Конечно, нет. Почему? Потому что не равны их стороны? Не только поэтому. Четырехугольник может иметь все равные стороны и все таки не быть квадратом. Надо еще, чтобы и все углы его были прямые, — тогда это будет квадрат. А что такое прямой угол? Прямые углы — это такие (рис. 363, *73)*.

Угол, который меньше прямого, называется острым. А углы больше прямого — тупыми.

Четырехугольник *(74)*, изображенный на рис. 363, имеет два острых угла и два тупых. Укажите их.

Из семи кусочков вы можете сложить один большой квадрат. А можете ли из тех же частей составить два квадрата *(75)* поменьше? Попробуйте. Это вполне возможно.

Когда догадаетесь, как это сделать, примкните оба квадрата один к другому так (рис. 363, *76)*.

У вас получится четырехугольник, в котором все углы пря

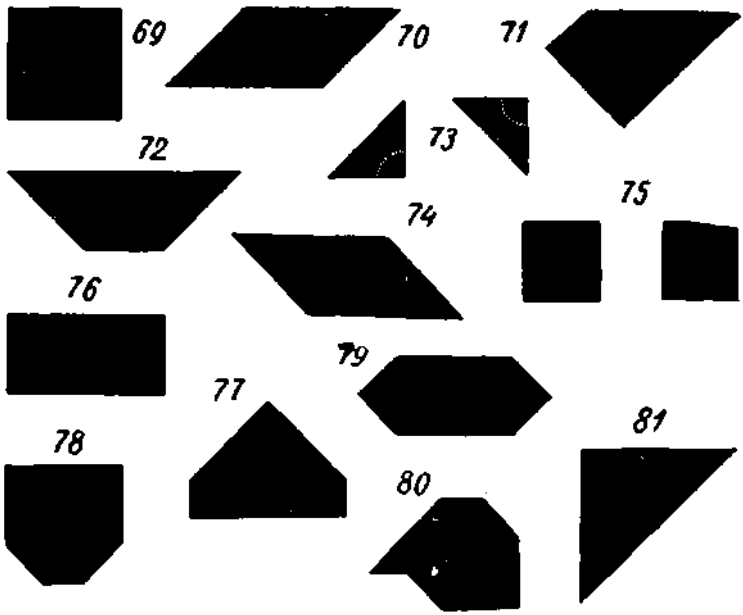


Рис. 363.

мые. Но это, конечно, не квадрат: не все его стороны между собой равны. Это как бы растянутый квадрат. Такая фигура называется прямоугольником. Оставим теперь четырехугольники и займемся фигурами с другим числом углов.

Можете ли вы составить из наших кусочков такой пятиугольник *(77)?* А такой шестиугольник *(78)?* Или шестиугольник другого фасона *(79)?* Составьте, далее, такой семиугольник *(80)*. В этом семиугольнике есть один «входящий» угол. Покажите его.

И, наконец, сложите такой треугольник *(81)*.

В этом треугольнике один угол прямой, оттого этот треугольник и называется «прямоугольный». Кроме того, в нем две стороны равны — это треугольник равнобедренный. Бывают треугольники и других, очень различных фасонов; из наших семи кусочков их, однако, составить невозможно [1].

[1] Кто немного знаком с геометрией, тот сообразит, почему из таких частей можно составить только прямоугольный равнобедренный треугольник и невозможно сложить треугольник какой либо другой формы (например, равносторонний). Дело в том, что углы всех составляемых фигур могут быть только либо прямые, либо в половину прямого, либо в $1^1/_2$ прямых.

Составив такое множество фигур, вы, вероятно, сможете ответить на вопрос: какая из всех фигур имеет самую большую площадь?

Нетрудно сообразить, что все фигуры имеют площадь одинаковую, потому что они составлены из одних и тех же частей. Как ни различны фигуры, все они составлены из частей разрезанного квадрата и, значит, равны ему по площади. Такие фигуры, имеющие одинаковые площади, называются «равновеликие». Все сложенные вами фигуры неравны, но все они равновелики.

**

*

В заключение познакомимся с одним интересным свойством всякого прямоугольного треугольника. Для этого понадобятся два одинаковых набора кусочков, которые расположим так (рис. 364).

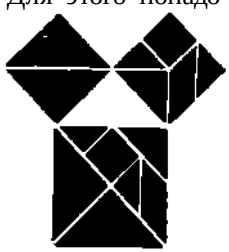


Рис. 364.

Пустой треугольник между этими тремя квадратами имеет прямой угол — он прямоугольный. Вы видите, что на всех сторонах этого треугольника построено по квадрату. Но оба меньших квадрата вместе равны по площади большому квадрату, потому что состоят из одинаковых частей. Значит, квадраты, построенные на двух меньших сторонах прямоугольного треугольника, имеют вместе ту же площадь, что и квадрат, построенный на третьей, самой большой стороне этого треугольника. Замечательное свойство это было, по преданию, найдено впервые знаменитым мудрецом древней Греции Пифагором; оно так и называется — «правилом Пифагора».

На этом мы и закончим нашу геометрическую беседу о китайской головоломке. Как ни коротка она была, вы все же могли убедиться, что забавные фигурки, складываемые из семи кусочков, могут научить и кое чему полезному.

Итак, вы сложили из семи кусочков много разных фигурок. Если же вам не удалось их сложить или вы затрудняетесь составить какую нибудь фигурку, отыщите на стр. 490—494 изображение, обозначенное номером этой фигурки, — и разгадка станет вам понятна. Эти изображения полезны также и для проверки того, правильно ли вы складываете. Часто кажется, что фигурка сложена верно, между тем как, сличив с ответом, вы обнаружите ошибку.

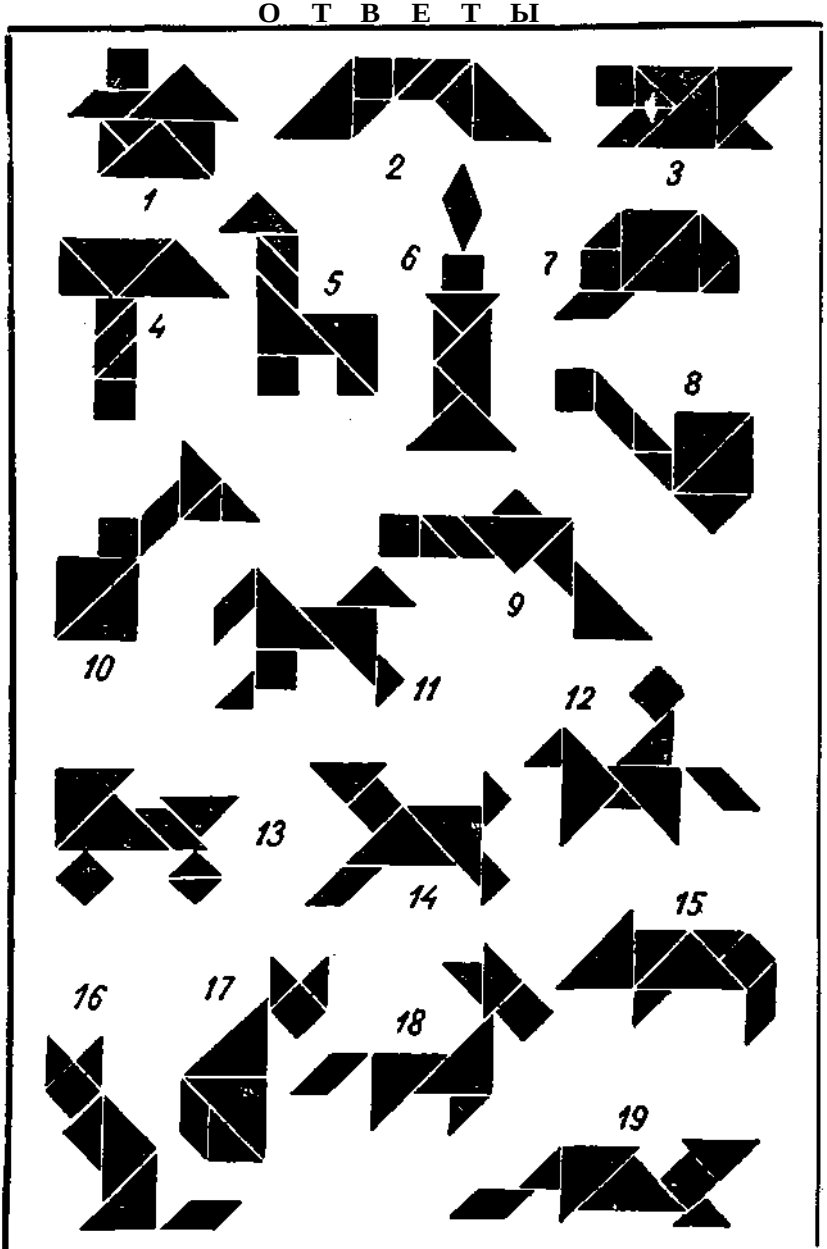


Рис. 365.

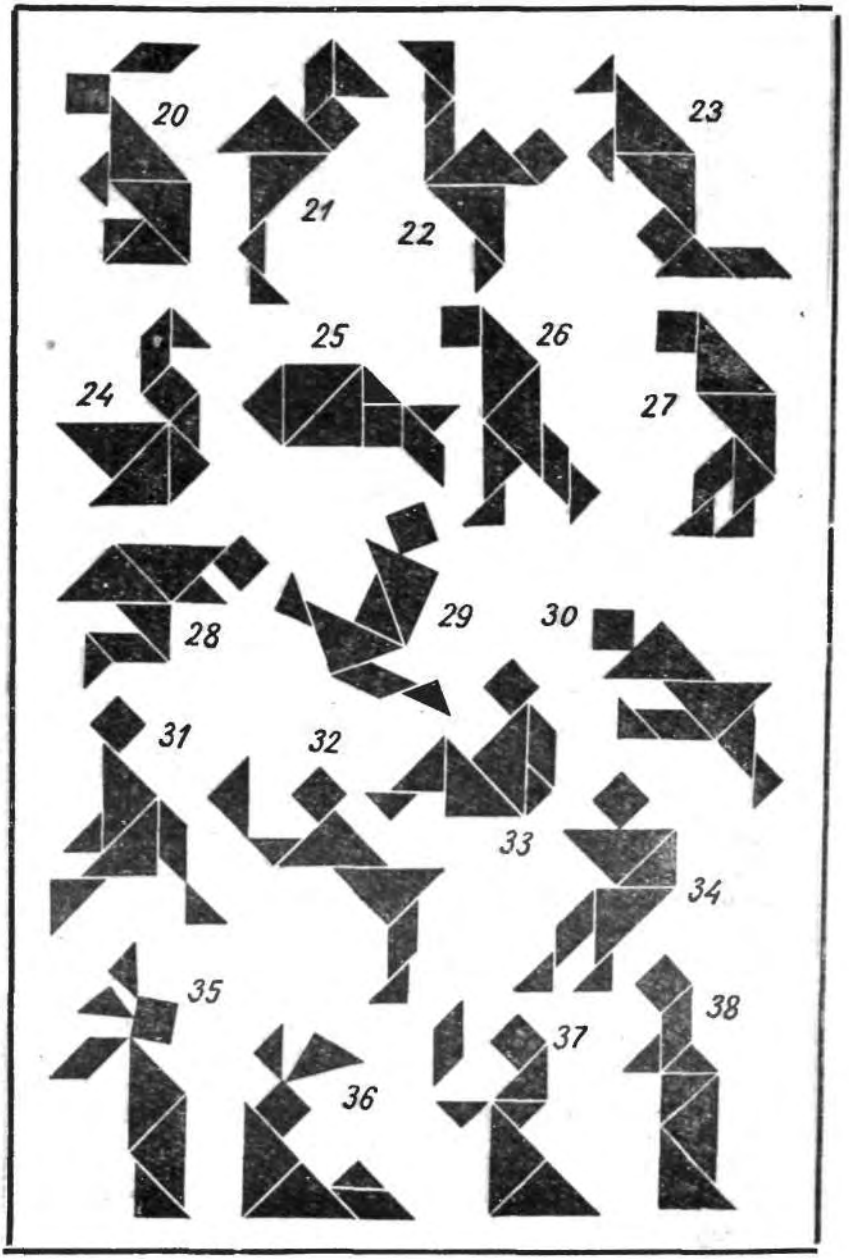


Рис. 366.

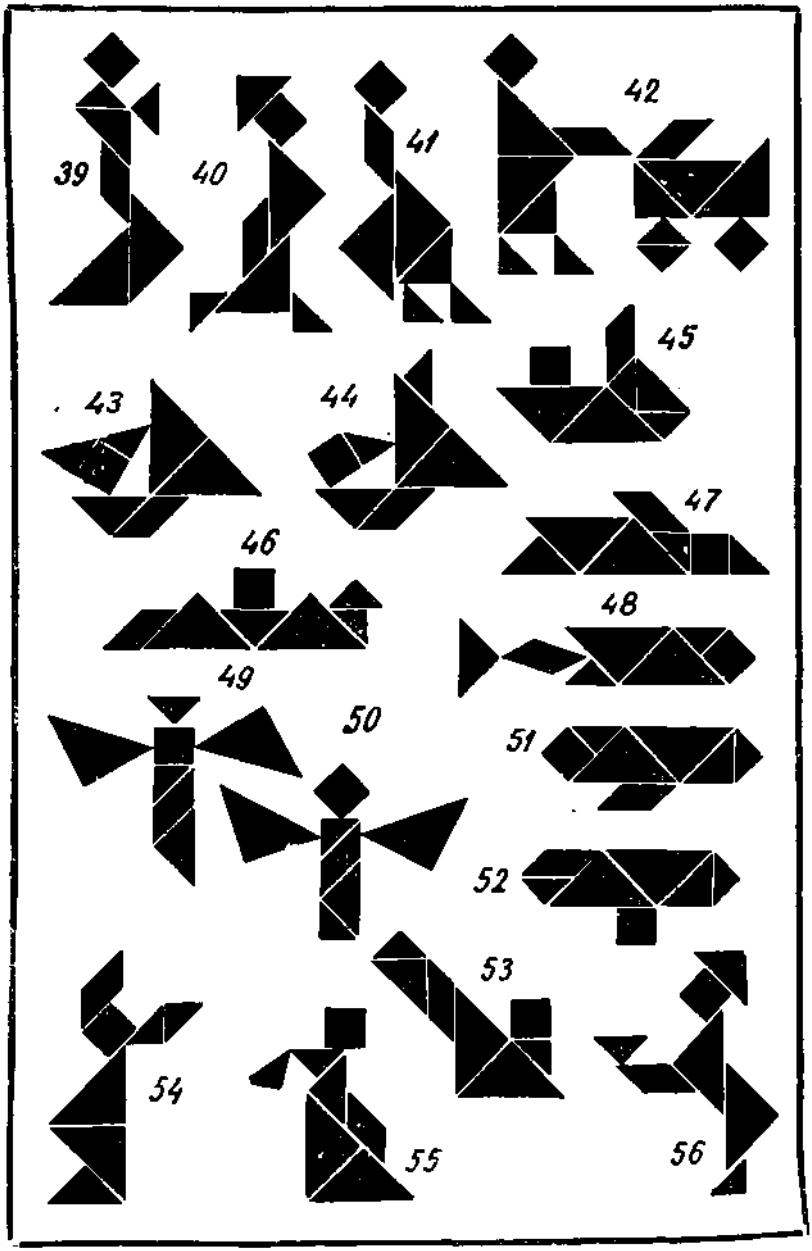


Рис. 367.

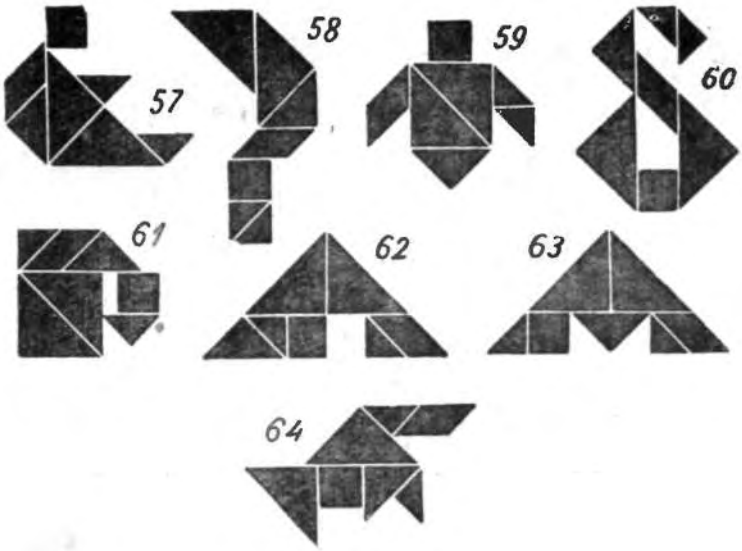


Рис. 368.

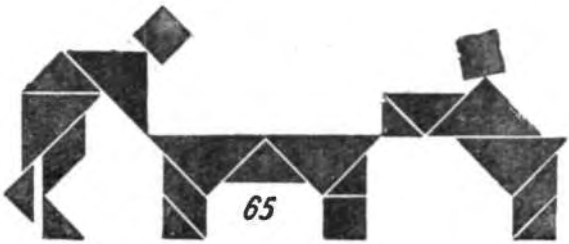


Рис. 369.

Рис. 370.

Рис. 371.

Откуда взялась нога?

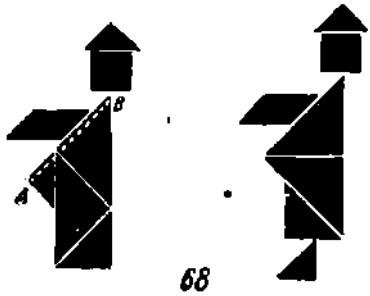


Рис. 372.

На рис. 372 показано, как составлены обе фигуры. Первая, безногая фигура чуть чуть толще второй, именно — на узкую полоску, отрезаемую линией *AB*. Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой ноги в точности равна упомянутой избыточной полоске.

Два квадрата из одного

Один из двух квадратов составляется двумя большими треугольниками. Сделав это, нетрудно уже из остальных пяти кусочков составить второй квадрат.

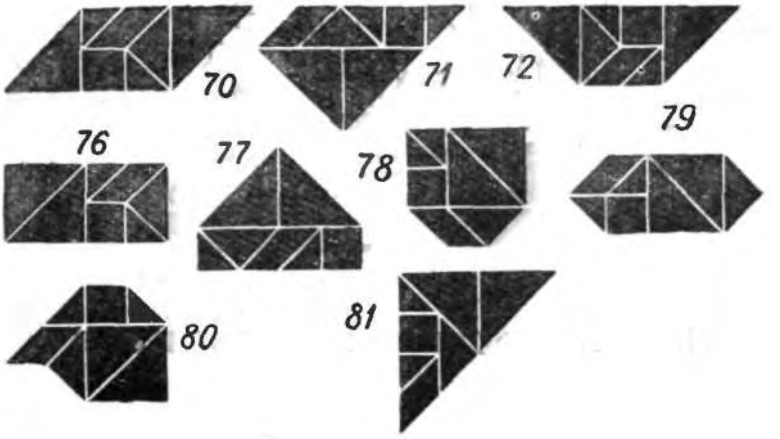


Рис. 373.

ПРОСТЫЕ ФОКУСЫ И РАЗВЛЕЧЕНИЯ

Отгадывание камней домино

Этот фокус основан на уловке, которую не всякому удастся открыть.

Вы заявляете товарищам, что будете отгадывать задуманные камни домино, находясь в соседней комнате. Для большей надежности предлагаете даже завязать вам глаза. И в самом деле, товарищи, выбрав из кучи домино какую нибудь костяшку, спрашивают вас, что это за камень, и вы из соседней комнаты сразу даете им правильный ответ, не видя ни камня домино, ни ваших товарищей.

Как проделывается подобный фокус?

Еще один фокус с домино

20 камней домино разложите на стол парами и предложите товарищу запомнить одну из пар, не сообщая вам, какая именно пара задумана. Другой, третий и т. д. товарищи также могут задумать любые пары из лежащих на столе.

Вы беретесь отгадать все задуманные камни. Для этого вы

выкладываете положенные на столе камни в четыре ряда, по пяти в ряд, и предлагаете каждому из задумавших указать вам те ряды или тот ряд, где имеются задуманные камни. Затем вы немедленно извлекаете эти камни из рядов.

Как вы можете это сделать?

Исчезающая палочка

Перерисуйте аккуратно фигуру, которая изображена на рис. 374. Прорежьте окружность ножницами и поверните вырезанный круг против часовой стрелки так, чтобы отрезанная часть каждой палочки примкнула к остатку соседней. Произойдет загадочная метаморфоза: вместо прежних 13 палочек на рисунке окажется только 12. Одна палочка неожиданно исчезла. Куда?

При обратном же повороте круга исчезнувшая палочка вновь появляется. Откуда?

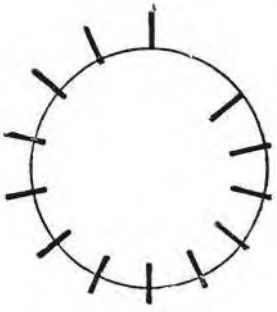


Рис. 374.

Таинственный узел

Перейдем теперь к фокусам не с числами, а с вещами.

Вот любопытный фокус, которым вы можете немало удивить ваших товарищей.

Возьмите бечевку длиной около 30 см (рис. 375) и сделайте на ней слабый (незатянутый) узел, как показано на левом

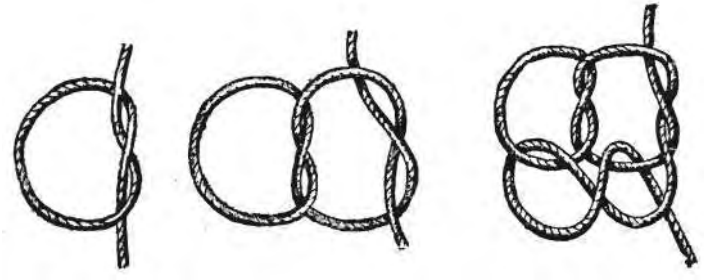


Рис. 375

рисунке. Прибавьте к этой петле вторую (см. следующий рисунок). Вы, конечно, ожидаете, что, затянув теперь бечевку, получите надежный двойной узел. Но подождите: мы усложним наш узел еще тем, что один из концов бечевки проведем через обе петли, как показано на правом рисунке.

Теперь приготовления закончены; можно приступить к главной части фокуса. Держа один свободный конец бечевки, предложите товарищу потянуть за другой. Получите то, чего не ожидали ни вы, ни он: вместо сложного, запутанного узла окажется гладкая бечевка! Узел куда то исчезнет.

Этот интересный фокус удастся вам только в том случае, если третью петлю вы сделаете в точности так, как показано на нашем рисунке. Лишь тогда все узлы распускаются при натяжении бечевки сами собой. Всмотритесь же в чертеж внимательно, если желаете, чтобы фокус прошел гладко.

Освобождение

Свяжите двух ваших товарищей — *А* и *Б* — так, как показано на рис. 376: бечевки охватывают запястья обеих рук каждого и перекрещиваются так, что разойтись нет возможности. Однако это только кажется. Существует способ разнять пленников, не разрезая бечевок. В чем он состоит?

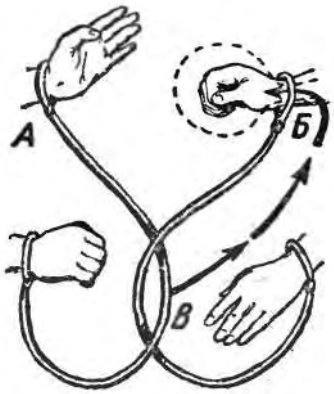


Рис. 376.

Вот в чем. Бечевку, связывающую руки товарища *А*, берут в точке, обозначенной на рисунке буквой *В*, и продевают через кольцо, охватывая руку *Б*, в том направлении, которое обозначено стрелкой. Когда протянута достаточная часть бечевки, в образовавшуюся петлю просовывают руку *Б* и тянут бечевку *А* — товарищи разъединяются.

Пара сапог

Вырежьте из плотной бумаги рамку, пару сапог и овальное кольцо такой формы и сравнительных размеров, какие показа

ны на рис. 377. Отверстие овального кольца одних размеров с шириной рамки, но уже, чем голенище сапог. Поэтому если вам предложить надеть сапоги на рамку так, чтобы они висели, как показано на рисунке, то вы, вероятно, сочтете это совершенно неисполнимым делом.

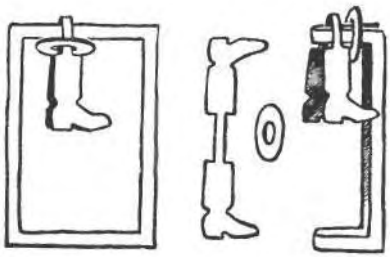


Рис. 377.

Однако это вполне возможно исполнить, если догадаться, как приняться за дело.

Вот разгадка. Рамку сгибают вдоль пополам так, что одна половина покрывает другую. Сложенные концы продевают через овальное кольцо. Затем между сложенными концами продевают распрямленную фигуру сапог, снова сгибают их, придвигают к перегибу рамки и надвигают на них овальное кольцо, как требуется задачей.

Теперь остается только вновь расправить рамку, и задача решена.

Пробки на кольце

На кольце из плотной бумаги висят на короткой бечевке две пробки с надетым поверх них проволочным колечком (рис. 378).

Рис. 378.

Требуется снять пробки с бумажного кольца. Как это сделать?

Это кажется очень хитрым делом, но если вы справились с предыдущей задачей, то без труда одолеете и эту.

Разгадка такова: надо согнуть бумажное кольцо, снять проволочное колечко, сдвинув его к свободному концу; тогда освободить пробки не составит уже никакого труда.

Две пуговицы

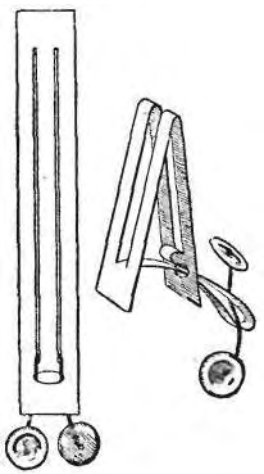


Рис. 379.

В листке плотной бумаги сделайте рядом два прореза, как показано на рис. 379, а под ними — круглое отверстие чуть шире расстояния между прорезами. Проденьте через отверстие и прорезы бечевку, к концам которой привяжите по пуговице таких размеров, чтобы они не проходили через отверстие.

Можете ли вы освободить пуговицы (разумеется, не развязывая бечевку)?

Разгадка в следующем: перегните бумажный листок так, чтобы верхний и нижний концы узкой полоски между прорезами покрыли друг друга; затем проденьте эту полоску бумаги через круглое отверстие и выньте пуговицы сквозь образовавшуюся петлю. Дело сделано. Расправив листок, вы получите его отдельно от обеих пуговиц.

„Волшебный" бумажник

Вырежьте из папки два прямоугольника размером с записную книжку, например 7 см длины и 5 см ширины. Запаситесь затем тремя обрезками лент (можно, в крайнем случае, обойтись и бумажными полосками). Две из них на сантиметр длиннее ширины прямоугольников, а третья на сантиметр длиннее удвоенной ширины прямоугольников. Все ленты приклейте к папке таким образом, как показано на рис. 380; при этом одни концы коротких лент подогните под правую картонку и там приклейте, а другие концы приклейте к задней стороне

левого прямоугольника. Конец длинной ленты приклейте снаружи правого прямоугольника, пропустите ленту под ним, затем снаружи левого прямоугольника и конец ее приклейте под этой картонкой.

Приготовления окончены, «волшебный» бумажник готов. Вы можете с помощью его показывать удивительный фокус, заслуживающий названия «живая бумажка» или что нибудь в этом роде. Берете кусок бумаги, на котором ваш товарищ ставит свою подпись, чтобы вы не могли его подменить. Эту бумажку подсовываете под обе ленты. Закрываете бумажник, вновь открываете. И что же? Бумажка сама выползла из под обеих лент и совершенно необъяснимым для постороннего способом забралась под одиночную ленту на противоположной стороне бумажника.

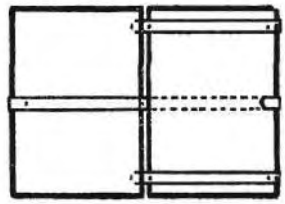


Рис. 380.

Весь секрет в том, что, закрыв бумажник, вы открыли его с противоположного конца.

Очень просто, но догадаться об этом непосвященному человеку трудно.

Десять кусков сахару

На чайном столе стоят три пустых чашки. Выньте из сахарницы 10 кусков сахару и предложите присутствующим разложить их по трем чашкам так, чтобы в каждой из них было нечетное число кусков.

Вам ответят, что это совершенно невозможно сделать: не существует таких трех нечетных чисел, которые, взятые вместе, были бы равны десяти.

Однако с помощью маленькой хитрости вы сделаете то, что требуется. А именно: в первую чашку положите пять кусков сахару, во вторую — три куска, в третью — остальных два куска. Затем вторую чашку вставьте в третью.

Что же у вас получилось? Первая чашка содержит пять кусков — число нечетное; вторая — три куска, число нечетное. А третья чашка содержит те два куска, которые в нее положены, да еще те три куска, которые лежат во вставленной в нее чашке; значит, она содержит нечетное число кусков — пять.

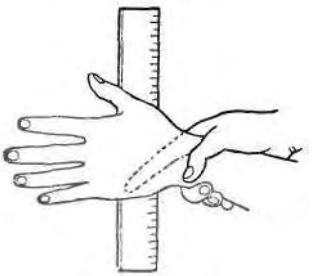


Рис. 381.

Фокус с палочкой

Сожмите левой рукой палочку или линейку и охватите запястье этой руки пальцами правой. Затем раскройте пальцы левой руки, прижимая в то же время линейку к ладони концом указательного пальца правой, как показано на рис. 381.

Если это сделать ловко — то со стороны будет казаться, что линейка позади руки держится каким то непонятным образом. Не всякий догадается, что ее попросту придерживают пальцем.

Карлик и великан

Вы можете озадачить и развеселить ваших товарищей помоложе, показав им карлика, который будет с ними разговаривать, двигать руками — словом, во всем походить на живого.

Рис. 382.

Это «чудо» изображено на рис. 382, слева.

А на том же рисунке справа раскрыт секрет чуда. Карлик, оказывается, составной: голова и руки — ваши, ноги же ненастоящие — их заменяют пустые сапоги. Костюм скрывает эту нехитрую уловку.

Сходным образом можете вы изобразить и великана; как это сделать, легко понять из рисунка.

Очень забавен также другой фокус такого же рода: карлик с исполинскими руками (на самом деле принадлежащими спрятанному позади рослому мужчине, как показано на рис. 383).

Отгадывание спичек

В детстве я был немало озадачен одним фокусом, который показал мне старший брат. Занимаясь однажды в своей комнате, я услышал в соседней громкий смех, который подстрекнул мое любопытство. Я заглянул туда. Хохотали мой брат и его товарищ, студент.

— Поди ка сюда, мальчуган! Покажем тебе интересный фокус.

Этого мне только и надо было. Брат был большой затейник.

— Гляди, — сказал брат, раскладывая по столу в беспорядке спички. — Кладу как попало десяток спичек. Сейчас я уйду из комнаты в кухню, а ты тем временем задумай какую нибудь из спичек. Когда задумаешь, крикни мне. Я взгляну на спички и сразу покажу ту, которую ты задумал.

— А он заявит, что не та, — вмешался гость. — Нет, тут нужен контроль, без этого нельзя!

— Ну ладно, сделаем так: когда мальчуган задумает спичку, пусть покажет тебе. Будешь свидетелем.

— Это другое дело. Давайте тогда начинать.

Брат вышел. Я удостоверился, что он действительно в кухне и что в замочную скважину ничего подглядеть нельзя. Задумав спичку, я показал на нее, не дотрагиваясь, студенту и крикнул брату:

— Готово!

Не очень то верилось мне, что брат отгадает спичку, — ведь

я до нее даже не дотронулся; все спички остались на своих местах, как лежали. Как тут отгадаешь?

А он отгадал! Подошел к столу и прямо указал задуманную спичку. Я нарочно старался даже не глядеть на нее, чтобы не выдать себя взглядом. Брат и не повернул ко мне глаз, а все таки отгадал... С ума сойти!

— Хочешь еще раз?

— Ну конечно!

Повторили. Опять отгадал! Раз десять проделали опыт, и каждый раз брат без ошибки указывал прямо ту спичку, которую я задумывал.

Меня чуть не до слез довели: не терпелось узнать, в чем тут дело. Наконец, сжалившись надо мной, мучители открыли секрет.

В чем он состоял, как вы думаете?

Рука и нога

Предлагаю задачу, которая кажется с первого взгляда очень легкой: попробуйте правой рукой и правой ногой одновременно описывать круги в противоположном направлении.

Если попытаетесь это сделать, вы убедитесь, что руки и ноги не так послушны вам, как вы думаете.

Правая и левая рука

Вот другая задача в том же роде: левой рукой похлопывайте себя по левой части груди, а правой в то же время поглаживайте себя сверху вниз по груди справа. Дело гораздо труднее, чем кажется: требуется долгое упражнение, чтобы выполнить его успешно.

Не так просто

Приставьте указательные пальцы ваших рук друг к другу, как показано на рис. 384, и предложите товарищу разнять эти пальцы, ухватив вас за локти. Не правда ли, очень легкое дело? А между тем товарищ ваш не справится с этой задачей, даже если он сильнее вас. Без большого напряжения вы сможете противостоять усилиям даже двоих товарищей.

В цирке опыт этот обставляется еще эффектнее; руки ар

Рис. 384.

тиста растягивают две лошади, усердно нахлестываемые погонщиками. Забавно видеть, как бессильны оказываются они разнять руки спокойно стоящего человека.

Одиннадцать спичек на одной

Сложите из дюжины спичек сооружение, изображенное на рис. 385, и затем постарайтесь поднять всю эту кучу спичек за

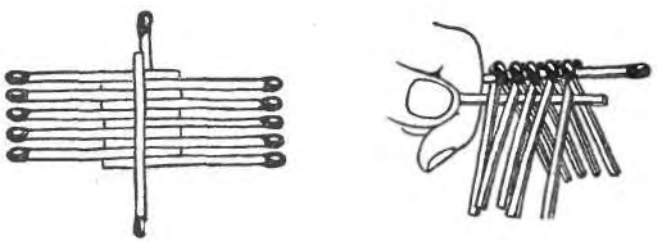


Рис. 385.

выступающий конец нижней спички. Если вы достаточно ловки, это удастся. Видите, как при известной сноровке и изобретательности одной спичкой можно поднять одиннадцать.

Опыт может и не сразу удаться, но надо вооружиться терпением и повторить его несколько раз.

Легко ли сделать?

Как вы думаете, легко ли сделать то, что изображено на этом рисунке (рис. 386): поднять двумя спичками третью за ее кончик?

Рис. 386.

Как будто легко, не правда ли? Но попробуйте это выполнить, и вы убедитесь, что для этого требуется большая сноровка и терпение: спичка будет у вас перекидываться при малейшем движении мускулов.

КОМНАТНЫЕ ИГРЫ

Морской бой

Каждый из двух играющих в эту игру расчерчивает для себя на клетчатой бумаге два квадрата размером 10×10 клеток (рис. 387).

Вдоль краев квадратов расставляются буквы и цифры для обозначения клеток, как на шахматной доске. Например, *д3* означает клетку, лежащую на пересечении рядов *д* и *3* (см. след. страницу).

На левом квадрате вы размещаете ваши военные корабли: двухклеточный, трехклеточный, четырехклеточный и пятиклеточный; кроме того, в составе эскадры имеется еще госпитальное судно — четырехклеточный корабль. Расположение кораблей составляет вашу военную тайну; вы оберегаете ее от глаз противника; он отвечает вам тем же. Назначение второго квадрата станет ясно из дальнейшего.

С самого начала вы должны позаботиться о том, чтобы обозначение клеток буквами и цифрами у вас было совершенно такое же, как и у вашего партнера, иначе неизбежны недоразумения, которые сорвут игру. Но расположение кораблей у вас, разумеется, разное.

Итак, обе эскадры вышли в море незаметно друг для друга. Сейчас начнется взаимное нащупывание артиллерийским огнем. Вы делаете наугад три выстрела по расположению неприятеля; это выражается в том, что вы объявляете противнику поражаемые клетки, например: *в5, з2* и *и9*.

При этом вы отмечаете себе для памяти на правом квадрате пораженные клетки, обозначая их цифрой *1* (номер залпа). Противник также отмечает у себя пораженные клетки, но не на правом, а на левом квадрате, где обозначены его корабли. Если вы не задели ни одного неприятельского корабля, партнер объявляет вам после третьего выстрела:

— Попаданий нет.

Если же вам посчастливилось задеть какой либо корабль (или два, или даже три), противник обязан после третьего выстрела уведомить вас об этом в такой форме:

— Попал в трехклеточный корабль.

Или:

— Попал в двухклеточный и в пятиклеточный.

Или:

— Попал в госпиталь.

В последнем случае вы несете наказание (по Красному кресту и полумесяцу стрелять нельзя): вы должны пропустить свою ближайшую очередь стрельбы.

Допустим, что первым залпом вы попали в трехклеточный корабль; об этом важном успехе вы делаете пометку на вашем листке, ставя рядом с римской цифрой III (обозначение пораженного корабля) арабскую единицу (номер залпа).

Теперь очередь стрелять за вашим партнером. Он также дает вслепую три выстрела, например: *г6, е4, к8*.

Пораженные клетки вы отмечаете на вашем левом квадрате цифрой *1* (первый залп противника) и объявляете противнику после третьего выстрела:

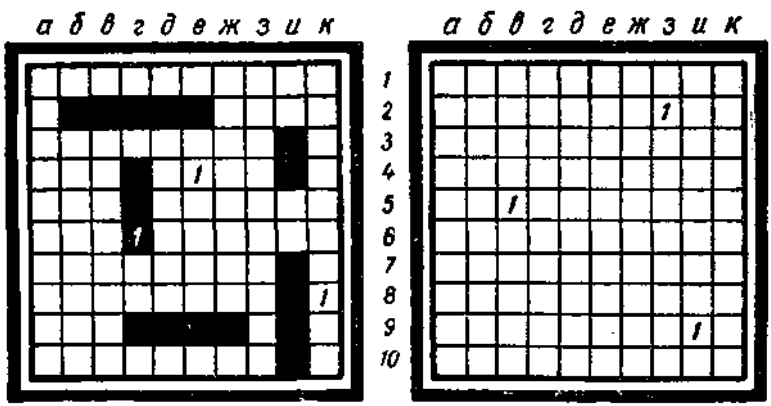


Рис. 387.

— Попал в трехклеточный.

Однако вы не говорите ему, который именно из трех выстрелов залпа оказался таким метким.

Противник помечает у себя пораженные клетки, и очередь стрелять переходит к вам.

Вы имеете право дать залп из трех выстрелов. Но теперь вы стреляете уже не наудачу. Ведь один из выстрелов первого вашего залпа попал в корабль противника. Вы стремитесь добить задетый корабль и посылаете выстрелы так, чтобы поразить клетки, соседние с теми, которые обозначены у вас на правом квадрате цифрой *1*. Иногда удается таким образом очень скоро нащупать расположение судов противника, иногда же эскадра долго ускользает от вас.

Клетки, куда направлены были выстрелы вашего второго залпа, вы обозначаете на правом квадрате цифрой *2* (ваш второй залп), и тогда приходит очередь стрелять партнеру.

Так, стреляя по очереди залпами, играющие стараются поразить все клетки эскадры противника, топя один неприятельский корабль за другим. Кто первый теряет все пять своих кораблей, тот проигрывает.

Правила игры:

1. Эскадры стреляют по очереди залпами. Пока эскадра получила менее пяти повреждений, она стреляет залпами из трех выстрелов. После пятого повреждения эскадра дает залпы из двух выстрелов; после десятого повреждения — стреляет одиночными выстрелами.

2. Эскадра, повредившая госпитальное судно, наказывается пропуском ближайшей очереди (то есть эскадра противника дает два залпа подряд).

3. Каждая эскадра может сделать не более 60 выстрелов. Если после 60 выстрелов эскадра не потопила неприятеля, она лишается права стрелять.

На узкой дорожке

На листе бумаги начертите узкую дорожку из 15 квадратиков (рис. 388).

Для игры вам нужна еще игральная кость: кубик с цифрами от 1 до 6 на его гранях. И, наконец, понадобятся две фишки или шашки (можно также взять две монеты или пуговицы).

Правила игры несложны. Играют двое. Каждый помещает свою фишку на крайнее поле дорожки. Затем бросают по оче

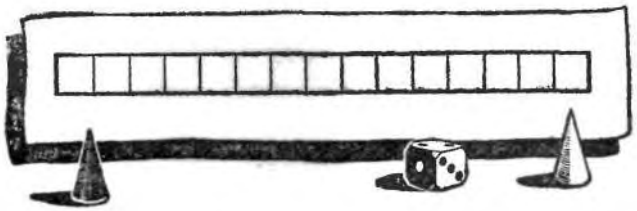


Рис. 388.

реди кубик; у кого выпадает больше очков, тот начинает игру. Каждый партнер передвигает свою фишку на столько полей вперед, сколько у него выпало очков, но не вправе переступать за поле, занятое противником. Если выпало больше очков, чем остается доступных полей, игрок должен отступить назад на избыточное число полей. Фишки оказываются благодаря этому то посередине дорожки, то у самых краев. Игра кончается, когда один из партнеров вынужден вовсе покинуть дорожку. Кто остается, тот выигрывает.

Какие слова?

В игре может участвовать много играющих. Кто нибудь задумывает имя существительное (нарицательное, несобственное). В задуманном слове он переставляет буквы, чтобы изменить его по возможности больше, и в таком виде предлагает его остальным участникам игры для отгадывания. Например, если задуманное слово «арбуз», то после перестановки букв получают «заруб» или «бурза». По этому «зарубу» или «бурзе» остальные участники игры должны отгадать задуманное слово. Кто отгадает первый, тот получает 1 очко и сам становится загадчиком. Игра кончается, когда кто нибудь из играющих наберет 10 очков. Он и считается победителем в состязании.

Дадим несколько примеров. Отгадайте задуманное слово по сочетанию «аталоп». Это нетрудно: «лопата». Но вот сочетания потруднее:

сарипопа,
рулжан,
некосир,
анорид,
тремасинт,
куриное,
упечах.

За этими диковинными сочетаниями скрываются весьма обыкновенные слова:

папироса,
журнал,
керосин,
родина,
сантиметр,
рисунок,
чепуха.

Чем меньше в слове повторяющихся букв, тем труднее его отгадать. Слова «атаман» или «татарин», например, легче отгадать, чем «апельсин»: из «атамана» можно составить только сочетание вроде «анамат», «аманат», «натама», по которым нетрудно отгадать первоначальное слово, а из «апельсина» можно произвести «слипанье» и другие замысловатые сочетания, в которых первоначальное слово спрятано гораздо надежнее.

Чтобы испытать свою находчивость по этой части, попробуйте отгадать десяток слов:

1. портки,
2. ловаги,
3. вригодан,
4. носцел,
5. кечелов,
6. виночудак,
7. сляратюк,
8. пинемаль,
9. клавесорт,
10. зучитсобак.

Составление слов

Эта игра имеет некоторое сходство с сейчас описанной и также может занять целую группу играющих. Выбирают какое нибудь длинное слово и устраивают состязание: кто больше составит имен существительных из букв этого слова.

Пусть, например, избрано слово «электростанция». Из букв, входящих в его состав, группируя их по две, по три и т. д. можно составить длинный список существительных. На одну лишь букву *а* можно составить дюжину существительных:

аист
аконит
акр
акт
актер
акцент
акционер
акция
анис
ар
арка
атлет

На букву *к*:

катер	клен	коса
керосин	клин	кот
кета	кол	кран
кило	кон	крест
кисет	кора	крона
кит	коран	крот

На букву *л:*

лак	лен	лист
ларек	лента	лицо
лекция	лес	лоск
лектор	лето	лот
лира	литр	
лик	лиса	

Всех существительных можно составить из букв слова «электростанция» около 150.

Что касается имен собственных, то от желания самих играющих зависит условиться: составлять лишь одни нарицательные имена или допускать также и собственные.

Конечно, далеко не всегда имеется такой обширный список существительных, как в случае слова «электростанция». В начале игры, пока участники еще не тренировались в ней, лучше выбирать более короткие слова, например «трактор», «ледокол» и т. п., а затем, приобретя известный навык, обращаться к длинным словам: «перерегистрация», «корреспонденция», «тарификация» и т. п.

Словесная цепь

Играют несколько участников. Начинающий игру называет вслух какое нибудь существительное. Его сосед должен тотчас назвать другое существительное, начинающееся с той буквы, какой предыдущее слово кончилось. Следующий по очереди называет третье существительное, начинающееся буквой, какой кончилось второе, и т. д. Кто затруднится назвать подходящее слово, тот выбывает из игры. Последний оставшийся считается победителем.

Пусть игра началась со слова «арбуз». Тогда за ним может последовать такая, например, цепь слов:

арбуз	апельсин	окно
зубр	нос	облако
роща	солнце	овца
амбар	ель	абрикос
рамка	ларек	сено
алмаз	короб	образ
зебра	бекас	зверь
аист	соболь	рапорт
турок	лебедь	топор
краска	дерево	рис и т. д.

Повторять уже произнесенные слова запрещается. Если слово кончается мягким знаком или буквой «й», то следующее слово должно начинаться предпоследней буквой («ель» — «ларек», «сарай» — «алмаз»). Допускать ли имена собственные, зависит от условия, заранее поставленного играющими.

Новые загадки

Любителям разгадывать загадки предлагается десяток новых:

I

Лег усатый, встал горбатый.

II

Слева направо — на ногах стоит, справа налево — без ног бежит.

III

В нее льется, из нее льется, сама по земле плетется.

IV

Шкаф большой, дверцы маленькие; кладут белое, вынимают черное.

V

С неба пришел, в землю ушел.

VI

Когда лошадей покупают, какие они бывают?

VII

Как ни машет крыльями,
Небось не полетит.

VIII

Он смирен до поры.
Летит — молчит, лежит — молчит.
Когда умрет, тогда ревет.

IX

Собачка верная:
Не лает, не кусается,
А не пускает в дом.

X

Он подо мною, а я под ним. Кто мы?

Загадки VII, VIII и IX взяты из стихотворений Н. А. Некрасова. Они, конечно, не новы, но, вероятно, не все заметили их при чтении произведений поэта.

РАЗВЛЕЧЕНИЯ С БУМАГОЙ И НОЖНИЦАМИ

Звездчатые узоры

Не все, может быть, знают, что просто ножницами, без всяких чертежных принадлежностей, можно изготовить из бумаги очень красивые и разнообразные узоры. Возьмите лист газетной бумаги и сложите его последовательно, как показано на рис. 389, *A, B, C, D* и *E*. Дойдя до фигуры *E*, обрежьте

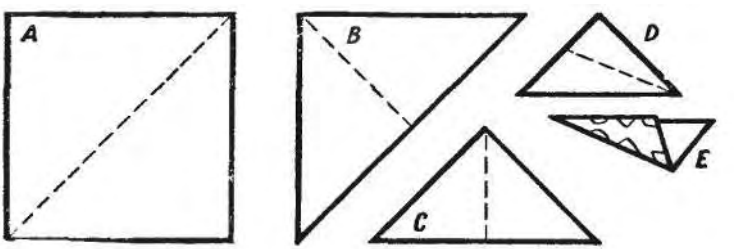


Рис. 389.

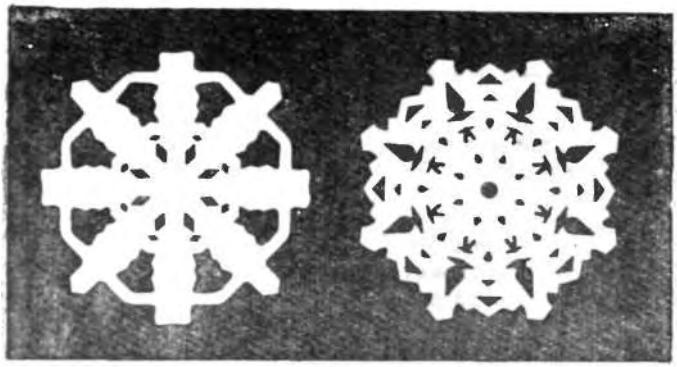


Рис. 390.

сложенную бумагу по затейливым линиям, вроде тех, которые изображены на рисунке. Развернув и расправив затем сложенную бумагу, вы получите красивый узор, который станет еще лучше, если наклеить его на темную бумагу (рис. 390).

Пятиконечная звезда

Умеете ли вы вырезать из бумаги правильную пятиконечную звезду? Это непростое дело: в неумелых руках получается звезда с неравными зубцами. Существуют два способа вырезать хорошие, красивые звезды.

По первому способу начинают с того, что с помощью циркуля или даже просто чайного блюдца чертят на листе бумаги круг. Вырезают его, перегибают пополам и полученный полукруг перегибают затем четыре раза, как показано на рис. 391, *А.* Это самая трудная часть дела: здесь нужен глазомер, потому что полукруг должен сложиться в пять одинаковых долек.

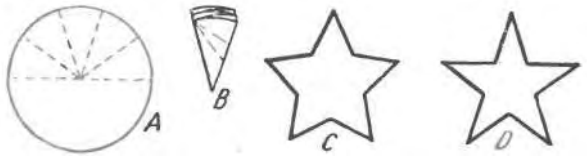


Рис. 391.

Когда круг сложен, его обрезают ножницами у толстого конца по одной из пунктирных линии, обозначенных на рис. 391, *B*. Развернув бумагу, получают правильную пятилучевую звезду с более или менее глубокими вырезами (рис. 391, *C* и *D)*, смотря по тому, насколько косо сделан был срез.

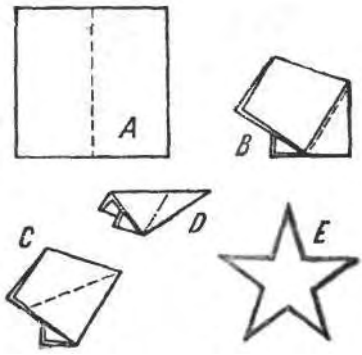


Рис. 392.

Второй способ, пожалуй, проще, так как здесь исходят не из круга, а из квадрата. Начинают с того, что квадратный лист бумаги (рис. 392, *A*) перегибают пополам. Затем делают еще три перегиба, последовательно показанных на рис. 392, *B, C* и *D*. На рис. 392, *D* пунктиром обозначена линия среза.

Получающаяся при развертывании звезда показана на рис. 392, *E*.

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ РИСУНКИ

Что тут написано?

В этом кружке (рис. 393) что то написано. Глядя на него прямо, вы, конечно, ничего не разберете. Однако, если взглянуть на кружок умеючи, можно прочесть два слова. Какие?

Рис. 393.

Рис. 394.

Как будто легко

Всмотритесь внимательно в этот узор (рис. 394); постарайтесь запомнить его хорошенько, чтобы потом нарисовать его по памяти. Запомнили?.. Ну, так принимайтесь рисовать. Сначала наметьте четыре конечные точки, к которым должны примыкать концы извилистых линий. Первую кривую линию вы, вероятно, нарисуете довольно усердно. Прекрасно! Теперь выводите вторую. Но не тут то было, упрямая линия никак не получается. Легкое дело оказалось куда труднее, чем представлялось вам на первый взгляд.

На какой ноге?

***Рис.** 395.*

На какой ноге стоит футболист — на правой или на левой (рис. 395)?

По видимому, он стоит на правой ноге; но с такой же уверенностью можно утверждать, что он стоит на левой ноге. Сколько ни всматривайтесь в рисунок, вы этого вопроса не разрешите. Художник так искусно замел следы, что вам ни за что не установить, какую ногу поднял футболист и на какую он опирается.

Вы спросите: «На какую же, в конце концов?» Я и сам не знаю. Да и художник не знает — забыл. Так это и останется навеки неразрешимой тайной.

Много ли рыбы?

Здесь (рис. 396) вы видите загадочный рисунок. Рыболов как будто еще ничего не выудил. Но, вглядевшись хорошенько

Рис. 396.

в очертания рисунка, вы убедитесь, что улов довольно обилен: три большие рыбины уже пойманы. Где же они?

Где укротитель?

Где укротитель этого тигра (рис. 397)?

Его портрет изображен на этом же рисунке. Разыщите.

Рис. 397.

Закат солнца

Рис. 398.

Посмотрите на изображенную здесь картинку (рис. 398) — закат солнца — и скажите: правильно ли она нарисована?

В этом рисунке есть одна несообразность, которую вам и нужно открыть.

Закат луны

Рис. 399.

Вы видите на рис. 399 тропический ландшафт со странным изображением лунного серпа у горизонта. Правильно ли нарисована эта картина? Нет ли здесь какой нибудь несообразности?

О Т В Е Т Ы

Отгадывание камней домино

Тут применяется тайный телеграф: секрет его знаете только вы и один из ваших товарищей, с которым вы заранее сговорились. У вас условлено, что:

«я», «мой»	означают	1
«ты», «твой»	«	2
«он», «его»	«	3
«мы», «наши»	«	4
«вы», «ваши»	«	5
«они», «их»	«	6

Как пользоваться этими условными обозначениями, покажу на примерах. Пусть задуман камень 4—3. В таком случае ваш сообщник обращается к вам с такими словами:

— Мы задумали камень, отгадайте его!

Смысл «телеграммы» таков: «мы» — 4, «его» — 3; значит, задумано 4—3.

Если задуман камень 1—5, то сообщник ваш, улучив подходящую минуту, бросает вам такие слова:

— А я думаю, вы на этот раз не угадаете, дорогой!

Никто из непосвященных в секрет не подозревает, что в этих словах скрыто сообщение: «я» — 1, «вы» — 5.

Задумано 4—2. Какую «телеграмму» должен отправить ваш сообщник? Что нибудь вроде следующей:

— Ну, теперь мы задумали такой камень, что ты не отгадаешь.

Как быть с белым полем? Для обозначения его также выбирают какое нибудь слово, например «товарищ». Если задуман камень 0—4, то сообщник кричит:

— Отгадай, товарищ, что мы тут задумали?

И вы уже знаете, что речь идет о камне 0—4.

Еще один фокус с домино

Вам помогает при отгадывании группа из четырех слов, буквы которых укачивают, как должны вы раскладывать камни домино в ряды. Вот эти четыре слова:

Макар
режет
ножом
нитки.

Заметьте, что в этих словах каждая буква повторяется дважды, и только дважды. Если поэтому задумают какую нибудь букву и укажут вам ряд или ряды, содержащие эту букву, то вы без труда ее разыщете. Например:

В рядах	Буква
1м и 2м	*р*
2м и 3м	*ж*
1 ми 4м	*к*
только в 4м	*и*

Слова подобраны так, что в каждых двух рядах повторяется только одна буква; точно так же в каждом одном ряду имеется только одна повторяющаяся буква.

Легко понять теперь, как пользоваться этими словами для выполнения фокуса. Надо мысленно заменить камни домино буквами, причем камни одной пары должны обозначать одну и ту же букву, безразлично какую. Первая пара камней пусть обозначает две буквы *м,* вы и размещаете их на местах этой буквы в нашей схеме:

Макар
режет
ножом
нитки.

Вторая пара камней, взятая наудачу, обозначает две буквы *а*; кладете их на второе и четвертое места первого ряда. Третья пара домино обозначает две буквы *к*, и т. д.

Когда все 20 камней размещены по местам, вы спрашиваете загадчика, в каких рядах имеются задуманные им камни. Пусть он ответил вам, что камни находятся в рядах втором и четвертом. Соображаете: общая буква указанных рядов, то есть слов «режет» и «нитки», — т. Значит, задуманные камни: пятый — второго ряда и третий — четвертого.

Фокус этот очень старый. Его обыкновенно показывают с игральными картами и пользуются фразой: «наука умеет много гитик», последнее слово которой бессмысленно. Однако фокус можно показывать с любыми 20 неодинаковыми предметами, например, с почтовыми марками из коллекции, с фотографическими карточками, с иллюстрированными открытками и т. п.

Памятные слова, необходимые для выполнения фокуса, могут быть различны.

Фраза «Макар режет ножом нитки» придумана одной из моих читательниц. Другой читатель придумал фразу: «крупу, табак берем оптом».

Вы сами можете отыскать еще и другие фразы, не хуже этих годные для нашей цели. Может быть, вы окажетесь даже настолько искусны, что придумаете фразу для отгадывания из 24 или 30 предметов (шесть слов из четырех или из пяти букв).

Исчезающая палочка

Чтобы объяснить, на чем основан этот фокус, рассмотрим его сначала в упрощенном виде. На рис. 400 вы видите картон

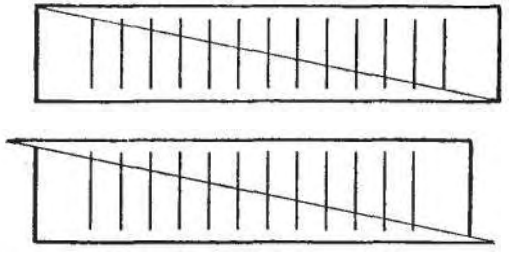


Рис. 400.

ный лист с изображенными на нем 13 палочками. Лист разрезан по диагонали. Если обе части листа немного раздвинуть, как показано на рисунке внизу, то вместо 13 палочек получится только 12: одна исчезает. Нетрудно в этом случае догадаться, куда она девалась: каждая из новых 12 палочек немного

длиннее прежней, именно — на 12-ю долю. Ясно, что при раздвигании одна палочка разделилась на 12 частей, которые и удлинили каждую из остальных. При обратном сдвигании частей картонного листа исчезнувшая палочка появляется вновь — за счет укорочения прочих.

Палочки (см. рис. 374), расположенные в кружок, отличаются той же особенностью: при повороте круга на небольшой угол одна из 13 палочек исчезает: она распределяется поровну между 12 остальными.

Отгадывание спичек

Секрет состоял в том, что меня попросту дурачили. Студент, который будто бы контролировал отгадывание, был сообщником брата и подавал ему сигналы.

Но как? Тут и скрыта вся хитрость. Оказывается, спички вовсе не лежали как попало: брат расположил их так (рис. 401), чтобы в них можно было признать части человеческого

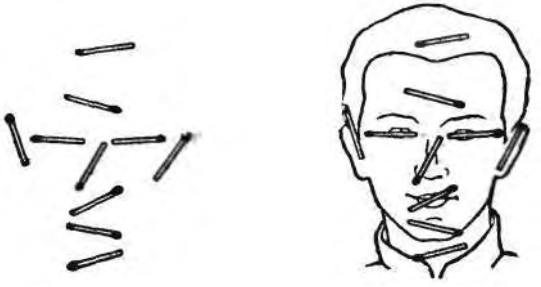


Рис. 401.

лица: верхняя спичка означала волосы, следующая под ней — лоб; далее шли глаза, нос, рот, подбородок, шея, а по бокам уши. Когда брат входил в комнату, он первым делом бросал взгляд на мнимого контролера, а тот подносил руку то к носу, то к шее, то к правому глазу, то к левому уху и незаметно для меня давал ему знать, какая спичка задумана.

Какие слова?

1. приток,
2. иволга,
3. виноград,
4. солнце,
5. человек,
6. одуванчик,

7. кастрюля,
8. мельница,
9. лекарство,
10. зубочистка.

Любопытно, что те сочетания, которые произносятся легче, отгадываются труднее, чем другие. Например, «носцел» (солнце) или «виночудак» (одуванчик) не так легко разгадать, как «кихенат» (техника) или «цильмане» (мельница).

Новые загадки

I. Кот. Когда кот, выспавшись, поднимается, он изгибает спину горбом.

II. Кот. Если читать справа налево, получится «ток», который бежит по электрическим проводам.

III. Река. В нее вливаются притоки и дождь; из нее вода изливается в море или в другие места.

IV. Печь комнатная. В нее кладут белые дрова, а вынимают черные уголья.

V. Дождь. Упав из облаков, он просачивается в землю.

VI. Мокрые (после купания).

VII. Мельница.

VIII. Снег. Когда тает много снега (снег «умирает»), образуются бурные, ревущие потоки воды.

IX. Замок.

X. Двое людей, стоящих на противоположных точках земного шара. Каждый из них считает другого находящимся под ним.

Что тут написано?

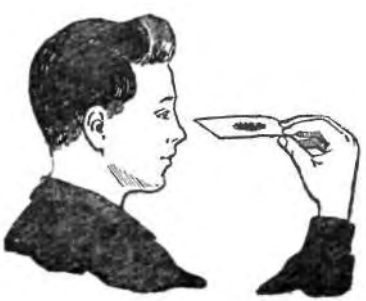


Рис. 402.

Поднесите кружок к глазам так, как показано на рис.402. Вы ясно прочтете сначала слово «Государственное», а затем, повернув кружок, увидите и другое слово— «издательство».

Буквы сильно вытянуты и сужены, поэтому трудно прочесть их прямо. Но, когда ваш взгляд скользит вдоль букв, их длина сокращается, ширина же остается прежней. От этого буквы получают обыкновенный вид, и написанное читается без труда.

Много ли рыбы?

Помогу читателю разыскать добычу удильщика. Одна рыбина покоится головой вниз на спине рыболова. Другая поместилась между его головой и руками, держащими удилище. Третья расположилась под его ногами.

Где укротитель?

Глаз тигра служит в то же время глазом укротителя, лицо которого обращено, однако, в противоположную сторону.

Закат солнца

Несообразность рисунка состоит в том, что лунный серп обращен своей выпуклой стороной не к солнцу, а от солнца. Ведь луна освещается солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своей неосвещенной стороной...

«Большинство живописцев, — замечает по этому поводу известный французский астроном Фламмарион, — не знают еще этого, потому что не проходит года, чтобы в парижском Салоне (зал для выставок) не появлялось большого числа лун в обратном положении».

Закат луны

Как ни странно, но лунный серп изображен на рис. 399 совершенно верно. Это тропический ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей луны — влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе горизонтально.

Происходит это вот почему. В наших странах солнце и луна (вообще все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным кругам; поэтому вечером солнце, освещающее луну, находится под горизонтом в косом направлении — оно освещает луну справа или слева, и серп обращен влево или вправо. На экваторе же светила движутся по отвесным дугам; солнце, освещающее луну, расположено под горизонтом не направо или налево от нее, а внизу ее. Луна освещается снизу, и вот почему лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на рисунке.

Кто живет у нас на юге — в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, тот заметил, вероятно, что лунный серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на нашем рис. 399.

Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

СОДЕРЖАНИЕ

Между делом. 5
Для юных физиков 28
Газетный лист. 71
Еще семьдесят пять вопросов и опытов по физике . . . 88
Обманы зрения. 140
Головоломные размещения и перестановки 169
Искусное разрезывание и сшивание 187
Задачи с квадратами. 195
Задачи о работе. 201
Задачи о покупках и ценах. 208
Вес и взвешивание. 217
Задачи о часах 228
Задачи о транспорте 238
Неожиданные подсчеты. 243
Затруднительные положения 252
Задачи из путешествий Гулливера. 266
Рассказы о числах великанах. 279
Числовые головоломки. 294
Веселая арифметика. 322
Умеете ли вы считать? 339
Быстрый счет 344
Магические квадраты 352
Арифметические игры и фокусы . . . 365
Одним росчерком. 408
Геометрические головоломки 416
Без мерной линейки. 440
Развлечения со спичками. 445
Фигуры головоломки из семи кусочков . . . 478
Простые фокусы и развлечения. 496

К ЧИТАТЕЛЯМ

Издательство просит отзывы об этой книге присылать по адресу: Москва, Д 47, ул. Горького, 43. Дом. детской книги.

Оформление и рисунки
Г. К. Бедарева

Перерисовки
В. П. Рафальского и С. С. Рафальской

Для средней школы

Яков Исидорович Перельман
ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ОПЫТЫ

Ответственный редактор М.А. Зубков. Художественный редактор Е.М. Гуркова. Технический редактор М.А. Кутузова. Корректора Э. Н. Кузнецова и А Б. Стрельник.
Сдано в набор 6/II 1959 г. Подписано к печати 29/VI 1959 г. Формат 60×92$^{1}/_{16}$ — 33 печ. л. (24,96 уч. изд. л.). Тираж 70 000 экз. А03875. Цена 10 руб.
Детгиз. Москва. М. Черкасский пер., 1.

Фабрика детской книги Детгиза. Москва, Сущевский вал, 49 Заказ № 1592.